

q 形变相干光场与级联型三能级原子相互作用中场的反聚束效应

张慧慧¹⁾ 周晓光

(北京理工大学信息科学技术学院光电工程系 北京 100081)

摘要 建立了 q 形变光场与级联型三能级原子相互作用的非线性理论,求得相互作用绘景中薛定谔方程的形式解及在其态下的期望值,利用数值计算揭示了 q 形变对场与三能级原子相互作用中场反聚束效应的影响.研究发现 q 偏离1的程度越大, q 形变对场反聚束效应的调控能力越强,反映出 q 形变的非线性行为对量子相干性的干扰以及对量子特性的影响.当 $q \rightarrow 1$ 时,恢复为普通线性理论.

关键词 量子光学 量子特性 q 形变 级联型三能级原子 反聚束效应

1 引言

量子形变代数及其在物理学各领域中的可能应用是近年来一个非常活跃的研究课题^[1, 2].一般情况下,光场采用量子谐振子描述,但是大量的实际问题是偏离谐振子模型的.若将谐振子系统用 q 参数形变,会得到 q 形变谐振子, q 形变谐振子可以作为描述非简谐运动的一个极好的模型.1989年Biedenharn等人^[3]率先将具有李群结构的Glauber相干态推广到具有量子群结构的 q 相干态,此后, q 相干态在物理学领域研究中的潜在应用前景受到了人们的广泛关注^[4-6].研究发现, q 形变参数可使原来量子态的非经典效应削弱,甚至消失.由此可见, q 相干态要比通常相干态有着更广泛的物理内涵.一旦人们完全掌握了 q 形变参数的物理意义,并且能够在实验上实现,则就可以通过控制 q 的值来调制光场的某些非经典特性.

1990年,Chaichian等人^[7]首先考虑了单模 q 形变光场与一个不变形两能级原子相互作用强度相关耦合J-C模型.在旋波近似下,它与量子超代数 $u_q(1,1)$ 及 $OSP_q(2/2)$ 相关,随后Buzek^[8]对形变J-C模型中原子的动力学性质进行了讨论.但这些成果仅限于研究 q 形变相干光场与二能级原子的相互作用^[9, 10].而且较少的涉及到了场的量子特性.实际的原子往往具有许

多能级(不仅仅只有二能级).三能级原子与场的相互作用的研究已有讨论^[11-14].目前对于 q 形变后的光场与三能级原子相互作用的研究成果几乎没有.反聚束效应反映了场的一种特殊的量子特性,它的研究不仅进一步揭示了光场和物质相互作用的本质,而且在光通信、微弱信号检测、人类视觉系统研究等方面具有潜在的应用前景而引起人们的极大兴趣^[15-17].本文具体研究了在不同的 q 形变情况下,相干光场与级联型三能级原子相互作用中场的反聚束效应,主要目的是讨论不同程度的 q 形变对场与三能级原子相互作用中场的反聚束效应的影响,从而通过控制 q 的值来调制光场的反聚束效应.

2 理论

2.1 q 形变光场

在 q 形变系统中, q 光子产生算符 a_q^+ 和湮没算符 a_q ,满足下述代数对易关系:

$$a_q a_q^+ - q a_q^+ a_q = q^{-N}, \quad (1)$$

$$[N, a_q^+] = a_q^+, \quad (2)$$

$$[N, a_q] = -a_q. \quad (3)$$

2006-08-29 收稿

1) E-mail: zhanghh@bit.edu.cn

在 q 参数化的 Fock 空间中 $\{|n\rangle_q, n=0,1,2,\dots\}$, 有

$$a_q |0\rangle_q = 0, \quad (4)$$

$$|n\rangle_q = \frac{(a_q^+)^n}{\sqrt{[n]!}} |0\rangle_q, \quad (5)$$

$$a_q |n\rangle_q = \sqrt{[n]} |n-1\rangle_q, \quad (6)$$

$$a_q^+ |n\rangle_q = \sqrt{[n+1]} |n+1\rangle_q, \quad (7)$$

并且

$$[n] = \frac{q^n - q^{-n}}{q - q^{-1}}, \quad (8)$$

$$[n]! = [n][n-1]\cdots[1]. \quad (9)$$

由此构造 q 湮没算符本征态, 即 Glauber q 相干态如下:

$$|z\rangle_q = [\exp_q(|\alpha|^2)]^{-1/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{[n]!}} |n\rangle_q = \sum_{n=0}^{\infty} P_q(n) |n\rangle_q, \quad (10)$$

其中复参量 $\alpha = |\alpha|e^{i\phi} = |\sqrt{\bar{n}}|e^{i\phi}$, \bar{n} 为光场的平均光子数, ϕ 为 q 相干态场的位相, $\exp_q(x)$ 为 q 类比指数函数, 其定义为

$$\exp_q(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{[n]!}. \quad (11)$$

易见 q 光子服从如下 q 几率分布

$$P_q^2(n) = [\exp_q(|\alpha|^2)]^{-1} \frac{|\alpha|^{2n}}{[n]!}. \quad (12)$$

2.2 模型的建立

考虑一单模 q 形变光场与级联型三能级原子的相互作用(图 1), 在旋波近似下系统的哈密顿量为

$$\begin{aligned} H &= H_0 + H_I, \quad (\hbar = 1), \\ H_0 &= \sum_{j=1}^3 \omega_j |j\rangle\langle j| + \omega_0 a_q^+ a_q, \\ H_I &= g_1 [R_{21} a_q + R_{12} a_q^+] + g_2 [R_{32} a_q + R_{23} a_q^+]. \end{aligned} \quad (13)$$

$|3\rangle, |2\rangle, |1\rangle$ 分别表示上、中、下能级, $|1\rangle-|2\rangle$ 和 $|2\rangle-|3\rangle$ 之间的跃迁与频率为 ω_0 的单模光场相耦合, 而 $|1\rangle-|3\rangle$ 之间的跃迁是原子偶极禁戒的. a_q^+, a_q 是光子的产生和湮没算符, $g_i (i=1,2)$ 为原子与光场的耦合系数, $R_{ij} = |i\rangle\langle j| (i,j=1,2,3)$ 为原子投影算符. $\omega_j (j=1,2,3)$ 为原子第 $j (j=1,2,3)$ 个能级的本征跃迁圆频率.

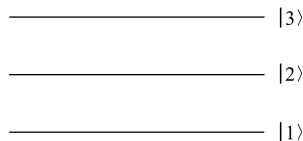


图 1 级联型三能级原子的能级结构

在相互作用绘景中, 薛定谔方程为

$$i \frac{\partial |\psi(t)\rangle}{\partial t} = H_I |\psi(t)\rangle. \quad (14)$$

设初始时刻 ($t=0$) 原子处于激发态 $|3\rangle$, 光场处于 q 形变谐振子的 Glauber 相干态 $|z\rangle_q$.

场与原子相互作用系统的波函数为

$$|\psi(0)\rangle_q = |\psi(0)\rangle_a \otimes |\psi(0)\rangle_f = \sum_{n=0}^{\infty} P_q(n) |3, n\rangle_q, \quad (15)$$

当 $t > 0$ 时, 由于原子与场相互作用, 上述态矢量演变为

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle_q &= \sum_{n=0}^{\infty} P_q(n) [A_n(t) |3, n\rangle_q + \\ & B_{n+1}(t) |2, n+1\rangle_q + C_{n+2}(t) |1, n+2\rangle_q]. \end{aligned} \quad (16)$$

把 (16) 式和 (13) 式代入 (14) 式, 取 $g = g_1 = g_2$ 可得

$$\begin{cases} i\dot{A}_n(t) = g\sqrt{[n+1]}B_{n+1}(t), \\ i\dot{B}_{n+1}(t) = g\sqrt{[n+2]}C_{n+2}(t) + \\ \quad g\sqrt{[n+1]}A_n(t), \\ i\dot{C}_{n+2}(t) = g\sqrt{[n+2]}B_{n+1}(t). \end{cases} \quad (17)$$

对 (17) 式联立求解, 并令 $\mu = [n+1] + [n+2]$, 得

$$\begin{cases} A_n(t) = \frac{[n+2]}{\mu} + \frac{[n+1]}{\mu} \cos(\sqrt{\mu}gt), \\ B_{n+1}(t) = -i \frac{\sqrt{[n+1]}}{\sqrt{\mu}} \sin(\sqrt{\mu}gt), \\ C_{n+2}(t) = \frac{\sqrt{[n+1][n+2]}}{\mu} [\cos(\sqrt{\mu}gt) - 1]. \end{cases} \quad (18)$$

把 (18) 式代入 (16) 式得

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle_q &= \sum_{n=0}^{\infty} P_q(n) \left\{ \left[\frac{[n+2]}{\mu} + \frac{[n+1]}{\mu} \cos(\sqrt{\mu}gt) \right] \times \right. \\ & |3, n\rangle_q - i \frac{[n+1]}{\sqrt{\mu}} \sin(\sqrt{\mu}gt) |2, n+1\rangle_q + \\ & \left. \frac{\sqrt{[n+1][n+2]}}{\mu} (\cos(\sqrt{\mu}gt) - 1) |1, n+2\rangle_q \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

2.3 光场反聚束效应

量子理论中描述单模辐射场的二阶相干度 $g^{(2)}(t)$ 定义为

$$g^{(2)}(t) = \frac{\langle (a_q^+)^2 (a_q)^2 \rangle}{\langle a_q^+ a_q \rangle^2}. \quad (20)$$

在相干初态光场中, 根据 t 时刻系统的态矢可以得到:

$$\begin{aligned} \langle a_q^+ a_q \rangle = & \sum_{n=0}^{\infty} P_q^2(n) \left[\frac{[n][n+2]^2}{\mu^2} + \frac{[n][n+1]^2}{2\mu^2} + \right. \\ & \frac{[n+1]^2}{2\mu} + \frac{3[n+1][n+2]^2}{2\mu^2} + \\ & \left. \frac{2[n+2][n+1][n] - 2[n+1][n+2]^2}{\mu^2} \times \right. \\ & \cos(\sqrt{\mu}gt) + \\ & \left. \frac{[n][n+1]^2 - [n+1]^2\mu + [n+1][n+2]^2}{2\mu^2} \times \right. \\ & \left. \cos(2\sqrt{\mu}gt) \right]. \quad (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle (a_q^+)^2 (a_q)^2 \rangle = & \sum_{n=0}^{\infty} P_q^2(n) \left[\frac{[n][n-1][n+2]^2}{\mu^2} + \right. \\ & \frac{[n][n-1][n+1]^2}{2\mu^2} + \frac{[n+1]^2[n]}{2\mu} + \frac{3[n+1]^2[n+2]^2}{2\mu^2} + \\ & \left. \frac{2[n+2][n+1][n-1][n] - 2[n+1]^2[n+2]^2}{\mu^2} \cos(\sqrt{\mu}gt) + \right. \\ & \left. \left\{ \frac{[n][n-1][n+1]^2 - [n][n+1]^2\mu}{2\mu^2} + \frac{[n+1]^2[n+2]^2}{2\mu^2} \right\} \times \right. \\ & \left. \cos(2\sqrt{\mu}gt) \right]. \quad (22) \end{aligned}$$

光场的聚束与反聚束效应可由光场二阶相干函数 $g^{(2)}(t)$ 来表征. 当 $g^{(2)}(t) > 1$ 时, 光子间强度起伏呈现正关联, 光场呈现聚束效应, 此时属于经典光场; 当 $g^{(2)}(t) = 1$ 时, 光子间强度起伏呈现零关联, 光场既无聚束效应也无反聚束效应, 属于经典光场与非经典光场之间的临界状态; $g^{(2)}(t) < 1$ 时, 光子间强度起伏呈现负关联, 光场呈现反聚束效应, 满足亚泊松光子统计, 这是光场的纯量子特性.

3 数值计算与讨论

借助数值计算分析了不同的 q 形变情形下初始处于激发态的三能级原子与 q 形变相干态光场相互作用中场的零延迟二阶关联函数随时间演化情况(图2), 为了更好的研究 q 形变对场量子特性的影响, 数值计算时简化了其他参数的影响. 由于 $[n]$ 在 $q \rightarrow 1/q$ 代换下不变, 所以只需讨论 $0 < q < 1$ 的变形区间. 研究发现:

(1) 当 $q = 0.1$ 时, 光子间强度起伏随着时间演化明显的呈现正关联, 在大部分时间中, 光场呈现聚束效应, 属于经典光场.

(2) 当 $q = 0.2$ 时, 光子间强度起伏随着时间演化交替呈现负关联与正关联的几率几乎持平, 光场交替的出现反聚束效应和聚束效应.

(3) 当 $q = 0.3$ 时, 光子间强度起伏呈现负关联的几率开始大于正关联; $q = 0.4$ 时, 光子间强度起伏开始明显的呈现负关联, 在大部分时间中, 光场呈现反聚束效应, 属于非经典光场. $q = 0.5$ (q 取值 0.6 与 q 取值 0.5 时的光子间强度起伏大致一样) 后, 光子间强度起伏不再有较大的起伏振荡, 随着 q 趋近于 1, 光子间强度起伏继续呈现负关联 (q 取值 0.7 和 0.8 时与 q 取值 0.9 时的光子间强度起伏随着时间演化大致一样).

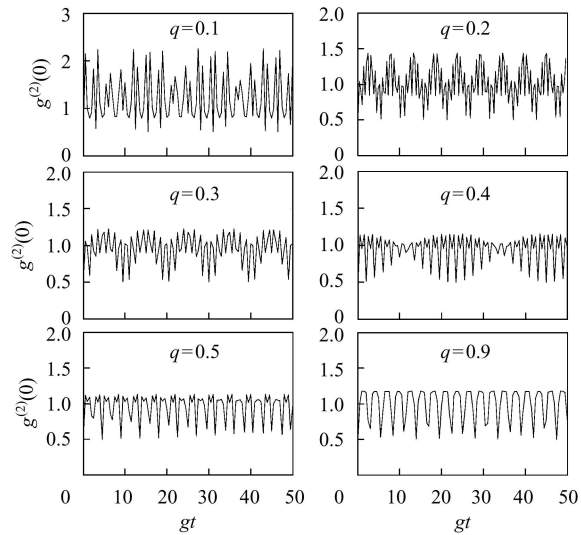


图2 q 取不同值时, 光场二阶相干函数的时间演化曲线

通过数值计算, 发现 q 取值不同时, q 形变相干光场与级联型三能级原子相互作用中场会不同程度的出现聚束与反聚束效应, 而且一定的 q 形变还会出现崩塌与回复现象, 这是 q 形变强烈的非线性行为所致. q 偏离 1 的程度不同, 光子间强度起伏呈现不同的周期性变化趋势, 说明 q 形变对场反聚束效应的影响不可忽略. 当 q 偏离 1 的程度较大时, 光场二阶相干量呈现混乱无轨的较大起伏振荡, 此时系统表现出很强的量子相干性和非线性行为, 这本质上是 q 参量量子特征和非线性行为的内在反映.

4 结论

本文探讨了 q 形变相干光场与级联型三能级原子相互作用的非线性理论, 研究发现, q 形变对场的反聚束效应具有十分明显的调控能力, 这反映出 q 的非线性行为对量子相干性的干扰以及对量子特性的影响. 如果能够更多的掌握 q 形变参数对光场量子特性影响

的信息, 并且在实验上实现, 则就可以通过控制 q 形变参数来调制光场的非经典特性. 本理论是普通线性理

论的一个推广, 当 $q \rightarrow 1$ 时, $[n] \rightarrow n$, 恢复为普通线性理论.

参考文献(References)

- 1 Macfarlane A. J. Phys., 1989, **A22**(21): 4581—4588
- 2 SUN Chang-Pu, FU Hong-Chen. Phys., 1989, **A22**(2): L983—L986
- 3 Biedenharn L. C. Phys. A. Math. and Gen., 1989, **22**(17): L873—878
- 4 WANG Fa-Bo, KUANG Le-Man. Phys. Lett., 1992, **A169**(4): 225—228
- 5 Osland P, ZHANG Jian-Zu. Annals of Phys., 2001, **290**: 45—52
- 6 Isar A, Scheid W. Phys., 2004, **A335**: 79—93
- 7 Chaichian M, Ellinas D, Kulish P. Phys. Rev. Lett., 1990, (8): 980—983
- 8 Buzek V. J. Mod. Opt., 1992, **39**(5): 949—959
- 9 Crnugelj J, Martinis M, Martinis V M. Phys. Lett., 1994, **A188**: 347—354
- 10 Crnugelj J, Martinis M, Martinis V M. Phys. Rev., 1994, **A50**(2): 1785—1791
- 11 DONG Chuan-Hua. Acta Phys. Sini., 2005, **54**(2): 687—695 (in Chinese)
- (董传华. 物理学报, 2005, **54**(2): 687—695)
- 12 DONG Chuan-Hua. Acta Optica Sinica, 2003, **23**(2): 142—149 (in Chinese)
- (董传华. 光学学报, 2003, **23**(2): 142—149)
- 13 TIAN Yong-Hong, PENG Jin-Sheng. Chin. Jour. of Atomic and Molecular Phys., 2000, **17**(3): 481—487 (in Chinese)
- (田永红, 彭金生. 原子与分子物理学报, 2000, **17**(3): 481—487)
- 14 ZHANG Shao-Wu, CHEN Shi-Hua, SHI Du-Fang. Chinese Optics Lett., 2003, **1**(11): 627—629
- 15 WANG Zhong-Qing, LI Jun-Hong, AN Guang-Lei. HEP & NP. 2005, **29**(6): 623—626 (in Chinese)
- (汪仲清, 李俊红, 安广雷. 高能物理与核物理, 2005, **29**(6): 623—626)
- 16 WANG Ji-Suo, FENG Jian, LIU Tang-Kun. HEP & NP, 2002, **26**(6): 569—574 (in Chinese)
- (王继锁, 冯健, 刘堂昆. 高能物理与核物理, 2002, **26**(6): 569—574)
- 17 WANG Xiao-Chu, LIU You-Wen. Acta Photonica Sinica, 2000, **29**(11): 985—988 (in Chinese)
- (王晓初, 刘友文. 光子学报, 2000, **29**(11): 985—988)

Antibunching Properties of q -Deformed Coherent Light Field Interacting with a Cascade Three-Level Atom

ZHANG Hui-Hui¹⁾ ZHOU Xiao-Guang

(Department of Engineering Optics, School of Information Science and Technology,
Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract A nonlinear theoretical model of interaction between q -deformed light field and a cascade three-level atom has been constructed. The formal solution of Schrödinger equation in the interactive representation and the expectation value of the interaction on such a state are obtained. Then, the influence of q deformation on photon antibunching effects is studied by numerical calculation. The results show that the more q deviates from 1, the stronger controllability to antibunching effects the q deformation has. It reflects the effect of the nonlinear behavior of q deformation on quantum coherence and quantum properties. When $q \rightarrow 1$, the theory reduces to the normal linear theory.

Key words quantum optics, quantum properties, q deformation, cascade three-level atom, antibunching effects