

基于投影壳模型的 β 衰变理论*

高早春^{1;1)} 孙扬² 陈永寿¹

1 (中国原子能科学研究院 北京 102413)

2 (University of Notre Dame, Notre Dame, Indiana 46556, USA)

摘要 在投影壳模型(PSM)理论框架下, 发展了计算 Gamow-Teller(GT) 跃迁的新方法. PSM 波函数由若干变形多准粒子组态投影基的线性组合表达. 由该波函数可以计算 GT 算符($\sigma_\mu \tau_\pm$) 的跃迁矩阵元. 研究表明, 计算的第一个例子可以再现 $\log ft$ 或 B(GT) 实验值, 同时预言了母核的某些低激发态的 GT 跃迁比基态的强, 此效应在恒星温度下, 会增强原子核的衰变率.

关键词 角动量投影 Gamow-Teller 跃迁 β 衰变

1 引言

弱相互作用过程在核天体物理研究中有非常重要的作用. Fuller, Fowler 和 Newman^[1] 首先开展了关于恒星内部弱相互作用衰变率的系统性计算, 指出 Gamow-Teller(GT) 跃迁在天体演化中有决定性作用. 天体物理研究所需的恒星弱相互作用衰变率由多体体系的原子核性质决定, 本质上是一个核结构问题. 采用壳模型计算 GT 跃迁是比较理想的途径^[2, 3]. 然而, 现有的计算只能对于质量数小于 60 是有效的, 很难应用于在大质量恒星中起重要作用的重核中.

除了闭壳附近的少数球形原子核外, 大多数核是变形的. 基于变形基进行壳模型计算, 是投影壳模型(PSM)^[4] 及其一些重要推广^[5-9] 的基本思想, 很多变形重核的物理性质在投影壳模型的框架下可以得到很好的描述. 本文拟建立基于投影壳模型的 β 衰变理论(GT 跃迁), 以期能够描述变形重核的弱相互作用过程.

2 投影壳模型及 B(GT) 计算方法

投影壳模型波函数的形式为

$$|\Psi_{IM}\rangle = \sum_{K\kappa} F_{K\kappa}^I P_{MK}^I |\Phi_\kappa\rangle, \quad (1)$$

其中

$$P_{MK}^I = \frac{2I+1}{8\pi^2} \int d\Omega D_{MK}^I(\Omega) \hat{R}(\Omega) \quad (2)$$

为角动量投影算符. 系数 $F_{K\kappa}^I$ 由 PSM 本征方程确定. 这里哈密顿量 H 中需要引进新的 GT 相互作用项 H_{GT} , 即

$$H = H_{PSM} + H_{GT}, \quad (3)$$

其中 H_{PSM} 为标准的 PSM 哈密顿量^[4]. 采用文献[10]中的 H_{GT} 形式及其强度, 即

$$\chi_{GT} = 23/A(\text{MeV}), \quad \kappa_{GT} = 7.5/A(\text{MeV}). \quad (4)$$

理论上, ft 值可如下计算

$$ft = \frac{6163.4}{(0.74g_A/g_V)^2 B(GT)}, \quad g_A/g_V = -1.26.$$

其中 B(GT) 的计算公式为

$$B(GT^\pm, I_i \rightarrow I_f) = \frac{2I_f+1}{2I_i+1} |\langle \Psi_{I_f} || \beta^\pm || \Psi_{I_i} \rangle|^2, \quad (5)$$

$$\langle \Psi_{I_f} || \beta^\pm || \Psi_{I_i} \rangle = \sum_{K_1\kappa, K_f\kappa'} F_{K_1\kappa}^{I_i} F_{K_f\kappa'}^{I_f} \times$$

$$\sum_{\mu} \left\{ \langle I_i K_f - \mu, 1\mu | I_f K_f \rangle \langle \Phi_{\kappa'} | \beta_{1\mu}^\pm P_{K_f-\mu, K_1}^{I_i} | \Phi_\kappa \rangle \right\}, \quad (6)$$

$$\beta_{1\mu}^\pm = \sigma_{1\mu} \tau_\pm. \quad (7)$$

* 国家自然科学基金(10305019, 10475115, 10435010)资助

1) E-mail: zcgao@iris.ciae.ac.cn

将(8)式中的投影算符用(2)式展开, 则最终要算的矩阵元为

$$\langle \Phi_{\kappa'} | \beta_{1\mu}^{\pm} \hat{R}(\Omega) | \Phi_{\kappa} \rangle. \quad (8)$$

根据 Tanabe 等人的公式^[11]可以求得(10)式的矩阵元.

3 $^{164}\text{Ho} \rightarrow ^{164}\text{Dy}$ 的 GT 跃迁计算

首先用 PSM 对母核及子核的核结构进行定量描述, 采用标准的 Nilsson 方法构建变形的单粒子态, 采用 Jain 等人^[12]使用的稀土区 Nilsson 参数. 四极形变 $\varepsilon_2=0.28$, 在该形变下, $A=164$ 核的费米面正好处于中子 $[523]5/2$ 和质子 $[523]7/2$ 轨道上, 这两条轨道与后面的 GT 跃迁计算最直接相关. 单极对力取 $G_1=20.12(\text{MeV})$, $G_2=13.13(\text{MeV})$, 这与以前在稀土区的许多 PSM 计算中采用的值相同. 这里四极对力强度 $G_Q=0.20G_M$.

计算得到了母核 ^{164}Ho 以及子核 ^{164}Dy 的能级及其波函数. 图1给出了 ^{164}Ho 的基带向 ^{164}Dy 基带的可能 GT 跃迁. 它们分为3类, 即 $\Delta I = I_p - I_d = +1$, $\Delta I = 0$, 和 $\Delta I = -1$. 图2上部分给出计算的 $B(\text{GT})$ 值, 下部分则给出相应的 $\log ft$ 值, 即 $\Delta I = I_p - I_d = +1$ (下三角), $\Delta I = 0$ (圆点), 和 $\Delta I = -1$ (上三角). 实验观测到的跃迁为 $I_p = 1 \rightarrow I_d = 0$ 以及 $I_p = 1 \rightarrow I_d = 2$, 我们的结果与之很好符合. 其它激发态的跃迁是我们理论的预言. 由图2注意到 $\Delta I = 0$ (圆点) 跃迁的 $B(\text{GT})$ ($\log ft$) 比 $\Delta I = \pm 1$ 的更大(更小). 这是一个有趣的结果, 除了同质异能态以外, 很难从实验上观测到激发态的 β 衰变, 因为激发态的 γ 退激比 β 衰变快得多.

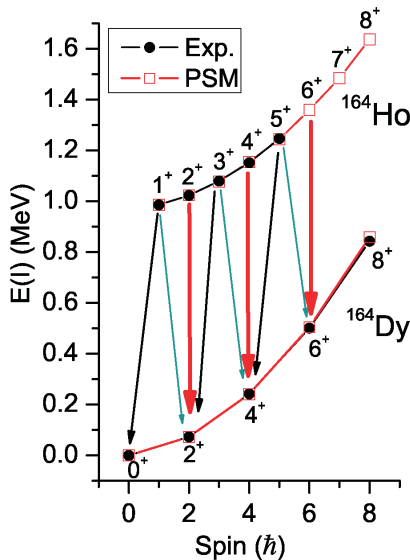


图1 ^{164}Ho 的基带向 ^{164}Dy 的基带的可能的 GT 跃迁

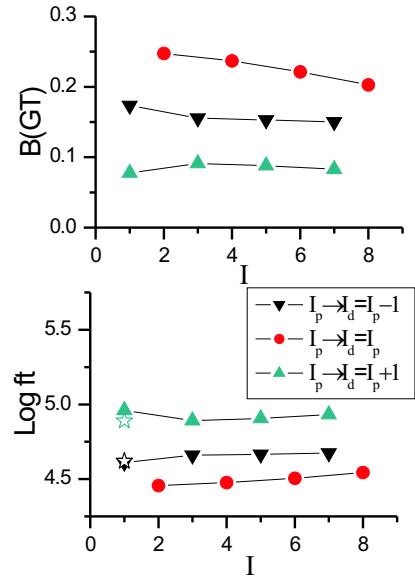


图2 ^{164}Ho 的基带向 ^{164}Dy 的基带跃迁的 $B(\text{GT})$ (上图) 和 $\log ft$ (下图)

在高温高密度的恒星环境下, 有些原子核的衰变率具有增强效应^[13, 14]. 原子核衰变率的增强效应应该是原子核激发态的热布局的结果. 在温度为 T 的热平衡条件下, 激发态的布局几率由 Boltzmann 因子和统计权重决定

$$p_i = \frac{(2I_i + 1)e^{-E_i/kT}}{\sum_m (2I_m + 1)e^{-E_m/kT}}.$$

因此, 实际原子核的恒星衰变率必须考虑母核所有可以热布局的第 i 激发态到可能到达的子核第 j 态跃迁. β 衰变率的增强对于天体核合成有重要影响^[15].

4 总结与展望

本文介绍了一种新发展的计算 Gamow-Teller 跃迁的壳模型方法. 该方法基于投影壳模型, 可以用于研究变形重核的核结构. 介绍了在 PSM 框架下如何计算 GT 跃迁矩阵元, 建立并检验了相应的程序. 应用这一新方法, 开展有限温度下, 变形重核的 β 衰变率或者电子俘获率的态对态理论计算成为可能. 我们的初步计算再现了母核基态的 GT 跃迁, 同时预言了某些低激发的 GT 跃迁比基态的强, 此效应在恒星温度下, 将会增强变形重核总的衰变率.

在目前的计算中, 只考虑了低激发的态允许 β 衰变. PSM 框架下开展禁戒 β 衰变的计算也是可能的. 在 PSM 下研究 GT 巨共振也在我们的考虑之中.

这里介绍的方法应有很多应用, 如在核天体物理的研究中, 我们希望能够开展r过程^[16]和rp过程^[17] β 衰变率的理论计算, 以及超新星核心塌缩过程中的电

子俘获几率的理论计算. 在双 β 衰变理论中, 需要理论计算原子核矩阵元. 我们希望这里介绍的方法对于这些研究均有所贡献.

参考文献(References)

- 1 Fuller G M et al. Ap. J. Suppl., 1980, **42**: 447
- 2 Aufderheide M B et al. Phys. Rev., 1993, **C47**: 2961
- 3 Langanke K, Martnez-Pinedo G. Rev. Mod. Phys., 2003, **75**: 819
- 4 Hara K, Sun Y. Int. J. Mod. Phys., 1995, **E4**: 637
- 5 Sheikh J A, Hara K. Phys. Rev. Lett., 1999, **82**: 3968
- 6 CHEN Y S, GAO Z C. Phys. Rev., 2001, **C63**: 014314
- 7 SUN Y et al. Nucl. Phys., 2002, **A703**: 130
- 8 SUN Y, WU C L. Phys. Rev., 2003, **C68**: 024315
- 9 GAO Z C, CHEN Y S, SUN Y. Phys. Lett., 2006, **B634**: 195
- 10 Kuz'min V A, Soloviev V G. Nucl. Phys., 1998, **A486**: 118
- 11 Tanabe K et al. Phys. Rev., 1999, **C59**: 2492
- 12 Jain A K et al. Rev. Mod. Phys., 1990, **62**: 393
- 13 Cameron A. Ap. J., 1959, **130**: 452
- 14 Bahcall J. Phys. Rev., 1961, **124**: 495
- 15 KÄappeler F. Prog. Part. Nucl. Phys., 1999, **43**: 419
- 16 Pfeiffer B et al. Nucl. Phys., 2001, **A693**: 282
- 17 Schatz H et al. Phys. Rep., 1998, **294**: 167

Beta Decay Theory in the Projected Shell Model^{*}

GAO Zao-Chun^{1,1)} SUN Yang¹ CHEN Yong-Shou²

1 (China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China)

2 (University of Notre Dame, Notre Dame, Indiana 46556, USA)

Abstract A method for calculation of Gamow-Teller transition is developed in the framework of the Projected Shell Model (PSM). The shell model wavefunction is the superposition of the angular-momentum-projected multi-quasiparticle configurations. Calculation of transition matrix elements in the PSM is briefly discussed. Our first example indicates that, while experimentally known Gamow-Teller transition rates from the ground state of the parent nucleus are reproduced, stronger transitions from some low-lying excited states are predicted to occur, which may considerably enhance the total decay rates once these nuclei are exposed to hot stellar environments.

Key words angular momentum projection, Gamow-Teller transition, β decay

^{*} Supported by National Natural Science Foundation of China (10305019,10475115,10435010)

1) E-mail: zcgao@iris.ciae.ac.cn