

实稳定方法研究原子核单粒子共振态*

张力¹ 周善贵^{2,3;1)} 孟杰^{1,2,3}

1(北京大学物理学院 北京 100871)

2(中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

3(兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

摘要 介绍了坐标空间的实稳定方法处理共振问题的基本思想, 并把它应用于求解球形势阱中的共振态. 在确定大小的坐标空间利用束缚态边条件求解散射问题, 得到一系列本征态. 基于共振态的类束缚态性质, 本征能量随坐标空间尺度的改变而缓慢变化的态对应着共振态. 利用本征波函数, 可以计算本征能量对应的相移值. 拟合本征能量和相移得到共振能量和共振宽度.

关键词 实稳定方法 相移 共振参数 共振态

1 引言

随着放射性核束实验装置和探测技术的发展, 一批远离 β 稳定线的新核素相继诞生, 引起人们对具有极端中子质子数比的奇特核进行积极探索^[1-3]. 非束缚的共振态对远离 β 稳定线的原子核性质起着重要的作用. 对它们进行深入系统的研究, 无疑会深化人们对原子核的认识, 推进实验和理论研究的发展.

研究共振态的理论方法主要有 R 矩阵理论^[4]、 K 矩阵理论^[5]、 S 矩阵理论^[6] 等. 这些传统的散射理论通过研究散射相移 $\eta(E)$ 随能量 E 的变化来确定共振参数. 对于束缚态问题, 已经有很多成熟的处理方法. 因此, 如果能采用类似处理束缚态的方法来处理共振态, 则共振态问题无疑会得以简化. 基于这一思想, 人们发展了许多相关的方法. 例如实稳定方法 (Real Stabilization Method, RSM)^[7-9]、复标度方法 (Complex Scaling Method, CSM)^[10]、耦合常数的解析延拓方法 (Analytic Continuation in the Coupling Constant Method, ACCC)^[11,12].

首先介绍实稳定方法处理共振问题的基本思想. 然后利用实稳定方法具体计算了一维势场中的共振态和 Woods-Saxon 势中单粒子共振态, 并将实稳定方法的结果与散射相移方法的结果进行比较. 最后,

对基于实稳定方法的下一步工作做了简单的展望.

2 理论框架

2.1 散射相移方法求解共振态

对于共振问题, 通常采用散射相移法^[13] 进行处理 (以下标记为 S), 假定势场如下^[7]:

$$\begin{cases} V(x) = \frac{1}{2}x^2, & x \leq 0, \\ V(x) = \frac{1}{2}x^2e^{-0.15x^2}, & x \geq 0. \end{cases} \quad (1)$$

此势场中不存在束缚态, 只有连续态. 对于散射问题, 可以通过数值求解满足散射态边界条件的 Schrödinger 方程得到给定能量的波函数及相应的相移. 在共振区附近, 能量和散射相移有如下关系^[7]

$$\eta(E) = \eta_{\text{pot}}(E) + \tan^{-1} \left(\frac{\frac{\Gamma}{2}}{E - E_\gamma} \right). \quad (2)$$

方程中 E_γ 和 Γ 分别是共振能量和共振宽度, 求解散射态 Schrödinger 方程可以得到散射相移 $\eta(E)$. 利用 E , $\eta(E)$ 拟合式 (2) 可以求得共振参数 E_γ , Γ 和 η_{pot} .

2.2 实稳定方法求解共振态

实稳定方法基于束缚态问题的求解方法计算共振

* 国家自然科学基金(10475003, 10575036), 国家重点基础研究发展规划(G2000077407)和中国科学院知识创新基金(KJ CX2-SW-N02, KJ CX2-SW-N17)资助

1) E-mail: sgzhou@itp.ac.cn

问题. 束缚态问题可以通过基展开的方法求解或在坐标空间进行求解. 文献[7]采用基展开的实稳定方法计算了一维势阱中的共振态. 这里讨论坐标空间的实稳定方法, 并计算一维势和球形势中的共振态(以下将基展开的实稳定方法和坐标空间的实稳定方法分别标记为DRSM, CRSM). 对于束缚态Schrödinger方程, 在具体求解时, 给定坐标空间大小 X_{\max} , 进行数值求解可以得到一组本征能量 E_i 和本征态 ψ_i . 改变 X_{\max} 的大小重复这个过程并观察 E_i 随 X_{\max} 的变化行为. 在一定范围内本征能量不随 X_{\max} 的改变而变化的本征态即是共振区的连续态, 这些本征值则是共振区的能量. 图1给出了势场(1)中最低4条本征能量随 X_{\max} 的变化关系, 可以看出存在一个“稳定的”本征能量 ($E \approx 0.466\text{a.u.}$). 根据上面的讨论, 这些能量就是共振区的能量. 对一维势, 相移可由下式求得^[7],

$$\tan \eta = - \frac{\int_0^{\infty} \Psi_E^* [E - H(x)] f(x) \sin kx dx}{\int_0^{\infty} \Psi_E^* [E - H(x)] f(x) \cos kx dx}, \quad (3)$$

共振参数通过拟合式(2)得到.

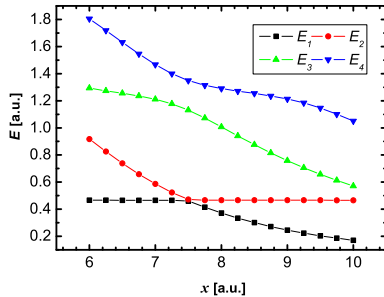


图1 各本征能量随 X_{\max} 大小的变化关系

3 结果和讨论

3.1 一维势阱共振态

DRSM与散射相移法计算势场(1)中的共振态的结果已经在文献[7]给出. 表1中给出了CRSM的计算结果和散射相移法、DRSM的计算结果. 可以看出, 对于一维势, CRSM的计算结果与散射相移法及DRSM的计算结果是一致的, 说明CRSM可以作为处理共振问题的有效方法.

表1 共振参数

	S	DRSM	CRSM
E_γ	0.466105	0.466105	0.466105
Γ	0.000327	0.000321	0.000321

其中S, DRSM, CRSM分别代表散射相移法、基展开空间实稳定方法、坐标空间实稳定方法. 计算结果均用原子单位.

3.2 实稳定方法计算球形势中共振态

核子可以近似看作是在Woods-Saxon势描述的平均场中运动,

$$V(r) = -V_0 \left[1 + e^{\frac{r-R}{a}} \right]^{-1}. \quad (4)$$

式中 V_0, R, a 是参量. 在这里参数取值为 $V_0 = -65\text{MeV}$, $R = 3.09\text{fm}$, $a = 0.6\text{fm}$. 通过观察本征能量随 X_{\max} 的变化关系, 发现, 轨道量子数 $l = 3$ 时, 存在不随 X_{\max} 变化的本征能量, 即势场(4)中存在 f 共振态. 利用式(3)计算共振区散射态能量对应的相移, 进而得到共振参数 $E_\gamma = 5.79\text{MeV}$, $\Gamma = 1.46\text{MeV}$. 图2给出了CRSM计算的共振态波函数.

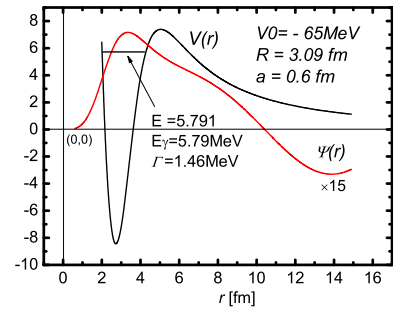


图2 实稳定方法计算得到的球形势中共振参数和共振态波函数

表2 不同 X_{\max} 值, CRSM给出的相移值 (η_{exa} 是散射相移法计算的相移值)

	6.57MeV		5.84MeV		5.32MeV	
X_{\max}/fm	η	X_{\max}/fm	η	X_{\max}/fm	η	
100	2.178	100	1.433	100	0.799	
300	2.106	300	1.358	300	0.721	
500	2.092	500	1.343	500	0.705	
700	2.086	700	1.337	700	0.698	
900	2.083	900	1.333	900	0.695	
1000	2.082	1000	1.332	1000	0.693	
η_{exa}	2.082	—	1.332	—	0.693	

对于球形势, 由于离心势垒衰减比较慢, X_{\max} 的大小对相移的计算结果影响较大. 表2给出了 X_{\max} 取不同值时, 利用式(3)得到的相移与散射相移法相移结果的比较. 随着 X_{\max} 的增大, CRSM相移越来越接近散射相移法计算的结果. 对本文所给势场, $X_{\max} = 1000\text{fm}$ 时, CRSM相移才与 η_{exa} 一致. 这将增大实际工作的计算量. 所以, 尚需寻求更有效的途径来求解相移.

4 小结

本文利用坐标空间实稳定方法计算了一维势场中

的共振态及球形 Woods-Saxon 势中的单粒子共振态, 结果与文献 [7] 及散射相移法一致. 对球形势, 由于离心势垒衰减缓慢, 利用式 (3) 计算散射相移时, 计算量

很大, 因而需要探索更有效的相移计算方法. 与 RMF 理论相结合, CRSM 方法将成为研究原子核单粒子共振态的一种新途径.

参考文献(References)

- 1 Tanihata I. Phys. Rev. Lett., 1985, **55**: 2676
- 2 MENG J, Ring P. Phys. Rev. Lett., 1996, **77**: 3963
- 3 MENG J. Nucl. Phys., 1998, **A635**: 3
- 4 Hale G M, Brown R E, Jarmie N. Phys. Rev. Lett., 1987, **59**: 763
- 5 Humblet J, Filippone B W, Koonin S E. Phys. Rev., 1991, **C44**: 2530
- 6 Taylor J R. Scattering Theory: The Quantum Theory on Nonrelativistic Collisions (John Wiley & Sons, New York, 1972)
- 7 Hazi A U, Taylor H S. Phys. Rev., 1970, **A1**: 1109
- 8 Taylor H S, Advan. Chem. Phys., 1970, **18**: 91
- 9 Taylor H S, Nazarov G V, Golebiewski A. J. Chem. Phys., 1966, **45**: 2872
- 10 Kruppa A T, Heenen P H, Flocard H et al. Phys. Rev. Lett., 1997, **79**: 2217
- 11 Kukulin V I, Krasnopl'sky V M, Horáček J. Thoery of Resonances: Principles and Applications(Kluwer Academic, Dordrecht, 1989)
- 12 ZHANG S S, MENG J, GUO J Y. HEP & NP, 2003, **27**(12): 1095 (in Chinese)
(张时声, 孟杰, 郭建友. 高能物理与核物理, 2003, **27**(12): 1095)
- 13 Sandulescu N, GENG L S, Toki H et al. Phys. Rev. Lett., 2003, **68**: 054323

Real Stabilization Method and Its Application in Calculating Resonance States^{*}

ZHANG Li¹ ZHOU Shan-Gui^{2,3;1)} MENG Jie^{1,2,3}

1(School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

2(Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

3(Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator of Lanzhou, Lanzhou 730000, China)

Abstract We calculate the single-particle resonances in a spherical Woods-Saxon potential using real stabilization method. The box discretization method is used to find positive energy states of the Woods-Saxon potential. The discretized positive energy is stabilized against the box size when a resonance condition is met. The phase shifts are calculated by using the wave functions thus obtained. The resonance parameters could be calculated through fitting the energies and phase shifts in resonance region to the Wigner formula.

Key words real stabilization method, phase shift, resonance parameters, resonance state

^{*} Supported by National Natural Science Foundation of China (10475003, 10575036), Major State Basic Research Development Program (G2000077407) and Knowledge Innovation Project of Chinese Academy of Sciences (KJCX2-SW-N02, KJCX-SW-N17)

1) E-mail: sgzhou@itp.ac.cn