

# 用电子散射对S核和Si核同位素的进一步研究\*

范颖<sup>1</sup> 任中洲<sup>1,2;1)</sup>

1 (南京大学物理系 南京 210008)

2 (兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

**摘要** 用相对论平均场计算了<sup>26,28,30,32</sup>S和<sup>22,24,26,28</sup>Si的结合能,均方根半径,质子皮厚度,单粒子能级等.两套参数TM2和NL-SH的计算结果与实验值比较符合.用平均场与相对论Eikonal近似结合计算出<sup>32</sup>S和<sup>28</sup>Si的形状因子和微分截面的结果,与实验值也符合得较好.进一步研究了S和Si的同位素链的基本性质和电子散射,讨论了电子散射的电荷形状因子对电荷密度变化的敏感性.电荷形状因子在下一代电子-不稳定原子核对撞机上可以测量,这将能精确测量不稳定核的电荷半径和电荷密度分布,本文计算的结果可供未来实验参考.

**关键词** 相对论平均场 Eikonal近似 形状因子

## 1 引言

自从20世纪80年代中期Tanihata等人首次从实验上观测到了<sup>11</sup>Li有异常大的物质分布半径<sup>[1]</sup>以来,对于原子核晕现象的研究就一直是当代核物理中最活跃的研究领域之一<sup>[2-11]</sup>.晕的起因是最后一个核子或核子对处于弱束缚核态,占据低角动量能级.目前有很多大实验室都对核的晕现象进行研究.

原子核电荷密度分布对了解核的内部结构是非常重要的,高能电子是探测原子核电磁结构很好的探针.多年来,电子散射已经被证明是研究稳定原子核结构一种非常有效的方法,提供了许多有关原子核结构的信息.目前,国际上正在研制电子-不稳定原子核对撞装置,电子-不稳定核对撞机将在日本的RIKEN实验室制造,这种对撞机也被德国政府批准将在德国GSI建造<sup>[12]</sup>.新的方案SCRIT被提出,其目的是用弹性电子散射测量形状因子.这些新的设备和方案将提供在电子散射情况下不稳定核的电荷形状因子,从而可以系统地研究稳定核和不稳定核的电荷半径及电荷密度分布.

在理论方面,相对论平均场模型在计算原子核结构方面取得了很大成功,已被广泛地应用到许多核物

理问题中.本文用相对论平均场程序计算S和Si的几个同位素核,研究它们的性质,并与已有实验数据进行了比较.关于<sup>28</sup>S附近核性质实验研究也将在兰州重离子加速器上进行,预计这些研究也有助于将来的实验工作.在文献[13]中,我们曾经用相对论平均场与Eikonal近似结合,计算并讨论了质子晕核<sup>17</sup>F电荷密度分布和形状因子的特征和性质,本文将用这种方法对S和Si同位素链作进一步研究,讨论中子数变化对电荷密度分布和电荷形状因子的影响.

## 2 电子散射的Eikonal近似理论

关于用相对论平均场框架,已在许多文献中给出<sup>[14-17]</sup>,这里不再讨论.

电子的Eikonal近似方法考虑了原子核库仑场对电子波的扭曲作用,对于高能电子与原子核的散射可以给出与实验符合得很好的结果,相对论Eikonal近似的表达式可参见文献[18,19],对电荷密度极端相对论电子散射可以在文献[19]找到.

相对论Eikonal近似的出发点是下述形式的Dirac方程<sup>[19]</sup>

$$(\alpha \cdot \mathbf{p} + \beta m - E)\psi(\mathbf{r}) = -V(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}), \quad (1)$$

2006-01-17 收稿

\* 国家自然科学基金(10535010)和国家重点基础研究发展规划项目(G2000077400)资助

1) E-mail: zren@nju.edu.cn

这里  $E$  和  $m$  分别是电子的能量和质量,  $\alpha$  和  $\beta$  是 Dirac 矩阵. 利用格林函数方法, 散射振幅由下式表达<sup>[19]</sup>

$$f(\theta) = -\frac{1}{4\pi}(\alpha \cdot \mathbf{k}_f + \beta m + E) \int e^{-i\mathbf{k}_f \cdot \mathbf{r}} V(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (2)$$

这里  $\theta$  是散射角,  $\mathbf{k}_f$  是出射动量.

在高能量状态下  $\psi(\mathbf{r})$  可以精确表示为<sup>[19]</sup>

$$\psi(\mathbf{r}) = \varphi(\mathbf{r}) u_0(\mathbf{k}_0) e^{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}}, \quad (3)$$

这里  $u_0(\mathbf{k}_0)$  是入射的平面波.  $\mathbf{k}_0$  是入射动量,  $\varphi(\mathbf{r})$  是缓变调和函数<sup>[19]</sup>.

在高能近似下, 弹性散射微分截面  $\sigma$  和形状因子  $F(q)$  可以表示如下<sup>[19]</sup>:

$$\sigma = \cos^2\left(\frac{1}{2}\theta\right) |I_1(q) + I_2(q)|^2, \quad (4)$$

和

$$|F(q)|^2 = \frac{\sigma}{\sigma_M}, \quad (5)$$

其中  $q$  是转移动量,  $\sigma_M$  是 Mott 截面.  $I_1(q)$  和  $I_2(q)$  的完整表示分别为

$$I_1(q) = -ik \int_0^R J_0(qb) [e^{2iX(b)} - 1] b db, \quad (6)$$

$$I_2(q) = -ik \int_R^\infty J_0(qb) [e^{2iX(b)-1}] b db, \quad (7)$$

这里  $b$  是碰撞参数,  $R$  是截断圆柱体的半径,  $k = |\mathbf{k}_0|$  和  $J_0$  是 Bessel 函数. 详细计算公式可参看文献[19,20].

电荷密度分布  $\rho(r)$ , 满足下面的关系式<sup>[19, 20]</sup>:

$$\int \rho(r) d\mathbf{r} = Z, \quad (8)$$

在库仑场中, 电子波扭曲的主要部分详细描述在公式(3)中. 在电子散射中通常用有效转移动量  $q_{\text{eff}}$  代替动量  $q$ <sup>[19, 20]</sup>

$$q_{\text{eff}} = q(1 + 1.5\alpha Zhc/(ER_0)), \quad (9)$$

在计算中,  $R_0 = 1.25A^{1/3}$ ,  $A$  是核子的质量数, 其他的修正对靶核有反效果. 在计算形状因子和截面时详细地考虑了对靶核的反冲因子<sup>[21]</sup>

$$f_{\text{rec}} = \left(1 + \frac{2E \sin^2 \frac{\theta}{2}}{Mc^2}\right), \quad (10)$$

给出的电荷密度可以计算弹性电子散射的截面和形状因子.

### 3 计算结果与讨论

用相对论平均场计算了 S 和 Si 几个同位素的基态性质. 表 1 和表 2 分别为 <sup>26,28,30,32</sup>S 和 <sup>22,24,26,28</sup>Si 同位素的结合能, 均方根半径, 质子皮厚度 ( $R_p - R_n$ ), 及单粒子能级. 采用这两组参数的理论计算给出这些核的总结合能与实验值<sup>[22]</sup> 符合得较好, 根据表中列出的 TM2 和 NL-SH 得到的总结合能相差约 3MeV. 由单粒子能级可以看出, 对于束缚很深的单粒子态, 两组参数得出的能级几乎相等, 中间单粒子态略有不同. 然而,

表 1 质子晕核 <sup>26,28,30,32</sup>S 的结合能, 单粒子能级(MeV), 质子皮, 均方根半径(fm)等

Nucleus	<sup>26</sup> S	<sup>26</sup> S	<sup>28</sup> S	<sup>28</sup> S	<sup>30</sup> S	<sup>30</sup> S	<sup>32</sup> S	<sup>32</sup> S
Exp.	171.37	171.37	209.41	209.41	243.68	243.68	265.02	265.02
RMF	TM2	NL-SH	TM2	NL-SH	TM2	NL-SH	TM2	NL-SH
$B/\text{MeV}$	172.653	169.460	208.428	204.440	243.839	239.408	266.618	263.499
$R_c$	3.4450	3.3917	3.3749	3.2948	3.3077	3.2339	3.3124	3.2381
$R_p$	3.3483	3.2952	3.2765	3.1938	3.2069	3.1306	3.2115	3.1349
$R_n$	2.8097	2.7510	2.9161	2.8552	3.0165	2.9537	3.1649	3.0888
$R_p - R_n$	0.5386	0.5442	0.3604	0.3386	0.1904	0.1769	0.0466	0.0461
proton								
$-\epsilon(1s_{1/2})$	35.856	39.506	43.342	42.937	45.776	45.338	47.055	46.788
$-\epsilon(1p_{3/2})$	21.348	21.082	24.981	24.628	28.062	27.590	29.824	29.457
$-\epsilon(1p_{1/2})$	14.655	14.936	18.311	18.414	22.453	22.298	24.350	24.254
$-\epsilon(1d_{5/2})$	4.628	4.346	7.751	7.426	10.770	10.361	13.028	12.649
$-\epsilon(2s_{1/2})$	-0.034	0.200	1.349	1.664	2.817	3.298	5.137	5.601
$-\epsilon(1d_{3/2})$					1.583	2.082	4.137	4.579
neutron								
$-\epsilon(1s_{1/2})$	54.833	54.443	55.836	55.594	55.401	55.153	53.910	53.841
$-\epsilon(1p_{3/2})$	35.623	35.236	36.429	36.128	36.946	36.619	36.357	36.618
$-\epsilon(1p_{1/2})$	28.805	28.958	29.820	29.929	31.452	31.411	30.918	30.987
$-\epsilon(1d_{5/2})$	17.719	17.289	18.327	18.022	19.084	18.797	19.214	18.999
$-\epsilon(2s_{1/2})$	10.726	11.055	10.903	11.482	10.663	11.387	11.001	11.665
$-\epsilon(1d_{3/2})$	8.551	9.042	8.732	9.356	9.503	10.163	10.147	10.764

表 2  $^{22,24,26,28}\text{Si}$  的结合能, 单粒子结合能(MeV), 质子皮, 均方根半径(fm)等

Nucleus	$^{22}\text{Si}$	$^{22}\text{Si}$	$^{24}\text{Si}$	$^{24}\text{Si}$	$^{26}\text{Si}$	$^{26}\text{Si}$	$^{28}\text{Si}$	$^{28}\text{Si}$
Exp.	134.44	134.44	172.00	172.00	206.05	206.05	236.54	236.54
RMF	TM2	NL-SH	TM2	NL-SH	TM2	NL-SH	TM2	NL-SH
$B/\text{MeV}$	138.248	135.639	173.747	170.130	206.420	201.763	237.203	231.803
$R_c$	3.2445	3.1884	3.2404	3.1805	3.1549	3.0990	3.1246	3.069
$R_p$	3.1427	3.0837	3.1385	3.0761	3.0489	2.9910	3.0125	2.9601
$R_n$	2.6181	2.5646	2.7853	2.7309	2.8878	2.8310	2.9816	2.9228
$R_p - R_n$	0.5246	0.5191	0.3532	0.3452	0.1611	0.1600	0.0359	0.0373
proton								
$-\epsilon(1s_{1/2})$	37.287	36.990	40.916	40.486	44.689	44.213	47.921	47.372
$-\epsilon(1p_{3/2})$	18.239	17.983	22.041	21.668	25.900	25.428	29.352	28.772
$-\epsilon(1p_{1/2})$	11.988	12.318	15.692	15.815	19.828	19.752	23.689	23.424
$-\epsilon(1d_{5/2})$	1.699	1.382	4.916	4.555	8.187	7.773	11.323	10.847
$-\epsilon(2s_{1/2})$			0.014	0.248	1.362	1.762	2.972	3.517
$-\epsilon(1d_{3/2})$							1.546	2.072
neutron								
$-\epsilon(1s_{1/2})$	52.255	51.719	52.955	52.456	53.997	53.568	54.288	53.894
$-\epsilon(1p_{3/2})$	33.655	33.099	34.024	33.480	34.983	34.487	35.405	34.958
$-\epsilon(1p_{1/2})$	27.028	27.109	27.501	27.476	28.870	28.775	29.800	29.652
$-\epsilon(1d_{5/2})$			15.896	15.360	16.608	16.163	17.016	16.660
$-\epsilon(2s_{1/2})$			8.197	8.616	8.197	8.802	8.181	8.917
$-\epsilon(1d_{3/2})$			6.512	7.000	6.743	7.335	6.976	7.652

对于丰质子核的费米面附近质子单粒子态 ( $2s_{1/2}$ ) 和 ( $1d_{3/2}$ ), 采用 TM2 参数得到质子态比采用 NL-SH 给出的更加微弱的束缚. 由 TM2 参数计算的均方根半径比 NL-SH 参数计算的略大, 计算得到这些丰质子核的质子皮厚度约在 0.04—0.54fm 之间. 用平均场计算出来的结果, 如表 1 和表 2 所示, S 和 Si 的同位素, 质子数相同随着中子数的增加, 单粒子的结合能增加, 均方根半径减小, 单粒子的结合能增大, 质子皮厚度也随中子数的增加而减小. 由表 1 看出, 两参数计算出的  $^{28}\text{S}$  是束缚态. 对  $^{26}\text{S}$ , NL-SH 给出的最后一个质子能级  $2s_{1/2}$  是束缚态, 但是对 TM2, 最后一个单粒子能级是非束缚的. 我们猜想  $^{26}\text{S}$  可能是一个束缚新核素, 合成  $^{26}\text{S}$  核素的实验正在兰州重离子加速器上进行<sup>[23]</sup>.

下面用相对论平均场方法结合 Eikonal 近似对原子核电子散射进行计算. 在这之前, 我们曾对 Eikonal 近似方法进行过检验. 文献[24,25]中的实验数据, 用相对论 Eikonal 近似方法得到了很好的再现, 数值的大小、图像的位置与实验值符合得很好. 在文献[26]中,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{58}\text{Ni}$  和  $^{208}\text{Pb}$  计算出的数值与实验值也符合得很好, 在图形上也得到很好的再现, 这说明 Eikonal 近似不仅对轻核而且对重核也是精确可靠的. 本文用这种方法计算了  $^{28}\text{Si}$  和  $^{32}\text{S}$  的形状因子和微分截面. 相对论 Eikonal 近似计算用到的密度是由平均场模型计算提供的, 程序中选用的是 NL-SH 参数, 计算结果见图 1 和图 2. 从图中可以清楚地看到, 计算出来的形

状因子与微分截面和实验值符合得较好, 说明相对论 Eikonal 近似方法计算是可靠的, 而且它的适用范围很广.

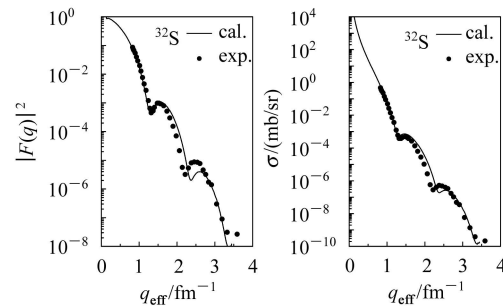


图 1 用 NL-SH 力参数计算的  $^{32}\text{S}$  电荷密度分布的形状因子和微分截面

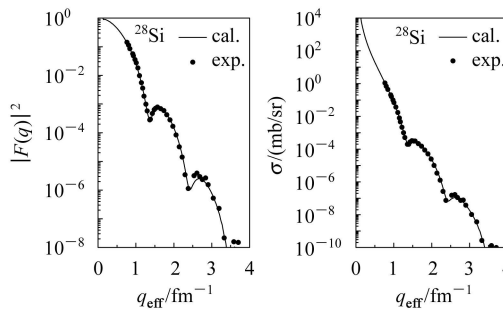


图 2 用 NL-SH 力参数计算的  $^{28}\text{Si}$  电荷分布的形状因子和微分截面

下面用这种方法对 Si 和 S 的同位素链的性质进行进一步的研究. 先用相对论平均场计算 Si 和 S 这几个

同位素的密度, 采用NL-SH参数. 计算中考虑了对能, 对能输入为  $\Delta_n=11.2/\sqrt{A}$  MeV, 计算结果如图3所示, 它是  $^{22,28,34,42}\text{Si}$  同位素的电荷密度分布图.

从图3中可以看出, Si的几个同位素电荷密度分布有以下特征.  $^{22}\text{Si}$ 的电荷密度分布的尾部拖得最长,  $^{42}\text{Si}$ 的电荷密度分布尾部最短, 而且, 随着中子数的减少, 电荷密度分布的尾部会越来越长, 这说明对Si的同位素来说, 中子数越少, 电荷密度的空间分布越大. 在核中心周围( $r < 3\text{fm}$ )部分的密度分布, 从图中可以看到  $^{22}\text{Si}$ 中心周围的电荷密度是最高的, 随中子数的增加密度降低,  $^{42}\text{Si}$ 中心周围的电荷密度最低. 在表2中用平均场计算的结果可以看出, Si的同位素随着中子数的增加单粒子的结合能是增大的, 单粒子能级也呈增加的趋势, 这些都说明了中子数增多, 质子束缚较强, 所以电荷密度的空间扩展变小, 表明中子数的变化对基态的电荷分布是有很影响的.

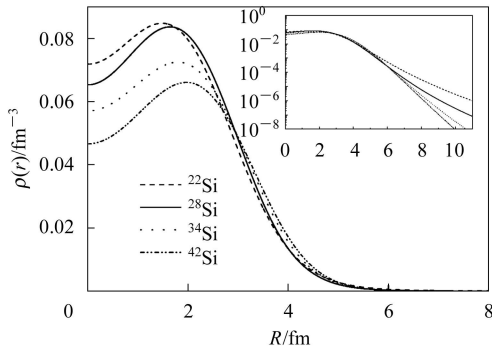


图3  $^{22,28,34,42}\text{Si}$ 几个同位素用RMF模型计算的电荷密度变化

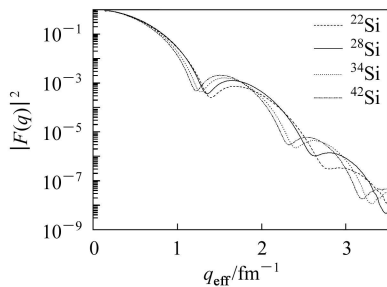


图4  $^{22,28,34,42}\text{Si}$ 核的电荷形状因子变化

电荷密度的变化会直接影响到电荷形状因子的变化, 中心附近的电荷分布决定高转移量区的电荷形状因子, 电荷分布的尾部对中等转移量区有影响. 图4是由相对论Eikonal近似计算  $^{22,28,34,42}\text{Si}$ 的形状因子, 在中高转移量区, 电荷形状因子对电荷密度的变化是很敏感的, 丰质子同位素电荷形状因子向下和向外移动. 电荷形状因子的这种变化说明质子滴线核电荷密度分布的尾部变长(图3和图4). 在低转移量

区, 电荷均方根半径直接与形状因子相关, 从而可通过实验测量核电荷半径及密度分布.

图5是S的几个同位素的电荷密度分布, 电荷密度分布对形状因子的影响是与Si相同的. 由表1和表2可以看出中子数相同时硫核(S)的电荷均方根半径比硅核(Si)的电荷均方根半径大. 图6是计算S核的电荷形状因子, 可以看出硫的同位素形状因子的变化与硅的很相似. 这说明电荷密度变化导致电荷形状因子非常敏感的改变. 预计这些效应可以用在下一代电子-不稳定原子核的对撞机上, 可以精确测量同位素电荷形状因子的变化和得到不稳定核的电荷密度分布.

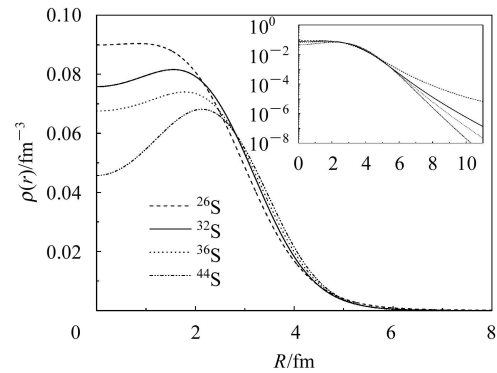


图5  $^{26,32,36,44}\text{S}$ 核的电荷密度

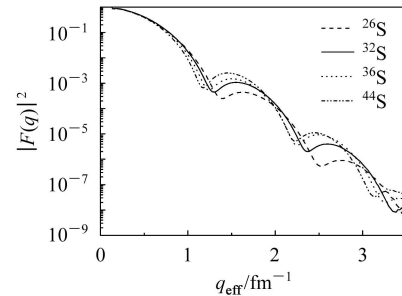


图6  $^{26,32,36,44}\text{S}$ 核的电荷形状因子变化

## 4 结论

用TM2和NL-SH两套参数计算丰质子核S和Si等几个同位素的结合能, 均方根半径, 质子皮厚度, 单粒子能级以及对电荷形状因子的影响. 采用两套参数计算的结果与实验值比较符合. 这里关于丰质子硫核(S)的结果对兰州重离子加速器上的实验有用. 用RMF模型和相对论Eikonal近似结合对S和Si的同位素的研究, 表明这两个核的电荷形状因子对电荷密度的变化是很敏感的, 这些都说明将来实验可测量电荷密度分布, 这里的理论结果可供将来电子-奇特核散射实验参考.

## 参考文献(References)

- 1 Tanihata I et al. Phys. Rev. Lett., 1985, **55**: 2676
- 2 Kobayashi T et al. Phys. Rev. Lett., 1988, **60**: 2599
- 3 Saint-Laurent M G et al. Z. Phys., 1989, **A332**: 457
- 4 ZHANG Hu-Yong et al. Nucl. Phys., 2002, **A707**: 303
- 5 LI Zhi-Hong et al. Phys. Lett., 2002, **B527**: 50
- 6 CAI Xiang-Zhou et al. Chin. Phys. Lett., 2002, **19**: 1068
- 7 REN Zhong-Zhou et al. Phys. Lett., 1990, **B252**: 311
- 8 CHEN Bao-Qiu. HEP & NP, 1999, **23**: 807 (in Chinese)  
(陈宝秋. 高能物理与核物理, 1999, **23**: 807)
- 9 LIU Z H, ZHANG X Z, ZHANG H Q. Phys. Rev., 2003, **C68**: 024305
- 10 LIU Zu-Hua. Chin. Phys. Lett., 2002, **19**: 1071
- 11 ZHOU Shu-Hua et al. Chin. Phys. Lett., 2002, **19**: 1065
- 12 An International Accelerator Facility for Beams of Ions and Antiprotons. GSI Report, 2002
- 13 WANG Zai-Jun, REN Zhong-Zhou. HEP & NP, 2005, **29**(3): 245—249 (in Chinese)  
(王再军, 任中洲. 高能物理与核物理, 2005, **29**(3): 245—249)
- 14 Gambhir Y K, Ring P, Thimet A. Ann. Phys.(N.Y.), 1990, **198**: 132
- 15 Horowitz C J, Serot B D. Nucl. Phys., 1981, **A368**: 503
- 16 MA Zhong-Yu, SHI Hua-Lin, CHEN Bao-Qiu. Phys. Rev., 1994, **C50**: 3170
- 17 REN Zhong-Zhou, Mitting W, Sarazin F. Nucl. Phys., 1999, **A652**: 250
- 18 Wallace S J et al. Ann. Phys., 1973, **78**: 190
- 19 Baker A. Phys. Rev., 1964, **134**: B240
- 20 Glauber R J. Lectures in Theoretical Physics(Vol.I) New York: Interscience Publishers, Inc., 1959
- 21 Donnelly T W, Sick I. Rev. Mod. Phys., 1984, **56**: 461
- 22 Audi G et al. Nucl. Phys., 2003, **A729**: 337—676
- 23 REN Zhong-Zhou. In: Report of the Guang-Zhou Meeting of Mathematical and Physical Part of the National Natural Foundation Committee. Guangzhou, 2005, 7 (in Chinese)  
(任中洲. 见: 国家自然科学基金委数理学部广州会议上的报告. 广州, 2005, 7)
- 24 Sick I, McCarthy J S. Nucl. Phys., 1970, **A150**: 631
- 25 LI G C, Yearian M R, Sick I. Phys. Rev., 1974, **C9**: 1861
- 26 WANG Zai-Jun, REN Zhong-Zhou. Phys. Rev., 2005, **C71**: 054323

## Theoretical Studies on Electron Scattering of S and Si Isotopes \*

FAN Ying<sup>1</sup> REN Zhong-Zhou<sup>1,2;1)</sup><sup>1</sup> (Department of Physics, Nanjing University, Nanjing 210008, China)<sup>2</sup> (Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy-Ion Accelerator, Lanzhou 730000, China)

**Abstract** The binding energies and root-mean-square radii of  $^{26-32}\text{S}$  and  $^{22-28}\text{Si}$  are calculated by the relativistic mean-field model with two sets of parameters TM2 and NL-SH. The calculated results are in agreement with the experimental data. The calculated form factors and differential cross sections of electron scattering on  $^{32}\text{S}$  and  $^{28}\text{Si}$  by the Eikonal approximation agree with the experimental data. Further calculations on electron scattering of S and Si isotopes are carried out, and the sensitivity of form factors on charge density is discussed. The form factor of electron scattering on unstable nuclei can be accurately measured in the future electron-nucleus collider. The theoretical predictions would be valuable for future experiments.

**Key words** relativistic mean-field, Eikonal approximation, form factor

---

Received 17 January 2006

\* Supported by National Natural Science Foundation of China (10535010) and Major State Basic Research Development Program (G2000077400)

1) E-mail: zren@nju.edu.cn