

# 关于光学速调管长波长辐射的分析

李煜辉 贾启卡

(中国科学技术大学国家同步辐射实验室 合肥 230029)

**摘要** 由波荡器渡越辐射公式和电子通过 wiggler 边界产生的长波长辐射公式, 解析给出了电子通过光学速调管时产生的长波长辐射公式. 根据基本的电动力学公式数值计算出合肥同步辐射装置光学速调管的长波辐射, 并将其结果与解析公式的结果进行比较. 计算合肥同步辐射装置的光学速调管和弯转磁铁在红外波段范围内辐射的强度和通量, 表明光学速调管有很好的性能. 本文说明, 光学速调管不但可以用来进行相干谐波的试验研究, 也可以兼用作储存环中的红外辐射光源.

**关键词** 光学速调管 长波长辐射 同步辐射

## 1 引言

相对论电子通过磁场边界时, 受到洛仑兹力的作用, 运动状态会由匀速(加速)运动变为加速(匀速)运动. 这种运动状态的改变, 会产生波长较长的辐射, 它有别于通常研究的相对论电子在弯转磁铁、波荡器等装置的磁场内部作连续加速运动产生的辐射.

光学速调管(Optical Klystron)是一种在电子储存环中产生相干谐波自由电子激光的装置, 它由调制段、色散段和辐射段三部分构成. 调制段和辐射段可以看作两个波荡器( $K \sim 1$ ), 色散段可以看作一个单周期扭摆磁铁( $K \gg 1$ ). 电子在通过光学速调管的时候要分别通过调制段、色散段和辐射段的边界. 下面主要分析电子在通过这些边界时产生的辐射.

## 2 光学速调管长波长辐射的理论公式

做加速运动的相对论电子产生的辐射在单位立体角,  $\omega$  频率下  $\Delta\omega$  带宽内的光子通量由远场近似公式计算<sup>[1]</sup>:

$$\frac{dN}{d\Omega} = \frac{\alpha}{4\pi^2} \frac{I \Delta\omega}{e \omega} |A(\omega)|^2, \quad (1)$$

$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \frac{d}{dt} \left( \frac{\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta})}{1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}} \right) \exp(i\omega \int_0^t [1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}(t')] dt'), \quad (2)$$

其中  $\alpha \approx 1/137$  是精细结构常数,  $I$  为平均电流强度,  $e$

为电子电荷.  $A(\omega)$  是辐射光场的矢势量.

电子通过波荡器边界时, 产生的长波长辐射的  $A(\omega)$  可以表示为<sup>[1]</sup>

$$A(\omega) = [1 - \exp(i2N_{\text{und}}\pi v(\theta))] \cdot (\cos \varphi \hat{x} + \sin \varphi \hat{y}) \times \left[ \frac{\gamma^2 K^2 \theta}{(1 + \gamma^2 \theta^2)(1 + K^2/2 + \gamma^2 \theta^2)} \right], \quad (3)$$

其中  $v(\theta) = \lambda_1(\theta)/\lambda_r$ ,  $\lambda_1(\theta)$  是波荡器在  $\theta$  角度下的基波波长,  $\lambda_r$  是辐射波长,  $N_{\text{und}}$  是磁场的周期数,  $K$  是波荡器磁场参数,  $\gamma$  表示电子的能量.

电子通过扭摆磁铁边界的时候, 产生的长波长辐射的  $A(\omega)$  可以表示为<sup>[2]</sup>

$$A(\omega) = \frac{2\gamma^2 \theta}{1 + \gamma^2 \theta^2} \left( 1 - \exp \left[ \frac{2i\pi}{\lambda_r} (C \cdot T - L \cdot \cos \theta) \right] \right) \times (\hat{x} \cos \varphi + \hat{y} \sin \varphi), \quad (4)$$

其中  $T$  表示电子通过扭摆磁铁的时间,  $L$  表示扭摆磁铁磁场分布的长度,  $C$  表示光速.

电子通过扭摆磁铁的时间跟其磁场  $B_d$  的二次积分有关:

$$T \approx \frac{1}{C} \left[ L + \frac{1}{2} \left( \frac{e}{m\gamma C} \right)^2 \int_0^L dz \left( \int_0^z B_d(z') dz' \right)^2 \right]. \quad (5)$$

上文提到光学速调管是由两段波荡器中间夹一段扭摆磁铁组成的, 所以电子通过它产生的边界辐射应

该由 (3) 式和 (4) 式共同表示:

$$A(\omega) = A_1(\omega) + \exp(i2N_{\text{und}1}\pi v_1(\theta)) A_2(\omega) \times \exp[i2\pi N_{\text{und}1}v_1(\theta) + \frac{2i\pi}{\lambda_r}(cT - \cos\theta \cdot L)] A_3(\omega). \quad (6)$$

其中  $A_1(\omega)$  和  $A_3(\omega)$  表示调制段和辐射段的贡献, 可以由 (3) 式计算,  $A_2(\omega)$  表示色散段的贡献, 可以由 (4) 式计算.  $T$  和  $L$  表示电子通过色散段的时间和色散段的长度,  $N_{\text{und}1}$  表示色散段的周期数.

$$\exp\left[i2\pi N_{\text{und}1}\pi v_1(\theta) + i\frac{2\pi}{\lambda_r}(C \cdot T - L \cdot \cos(\theta))\right]$$

和  $\exp(i2N_{\text{und}1}\pi v_1(\theta))$  分别表示辐射段和色散段相对于调制段的相位差.

利用上述各式, 带入具体的参数就可以算出电子通过光学速调管边界时产生的长波长辐射.

### 3 HLS 光学速调管长波长辐射的计算

为了在储存环上开展相干谐波自由电子激光的研究, 合肥同步辐射装置建造了一个纯永磁型光学速调管. 在某个磁场间隙下, 可以利用解析公式拟合出一个磁场分布. 如图 1 所示, 该光学速调管的调制段和辐射段各有 11 个周期, 峰值磁场强度 0.191T, 周期长度 0.072m; 色散段的长度为 0.372m.

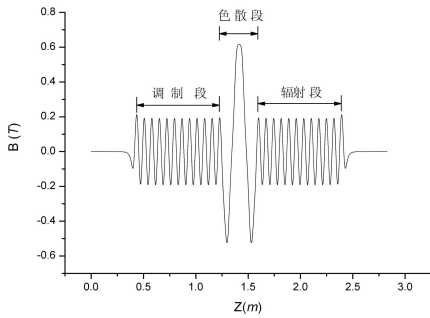


图 1 合肥同步辐射装置光学速调管磁场分布

本文在推导光学速调管长波辐射公式中用到波荡器和扭摆磁铁长波辐射公式 (3) 和 (4), 它们都是由基本的电动力学公式 (2) 推导出来<sup>[1, 2]</sup>. 在推导过程中, 对于长波长辐射的情况取了近似. 这些近似对于波荡器和扭摆磁铁产生的辐射没有影响, 但是会影响到光学速调管的长波辐射还不可知. 为了讨论近似对于光学速调管的影响, 在计算合肥同步辐射装置的光学速调管长波辐射的过程中, 同时采用本文给出的 (3)—(6) 式进行解析计算和用基本的电动力学公式 (2) 进行数值计算两种方法. 计算结果如图 2 和图 3 所示.

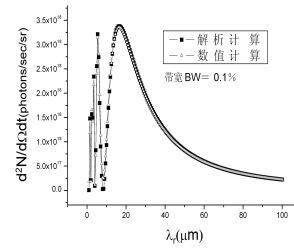


图 2 光学速调管辐射强度随波长的变化

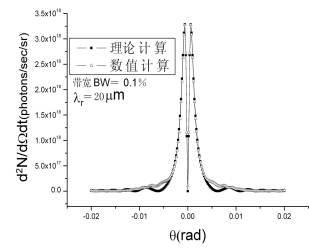


图 3 光学速调管辐射强度随角度的变化

从图 2 和图 3 可以看出, 解析计算和数值计算的结果符合的很好, 验证了本文给出的光学速调管长波辐射的解析公式的正确性, 说明长波长近似对于光学速调管的情况也是合理的. 另外, 从图 2、图 3 也可以看出合肥同步辐射装置的光学速调管在该磁场间隙下长波长辐射的特点: 辐射强度在 20  $\mu\text{m}$  左右达到最大值, 辐射主要集中在轴线附近很小的一个角度范围内 ( $1/\gamma$  量级).

辐射的解析公式包含色散段磁场  $B_d$  和辐射段以及调制段的波荡器参数  $K$ , 通过调节光学速调管色散段、辐射段和调制段的磁场间隙可以改变这些参数, 从而根据实验要求调节辐射强度随波长的分布.

### 4 光学速调管与弯转磁铁长波辐射的比较

现有的同步辐射装置中红外光源大多是利用弯转磁铁产生的同步辐射. 弯转磁铁同步辐射在单位立体角、单位时间、 $\Delta\omega/\omega$  带宽内产生的光子数为<sup>[3]</sup>

$$\frac{dN}{d\Omega} = \frac{3\alpha}{4\pi^2} \frac{I}{e} \frac{\Delta\omega}{\omega} \gamma^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 (1 + \gamma^2\theta^2)^2 \times \left[ K_{2/3}^2(\xi) + \frac{\gamma^2\theta^2}{1 + \gamma^2\theta^2} K_{1/3}^2(\xi) \right], \quad (7)$$

其中  $\xi = \frac{\omega\rho(1 + \gamma^2\theta^2)^{3/2}}{3C\gamma^3}$ ,  $\omega$  是辐射的频率,  $\rho$  是电子的弯转半径,  $\theta$  表示辐射方向垂直于弯转平面的角度.  $\omega_c = 1.5C\gamma^3/\rho$  是临界频率,  $K_{1/3}(\xi)$  表示修正贝塞耳函数.

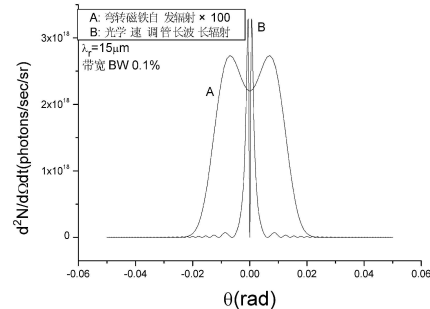


图 4 光学速调管和弯转磁铁辐射强度随角度的变化

从图4可以看出,与通常的弯转磁铁自发辐射相比,在红外波段,光学速调管的辐射强度远远大于弯转磁铁(约为100倍).

弯转磁铁单位时间、单位水平转角内辐射的光子通量为<sup>[3]</sup>

$$\frac{dN}{d\psi} = \frac{\sqrt{3}\alpha}{2\pi} \gamma \frac{I}{e} \frac{\Delta\omega}{\omega} \frac{\omega}{\omega_c} \int_{\omega/\omega_c}^{\infty} K_{5/3}(x) dx, \quad (8)$$

其中 $\psi$ 表示电子在水平方向的转角.

电子通过光学速调管时产生的长波长辐射的光通量可以表示为

$$N_{\text{total}} = 2\pi \int_0^{\theta_{\text{max}}} \frac{dN}{d\Omega} \sin\theta d\theta, \quad (9)$$

其中 $dN/d\Omega$ 可以由(1), (3), (4), (6)式计算,  $\theta_{\text{max}}$ 表示光束线的接收角.

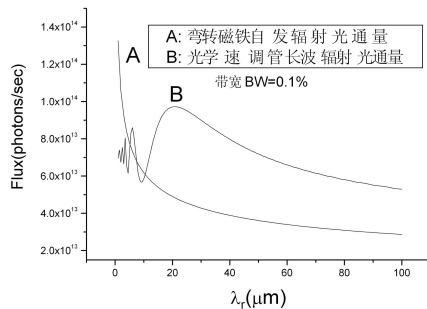


图5 光学速调管和弯转磁铁辐射光通量的比较

合肥同步辐射装置红外站的水平方向接收角为80mrad,垂直方向接收角为60mrad.所以计算中我们

选择(8)式中的 $\psi$ 和(9)式中的 $\theta_{\text{max}}$ 分别为80mrad.

从图5可以看出,合肥同步辐射装置的弯转磁铁和光学速调管相比,当波长大于10 $\mu\text{m}$ 时,光学速调管的辐射通量要大于弯转磁铁.

## 5 总结

本文首先给出电子在通过光学速调管边界时产生的长波长辐射的计算公式,然后分别通过该解析公式和基本的电动力学公式计算了合肥同步辐射装置光学速调管的长波长辐射,结果验证了解析公式的正确性.并且简单的分析了光学速调管长波长辐射的特点.

比较了弯转磁铁自发辐射和光学速调管长波辐射在红外波段的强度和光通量,发现无论是辐射的强度还是通量,光学速调管与弯转磁铁相比,都有很好的性能.说明了合肥同步辐射装置的光学速调管除了可以用来开展相干谐波自由电子激光的研究之外,也可以作为一个红外辐射的光源.

光学速调管相对于弯转磁铁在长波辐射的另一个优点是,它的辐射集中在轴线附近,而弯转磁铁的辐射通量与其水平接收角成正比关系,减小接收角,对辐射的通量影响很大.因此光学速调管长波长辐射的接收角可以做到远小于弯转磁铁.小的接收角可以减小真空室的窗口以及提高辐射的横向相干性.

本文得到了本实验室的张鹏飞、张善才、陈念的帮助,在此表示感谢.

## 参考文献(References)

- 1 Kim K J. Phys. Rev. Lett., 1996, **76**: 1244—1247
- 2 LI Yu-Hui, JIA Qi-Ka. ACTA PHYS SIN-CH ED, 2005,

**54**: 3584—3589 (in Chinese)

(李煜辉, 贾启卡. 物理学报, 2005, **54**: 3584—3589)

- 3 Wiedemann H. Particle Accelerator Physics, Berlin: Heidelberg, Springer, 1993. 325

# Longwavelength Radiation from Optic Klystron

LI Yu-Hui JIA Qi-Ka

(National Synchrotron Radiation Laboratory, University of Science and Technology of China, Hefei 230029, China)

**Abstract** This paper investigates long wavelength radiation from the electron beams passing through Optic Klystron. First, a set of formulas is given to compute the long wavelength radiation by Optic Klystron. Next, the quantities of the formulas are testified by a program based on the basic electron dynamic theory. At the end of the paper, the flux per unit solid angle and the flux of long wavelength radiation, which are from bending magnet and Optic Klystron, respectively, are compared. The result shows that for the radiation in the infrared region, Optic Klystron is superior to bending magnet. This paper shows that the Optic Klystron in the National Synchrotron Radiation Laboratory, which is used for the coherent harmonic generation FEL, can be used as a high brilliance infrared source as well.

**Key words** Optic Klystron, long wavelength radiation, synchrotron radiation