

相对论平均场理论对¹⁹⁶Pb超形变态的研究*

圣宗强^{1;1)} 邵继红¹ 郭建友²

1 (安徽理工大学数理系 淮南 232001)

2 (安徽大学物理与材料科学学院 合肥 230039)

摘要 在形变约束的相对论平均场理论框架下,用TMA, PK1, NL3和NL-SH相互作用对¹⁹⁶Pb的超形变态进行了系统研究. 给出了¹⁹⁶Pb的位能曲线、基态和超形变态的形变以及超形变态退激的激发能.¹⁹⁶Pb的基态为 $\beta_2 \approx -0.15$ 的扁椭球,超形变激发态为 $\beta_2 \approx 0.60$ 的长椭球,激发能在4—5MeV之间,势阱深度在1—2.2MeV之间. 这些结果与最近观测的实验数据符合非常好,表明相对论平均场理论能够较好地描述¹⁹⁶Pb超形变转动带带首的能量.

关键词 相对论平均场理论 超形变核态 激发能

1 引言

原子核的超形变(superdeformed, SD)态是核结构领域十分热门的课题之一,国内外研究十分活跃. 到目前为止,人们已分别在190, 150, 130, 80以及60质量区观测到250多条SD带,其中在 $A \sim 190$ 区就发现了85条超形变带. 这些超形变核态通常被解释为壳效应引起的稳定的大形变核态(长短轴之比为2:1的长椭球形). 实验上发现超形变带到正常形变带之间的跃迁十分微弱. 对超形变核态的一些基本性质,如自旋、宇称和激发能等,主要依赖于理论计算. 目前只有少数几个超形变态的基态性质,如带首自旋和激发能已从实验上确定. 在 $A \sim 190$ 区,实验上已经确定带首自旋和激发能的核态为¹⁹⁴Hg^[1, 2], ¹⁹²Pb^[3], ¹⁹⁴Pb^[4, 5], ¹⁹⁵Pb^[6], ¹⁹¹Hg^[7]和¹⁹²Hg^[8]等. 对这些超形变核态的研究,不仅可以检验现有理论的有效性,而且可以帮助研究其他超形变核态. 目前已有许多理论对其进行了研究^[9].

相对论平均场(relativistic mean field, RMF)理论是最成功的微观理论模型之一^[10]. 在过去的几年里,它成功地描述了许多稳定核和远离 β 稳定线核的基态性质^[11, 12]. 对核物质的描述, RMF理论计算出的Co-

ester line比非相对论的结果好^[13]. RMF理论还给出了超形变核全同带^[14]和中子晕的新解释^[15],预言了靠近中子滴线的重核中可能存在巨中子晕^[16]的新现象. RMF理论自然地给出自旋-轨道力和赝自旋对称性的解释^[17—25],对磁转动^[26]和集体激发^[27]也有很好的描述. 关于RMF理论的最新进展可参看文献^[28]. 由于RMF理论能够很好地描述原子核的基态性质, Lalazissis等用RMF理论系统研究了¹⁹²Hg, ¹⁹⁴Hg和¹⁹⁴Pb等超形变核态的性质^[9],取得了与实验一致的结果. 最近Wilson等用时间相关(time-correlated)的 γ 射线谱法研究了¹⁹⁶Pb超形变核态,确定¹⁹⁶Pb的超形变态相对于基态的激发能为5.630MeV^[29]. 为此,本文将用RMF理论对¹⁹⁶Pb的超形变态进行系统研究.

2 理论框架

在相对论平均场理论框架下,核子被描述为在经典的介子场中运动的Dirac粒子,核子-核子之间通过交换 σ 介子、 ω 介子和 ρ 介子发生相互作用(质子还交换光子产生电磁相互作用). 其出发点是一个有效的拉格朗日密度:

2005 - 12 - 14 收稿

* 国家自然科学基金(10475001), 新世纪优秀人才支持计划基金, 安徽省高等学校拔尖人才基金和安徽省教育厅自然科学基金(2006KJ056C)资助

1) E-mail: shengzongq309@yahoo.com.cn

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - M)\psi + \frac{1}{2}\partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - \frac{1}{2}m_\sigma^2 \sigma^2 - \\
& \frac{1}{3}g_2 \sigma^3 - \frac{1}{4}g_3 \sigma^4 - g_\sigma \bar{\psi} \sigma \psi - \frac{1}{4}W^{\mu\nu} W_{\mu\nu} + \\
& \frac{1}{2}m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu - g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \omega_\mu \psi + \frac{1}{4}g_4 (\omega^\mu \omega_\mu)^2 - \\
& \frac{1}{4}R^{\mu\nu} R_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2 \rho^\mu \rho_\mu - g_\rho \bar{\psi} \gamma^\mu \boldsymbol{\tau} \rho_\mu \psi - \\
& \frac{1}{4}F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - e\bar{\psi} \gamma^\mu \frac{1-\tau_3}{2} A_\mu \psi, \quad (1)
\end{aligned}$$

利用(1)式, 通过经典变分原理可导出核子运动的Dirac方程:

$$[-i\boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla + V(r) + \beta(M + S(r))] \psi_i = \varepsilon_i \psi_i, \quad (2)$$

以及介子和光子运动的Klein-Gordon方程:

$$\begin{cases}
(-\Delta + m_\sigma^2)\sigma(r) = -g_\sigma \rho_s(r) - g_2 \sigma^2(r) - g_3 \sigma^3(r), \\
(-\Delta + m_\omega^2)\omega^\mu(r) = g_\omega j^\mu(r) - g_4 (\omega^\nu \omega_\nu) \omega^\mu(r), \\
(-\Delta + m_\rho^2)\rho^\mu(r) = g_\rho j^\mu(r), \\
-\Delta A^\mu(r) = e j_\rho^\mu(r),
\end{cases} \quad (3)$$

其中 $V(r)$ 和 $S(r)$ 分别是矢量势和标量势.

$$\begin{cases}
V(r) = \beta \left[g_\omega \gamma^\mu \omega_\mu(r) + \right. \\
\left. g_\rho \gamma^\mu \boldsymbol{\tau} \rho_\mu(r) + e \gamma^\mu \frac{1-\tau_3}{2} A_\mu(r) \right], \\
S(r) = g_\sigma \sigma(r),
\end{cases} \quad (4)$$

方程(2)和(3)可以自洽地迭代计算, 具体的细节可参看文献[30,31].

形变约束计算可以通过对下式的非约束Hamiltonian量本征值变分来实现^[32]:

$$\langle H' \rangle = \langle H \rangle + \frac{1}{2} C_\mu (\langle Q_2 \rangle - \mu_2)^2. \quad (5)$$

其中 C_μ 为约束计算乘子, μ_2 为给定的四极矩数值. 这样在不同四极形变下的结合能就可以得到.

3 数值计算结果与讨论

在计算中采用几组最常用的有效的相互作用即:TMA^[33], PK1^[34], NL3^[35]和NL-SH^[36]相互作用, 用这4组相互作用在约束形变的情况下分别计算¹⁹⁶Pb的能量表面. 并采用轴对称谐振子基展开的计算方法, 基底数为 $N_f = N_b = 20$, 在这种条件下计算量是非常大的, 但这保证了计算的精度. 另外为了计算简便,

采用固定能隙的BCS近似来描述对关联, 对能隙取 $\Delta_n = \Delta_p = 11.2/A^{1/2}$ MeV.

约束形变RMF计算¹⁹⁶Pb的结果见表1.

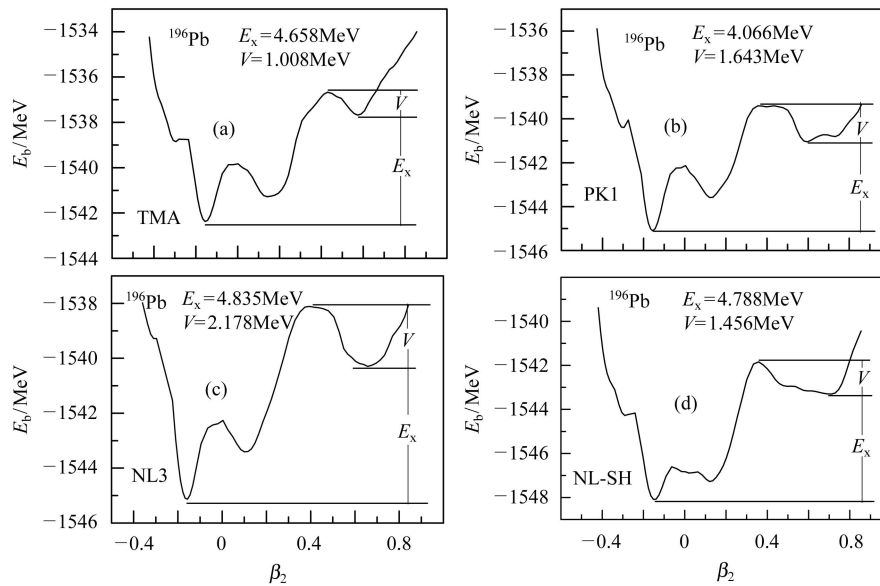
表1 约束形变RMF计算¹⁹⁶Pb的基本数据

相互作用	基态		超形变态		激发能 E_x /MeV
	E_b (cal)/MeV	β_2	E_b^* (cal)/MeV	β_2^*	
TMA	-1542.376	-0.155	-1537.718	0.573	4.658
PK1	-1545.102	-0.155	-1541.047	0.596	4.055
NL3	-1545.133	-0.156	-1540.298	0.658	4.835
NL-SH	-1548.088	-0.152	-1543.293	0.692	4.895

注: E_b (cal)为理论计算值, β_2 为四极形变, 加星号的为超形变态时的结合能和四极形变, E_x 为超形变态相对于基态的激发能.

¹⁹⁶Pb基态结合能的实验值^[37]为-1543.250MeV. 从表1中可以看出, 在基态结合能方面, TMA相互作用计算出的¹⁹⁶Pb的理论值和实验值最吻合, 理论值只比实验值小0.874MeV, 相对误差不到0.1%, PK1和NL3相互作用的计算结果稍差一些, 相对误差不到0.2%, 而NL-SH相互作用的计算结果要差的多, 理论值比实验值大4.838MeV. 这说明前3组相互作用对¹⁹⁶Pb的计算是比较可靠的. 另外4组相互作用的计算都给出的基态的 $\beta_2 = -0.155$ 左右, 即在基态¹⁹⁶Pb的形状是扁椭球状的. 我们的计算进一步证实了¹⁹⁶Pb确实存在超形变现象, 对TMA相互作用来说, 在 $\beta_2 = 0.573$ 处存在一个能量极小值, 此值为-1537.718MeV, 它和基态结合能的差值为 $E_x = 4.658$ MeV, 此差值即为超形变态相对于基态的激发能, 也就是¹⁹⁶Pb超形变带的带首能量. 而在文献[29]中给出的实验值为5.630MeV, 和理论值相差为0.972MeV, 我们的理论计算值还是基本能反映出这个激发能. 对于PK1, NL3和NL-SH相互作用, 计算给出的超形变位置分别在 $\beta_2 = 0.596, 0.658, 0.692$ 处, 后两组相互作用给出的超形变位置稍偏大一点. 激发能分别为 $E_x = 4.055, 4.835, 4.895$ MeV. RMF理论计算出的¹⁹⁶Pb激发能大致在4—5MeV之间, 和实验值的差值在1MeV左右. 在文献[29]中也用其他的一些模型如: Strutinsky方法、Hartree-Fock-Bogoliubov方法以及簇团模型等计算了^{192, 194, 196}Pb等几个核的激发能, 它们的计算结果和实验值也有一定的差距, 差值大多在1MeV甚至更多. 因此在研究超形变核的基本性质方面也对当前的核模型提出了巨大的挑战.

约束形变RMF计算出的¹⁹⁶Pb的能量表面随四极形变变化的曲线示于图1.

图 1 ^{196}Pb 的位能曲线图

图中 E_x 为激发能, V 为超形变态的势阱深度, (a) TMA 相互作用; (b) PK1 相互作用; (c) NL3 相互作用; (d) NL-SH 相互作用.

在图 1 中可以看到 4 组相互作用计算的位能曲线的形状基本相似, 超形变的阱深分别为 $V=1.008, 1.643, 2.178, 1.456\text{MeV}$, 这些都是比较大的深度, 正是这样大的阱深阻止了超形变向正常形变的衰变, 加上激发能大多在 $4\text{—}5\text{MeV}$ 之间, 这也是比较大的激发能, 正是由于上述这两个因素, 使得 ^{196}Pb 中的超形变态能成为一个稳定的核态.

4 总结

在形变约束的 RMF 理论框架下, 用 TMA, PK1,

NL3 和 NL-SH 等相互作用计算了 ^{196}Pb 核, 利用计算结果画出了它的位能曲线图, 结果显示其基态形状为 $\beta_2 \approx -0.15$ 的扁椭球, 计算表明 ^{196}Pb 确实存在超形变现象, RMF 理论算出的超形变态的激发能在 $4\text{—}5\text{MeV}$ 之间, 和实验值的差值在 1MeV 左右, 它的势阱深度为 $V=1\text{—}2.2\text{MeV}$ 之间. 我们的计算基本能反映出实验值. 计算结果和其他的一些模型如: Strutinsky 方法、Hartree-Fock-Bogoliubov 方法以及簇团模型等计算的结果差不多, 都不能很精确地重复出实验数据, 在研究超形变核方面也对当前的核模型提出了巨大的挑战.

参考文献(References)

- Khoo T L et al. Phys. Rev. Lett., 1996, **76**: 1583—1586
- Hackman G et al. Phys. Rev. Lett., 1997, **79**: 4100—4103
- Wilson A N et al. Phys. Rev. Lett., 2003, **90**: 142501
- Lopez-Martens A et al. Phys. Lett., 1996, **B380**: 18—23
- Hauschild K et al. Phys. Rev., 1997, **C55**: 2819—2825
- Johnson M S et al. Phys. Rev., 2005, **C71**: 044310
- Siem S et al. Phys. Rev., 2004, **C70**: 014303
- Lauritsen T et al. Phys. Rev., 2000, **C62**: 044316
- Lalazissis G A, Ring P. Phys. Lett., 1998, **B427**: 225—230
- Serot B D, Walecka J D. Adv. Nucl. Phys., 1986, **16**: 1
- Ring P. Prog. Part. Nucl. Phys., 1996, **37**: 193—253
- MENG J. Nucl. Phys., 1998, **A635**: 3—42
- Brockmann R, Machleidt R. Phys. Rev., 1990, **C42**: 1965—1980
- Käönig J, Ring P. Phys. Rev. Lett., 1993, **71**: 3079—3082
- MENG J, Ring P. Phys. Rev. Lett., 1996, **77**: 3963—3966
- MENG J, Ring P. Phys. Rev. Lett., 1998, **80**: 460—463
- Arima A, Harvey M, Shimizu K. Phys. Lett., 1969, **B30**: 517—522
- Hecht K T, Adler A. Nucl. Phys., 1969, **A137**: 129—143
- Ginocchio J N. Phys. Rev. Lett., 1997, **78**: 436—439
- MENG J, Sugawara-Tanabe K, Yamaji S et al. Phys. Rev., 1998, **C58**: R628—631
- MENG J, Sugawara-Tanabe K, Yamaji S et al. Phys. Rev., 1999, **C59**: 154—163
- GUO J Y, SHENG Z Q. Phys. Lett., 2005, **A338**: 90—96
- GUO J Y, FANG X Z, XU F X. Nucl. Phys., 2005, **A757**: 411—421
- GUO J Y, WANG R D, FANG X Z. Phys. Rev., 2005, **C72**: 054319
- ZHOU S G, MENG J, Ring P. Phys. Rev. Lett., 2003, **91**: 262501
- Madokoro H, MENG J, Matsuzaki M et al. Phys. Rev., 2000, **C62**: 061301

- 27 MA Z Y, Wandelt A, Giai N V et al. Nucl. Phys., 2002, **A703**: 222—239
- 28 MENG J, Toki H, ZHOU S G et al. Prog. Part. Nucl. Phys., 2005, in press
- 29 Wilson A N et al. Phys. Rev. Lett., 2005, **95**: 182501
- 30 Gambhir Y, Ring P, Thimet A. Ann. Phys. (N.Y.), 1990, **198**: 132—179
- 31 ZHOU S G, MENG J, Ring P. Phys. Rev., 2003, **C68**: 034323
- 32 Ring P, Schuck P. The Nuclear Many Body Problem. Springer, 1980
- 33 Sugahara Y. PhD Thesis, Tokyo Metropolitan University, 1994
- 34 LONG W H, MENG J, Giai N V et al. Phys. Rev., 2004, **C69**: 034319
- 35 Lalazissis G A, König J, Ring P. Phys. Rev., 1997, **C55**: 540—543
- 36 Sharma M, Nagarajan M, Ring P. Phys. Lett., 1993, **B312**: 377—381
- 37 Audi G, Wapstra A H. Nucl. Phys., 1995, **A595**: 409—480

Study of the Superdeformed State of ^{196}Pb in the Relativistic Mean Field Theory*

SHENG Zong-Qiang^{1;1)} SHAO Ji-Hong¹ GUO Jian-You²

¹ (Department of Mathematics & Physics, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China)

² (School of Physics & Material, Anhui University, Hefei 230039, China)

Abstract Based on the constrained relativistic mean field (RMF) theory, the superdeformed states of ^{196}Pb are systematically investigated with four different interactions, TMA, PK1, NL3 and NL-SH. The potential surface, the quadruple deformation of ground and superdeformed states, and the excitation energies of superdeformed states are calculated. The results show that the shape of ^{196}Pb is oblate for the ground state with deformation $\beta_2 \approx -0.15$, and prolate for the superdeformed states with deformation $\beta_2 \approx 0.60$. The calculated excitation energy and the depth of the potential well of the superdeformed state are approximately equal to 4.5MeV and 1.6MeV, respectively. These results are in good agreement with the current experimental data. It indicates that RMF theory can well describe the energy of the band head of superdeformed rotational band in ^{196}Pb .

Key words relativistic mean field, superdeformed state, excitation energy

Received 14 December 2005

*Supported by National Natural Science Foundation of China (10475001), Program for New Century Excellent Talents in University of China, Program for Excellent Talents in Anhui Province University and Natural Science Foundation of Anhui Educational Committee (2006KJ056C)

1) E-mail: shengzongq309@yahoo.com.cn