

# 奇奇核 $^{168}\text{Lu}$ 高自旋态及三轴超形变带的研究<sup>\*</sup>

于少英<sup>1,2,3</sup> 图雅<sup>1,2</sup> 陈永寿<sup>3,4</sup> 沈彩万<sup>3,4</sup>

1(湖州师范学院理学院 湖州 313000)

2(内蒙古民族大学物理与机电学院 通辽 028043)

3(中国科学院理论物理所 北京 100080)

4(中国原子能科学研究院 北京 102413)

**摘要** 采用 TRS 方法对 $^{168}\text{Lu}$  新发现的 4 条转动带进行了理论计算,证实了在实验上观测到的一条三轴超形变带,并得到其形变参数值.本工作还对准粒子能量随角频率的变化进行了研究,对实验结果给出了合理解释,说明了为什么实验上很难找到第 4 条转动带的旋称伙伴带.

**关键词** 三轴超形变 TRS 方法 位能面

## 1 引言

从 1986 年第 1 次在实验上找到了分离的超形变转动谱以来,到目前为止,已分别在  $A \sim 80, 130, 160, 190$  等质量区观测到几百余条 SD 带.发现的大多数变形核都是轴对称的( $a:b=1:1$ ),即三轴形变  $\gamma=0^\circ$ . 我们所研究的三轴超形变核是指  $a \neq b, \gamma \neq 0^\circ$  (通常定义为  $\epsilon_2 \geq 0.35, 10^\circ \leq \gamma \leq 50^\circ$ ). 1992 年,人们第 1 次从实验上找到了 $^{163}\text{Lu}$  的三轴超形变带<sup>[1]</sup>. 1998 年,中国原子能科学研究院发现 $^{167}\text{Lu}$  核存在的三轴超形变带<sup>[2,3]</sup> 成为国际上发现的第 3 例三轴超形变核态. 2001—2003 年,在 $^{164}\text{Lu}$ <sup>[4]</sup>,  $^{161}\text{Lu}$ ,  $^{162}\text{Lu}$ <sup>[5]</sup>,  $^{168,170}\text{Hf}$ <sup>[6,7]</sup>,  $^{179}\text{Hg}$ <sup>[8]</sup>,  $^{168}\text{Lu}$  和 $^{174}\text{Hf}$ <sup>[9]</sup> 等核中也相继发现了三轴超形变带. 现已发现的三轴超形变带超过了 30 条,而且绝大多数都是在 2001 年后发现的. 特别是 2001 年手征双重带和原子核的摇摆运动的实验发现,使得三轴超形变的研究,进入了一个新阶段. 三轴超形变的问题越来越引起人们广泛的关注,成了当今原子核结构的一个热点.

人们采用不同的方法对  $A \sim 80, 160$  区存在的三轴超形变核进行了理论预言,主要集中在  $A \sim 80$  区的偶偶核和  $A \sim 160$  区的奇  $A$  核. 但由于奇奇核的

组态是最难确定的,所以对它的研究也最少. 实验上,通过寻找摇摆运动(Wobbling Mode)的方法已证实了 $^{163,165,167}\text{Lu}$  等原子核存在的三轴超形变,为了寻找原子核 $^{163}\text{Lu}$  中的摇摆运动和三轴超形变,最近 LBNL (Lawrence Berkeley National Laboratory) 进行了实验,新的能级纲图里增添了 4 条转动带. 本文采用 Total Routhina Surface (TRS) 方法对  $A \sim 160$  区典型的奇奇核 $^{163}\text{Lu}$  新发现的 4 条转动带进行了研究,得到了其位能曲面,从而确定它的形变参数. 并且对准粒子能量随着角频率的变化进行了研究,对实验结果给出了合理解释.

## 2 TRS 方法简述

在势场被推转  $X$  轴转动的情况下,在势场中运动的准粒子的哈密顿量可以表示为

$$H^o = H_{S,P}(\epsilon_2, \epsilon_4, \gamma) - \lambda N + \Delta(P^+ + P) - \omega J_x, \quad (1)$$

式中  $H_{S,P}(\epsilon_2, \epsilon_4, \gamma)$  是单粒子在静止势场中的哈密顿量. 第 2 项中  $\lambda$  是化学势,此项是由粒子数守恒条件而引入的,这里是用粒子数不守恒的准粒子代替了粒子. 第 3 项为对力项,第 4 项为 Coriolis 力. 在实

2004-06-24 收稿

\* 国家自然科学基金(10147205)资助

际计算中所需要的参数主要有质子, 中子的对能隙以及 Nilsson 势参数  $\kappa$  和  $\mu$  (取自文献[10]). 质子和中子的对能隙可以通过质子和中子的奇偶质量差来计算, 公式如下:

$$\Delta_n = \frac{(-1)^N}{4} [B(Z, N-2) - 3B(Z, N-1) + 3B(Z, N) - B(Z, N+1)],$$

$$\Delta_p = \frac{(-1)^Z}{4} [B(Z-2, N) - 3B(Z-1, N) + 3B(Z, N) - B(Z+1, N)]. \quad (2)$$

其中  $B(Z, N)$  为质子数为  $Z$ , 中子数  $N$  的原子核的结合能. 考虑到对效应随  $\omega$  的增加而减弱, 在实际计算中可以引入一个 0.9 的减弱因子<sup>[11]</sup>. 对  $^{168}\text{Lu}$ , 可以求得

$$\Delta_p = 0.8372\text{MeV} = 0.1141\hbar\omega_0 \times 0.9 = 0.1027\hbar\omega_0,$$

$$\Delta_n = 0.7573\text{MeV} = 0.1045\hbar\omega_0 \times 0.9 = 0.0940\hbar\omega_0.$$

在转动坐标系中, 原子核对给定组态的总能量可以写为

$$E(\epsilon_2, \gamma, \omega) = E_{\text{LD}}(\epsilon_2, \gamma) + E_{\text{corr}}(\epsilon_2, \gamma, \omega = 0) + E_{\text{rot}}(\epsilon_2, \gamma, \omega) + \sum_{i \in \text{cf}} \epsilon_i^\omega(\epsilon_2, \gamma), \quad (3)$$

式中  $E_{\text{LD}}$  为液滴能,  $E_{\text{corr}}$  为壳效应对液滴模型的修正<sup>[12,13]</sup>,  $E_{\text{rot}}$  为集体转动能, 右边第 4 项为该组态所有准粒子能量之和. 通过对总能量  $E$  求极小值, 可以确定原子核的平衡形变. 求极小值的时候, 采用了三维自洽计算, 即把  $E(\epsilon_2, \epsilon_4, \gamma)$  最小或局部极小值所对应的  $\epsilon_2, \epsilon_4, \gamma$  认为是原子核可能的形状. 为方便起见, 一般将  $\epsilon_2, \gamma$  变为另外两个参量

$$\alpha = \epsilon_2 \cos(\gamma + 30^\circ);$$

$$\beta = \epsilon_2 \sin(\gamma + 30^\circ).$$

求极小值时, 先对在同一  $\alpha, \beta$  处的  $\epsilon_4$  求极小值, 得到  $E'(\alpha, \beta)$

$$E'(\alpha, \beta) = \min_{\epsilon_4} E(\alpha, \beta, \epsilon_4), \quad (4)$$

然后再作  $E'(\alpha, \beta)$  对  $\alpha, \beta$  的等势线, 由等势线得到  $\alpha_{\text{min}}$  和  $\beta_{\text{min}}$ , 从而确定出

$$\epsilon_2 = \sqrt{\alpha_{\text{min}}^2 + \beta_{\text{min}}^2};$$

$$\gamma = \arctg(\beta_{\text{min}}/\alpha_{\text{min}}) - 30^\circ.$$

由式(4)还可以得到  $E$  取最小值时对应的  $\epsilon_{4\text{min}}$  值. 这样  $\epsilon_2, \gamma, \epsilon_{4\text{min}}$  便是原子核可能存在的一组形变.

### 3 位能面计算结果和讨论

为了更准确和可靠地确定  $^{168}\text{Lu}$  原子核的可能

的形状, 采用了三维自洽计算的方法, 在实际计算中, 对新发现的 4 条带分别取

$$\alpha: 0.0-0.4, (15 \text{ 个点})$$

$$\beta: 0.1-0.4, (15 \text{ 个点})$$

$$\epsilon_4: -0.04-0.055. (20 \text{ 个点})$$

在三轴超形变带的形成中  $\pi i_{13/2}, \pi h_{9/2}, \pi g_{7/2}, \pi d_{5/2}$  和  $\nu i_{13/2}$  等轨道的形变驱动效应起了很重要的作用, 所以在计算中单独考虑了中子和质子所对应的轨道上的单粒子能量, 对  $^{168}\text{Lu}$  奇奇核, 分别计算  $^{168}\text{Lu}$  核实部分的能量及其在对应的轨道上的单粒子在同一转动频率下的准粒子能量, 然后把此三项相加, 得到体系的总能量. 另外, 需要指出的是, 为了避免带交叉(回弯现象)或确定在计算中只涉及一个组态, 在本计算中  $\omega = 0.02\omega_0$ , 而  $\omega_0$  由下式确定:  $\hbar\omega_0 = 41/\sqrt[3]{A} \text{ MeV}$ . 此 4 个转动带分别对应的组态见表 1.

表 1

| 转动带                               | 组态   |
|-----------------------------------|--|
| $^{168}\text{Lu}(1a, \alpha = 0)$ | $(\pi[514]9/2, \alpha = -1/2) \otimes (\nu[642]5/2, \alpha = 1/2)$ |
| $^{168}\text{Lu}(1b, \alpha = 1)$ | $(\pi[514]9/2, \alpha = 1/2) \otimes (\nu[642]5/2, \alpha = 1/2)$  |
| $^{168}\text{Lu}(2a, \alpha = 0)$ | $(\pi[541]1/2, \alpha = -1/2) \otimes (\nu[642]5/2, \alpha = 1/2)$ |
| $^{168}\text{Lu}(2b, \alpha = 1)$ | $(\pi[541]1/2, \alpha = 1/2) \otimes (\nu[642]5/2, \alpha = 1/2)$  |
| $^{168}\text{Lu}(3a, \alpha = 0)$ | $(\pi[404]7/2, \alpha = -1/2) \otimes (\nu[642]5/2, \alpha = 1/2)$ |
| $^{168}\text{Lu}(3b, \alpha = 1)$ | $(\pi[404]7/2, \alpha = 1/2) \otimes (\nu[642]5/2, \alpha = 1/2)$  |
| $^{168}\text{Lu}(4, \alpha = 1)$  | $(\pi[660]1/2, \alpha = 1/2) \otimes (\nu[642]5/2, \alpha = 1/2)$  |

从表 1 可以看出, 只有第 4 条带没有旋称伙伴带, 这是由于此转动带的旋称分裂比较大.

图 1 是质子大壳分别等于 6, 5, 4 时的准粒子能量随着角频率的变化图. 由图可以明显地看到,  $N = 4$  (如  $[404]7/2$ ) 和  $N = 5$  (如  $[541]1/2$  和  $[514]9/2$ ) 时转动带的旋称分裂不是很明显或者很小, 只有  $N = 6$  ( $[660]1/2$ ) 时旋称分裂很大, 以至于实验上很难观测到  $\alpha = 0$  的那条带.

前三对旋称带的理论计算得到的总位能面等势图见图 2.

而图 2 是经过上述三维自洽计算得到的分别对应于 BAND1, BAND2, BAND3, BAND4 的一定组态下

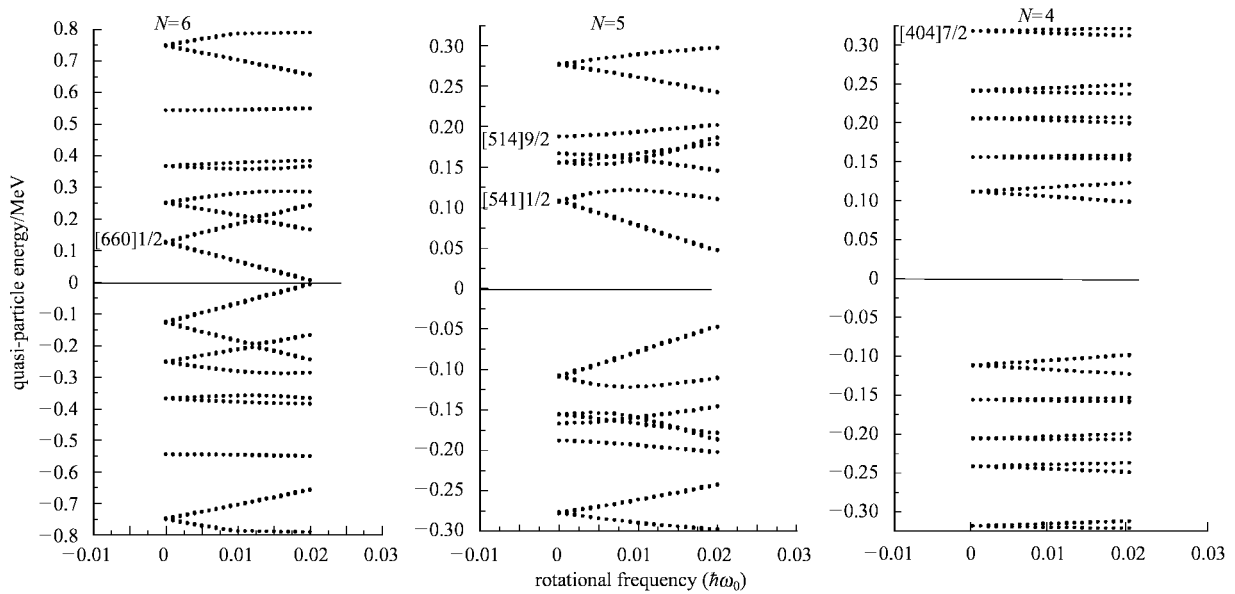


图 1 质子分别在  $N=6,5,4$  大壳时的准粒子能量

的总位能面的等势图(本文中凡是未作明确说明,等势面的图中的能量单位均为 MeV).图中各点都已对  $\epsilon_4$  求了极小,因此各点的  $\epsilon_4$  不是完全相同的,这也

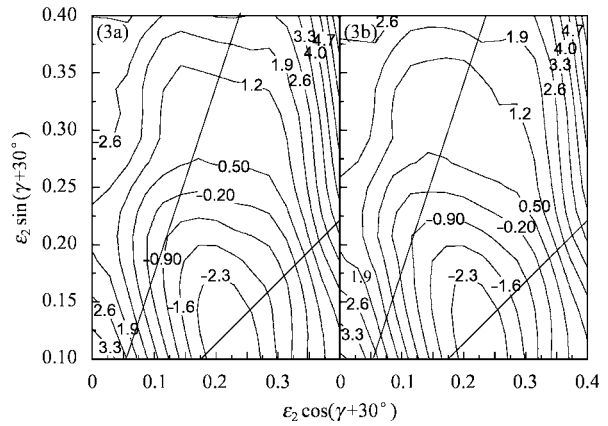
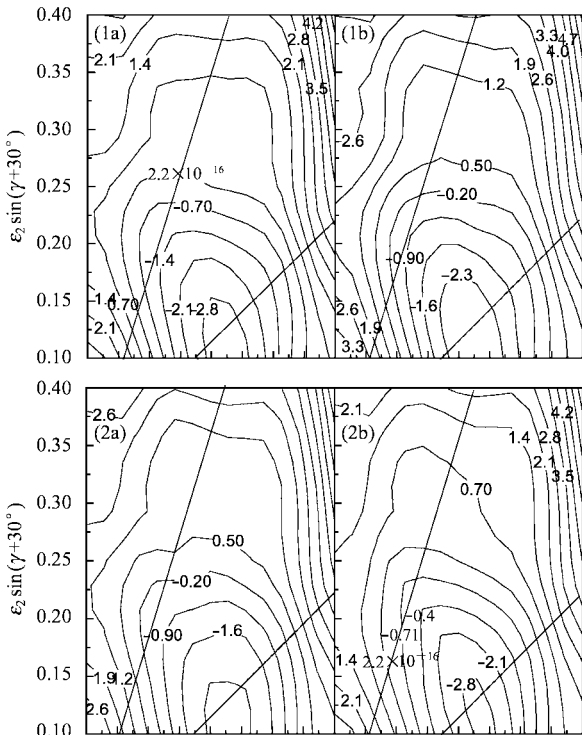


图 2 图 2 中的 1a, 1b, 2a, 2b, 3a, 3b 分别为对应于 Table1 组态的  $^{168}\text{Lu}$  新发现 3 对旋称带的总位能面图

是和其他 TRS 等势图不同之处.由图 2 可见这几条新发现的带并不存在三轴超形变.他们存在的极小点所对应的只是一种正常形变,而且也是轴对称的,与实验结果一致.

下面对在实验上观测到的具有三轴超形变的一条带进行详细分析.

对  $^{168}\text{Lu}$  的三轴超形变带进行位能面计算,得到的位能面等势图如图 3,从图 3 可以看出,该曲面存在两个极小点 A 和 B. B 点为该曲面的最小值,是原

子核稳定的正常形变处,而 A 点为第二极小,是原子核可能存在的另一种形变.由图可以确定出 A 点的形变值为  $\epsilon_2 = 0.387$ ,  $\gamma = 23.6^\circ$ ,可见,A 点实际上代表了一个三轴超形变带,它具有很大的拉长形变,同时又具有很大的三轴不对称性,即  $\gamma$  接近  $30^\circ$ .

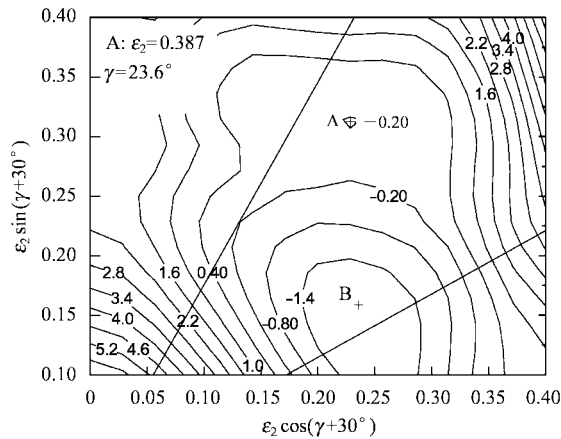


图 3 <sup>168</sup>Lu 中新发现的与三轴超形变带对应组态的总位能面  
B 点为第一极小,A 点为第二极小.

确定了 A 点的  $\epsilon_2$  和  $\gamma$ ,还可以给出  $\epsilon_4(\epsilon_2, \gamma)$  曲面(如图 4),确定出 A 点的  $\epsilon_4 = 0.020$ .本自洽计算最后得到新发现的<sup>168</sup>Lu 三轴超形变带的形变参量为  $\epsilon_2 = 0.387$ ,  $\gamma = 23.6^\circ$ 和  $\epsilon_4 = 0.020$ .

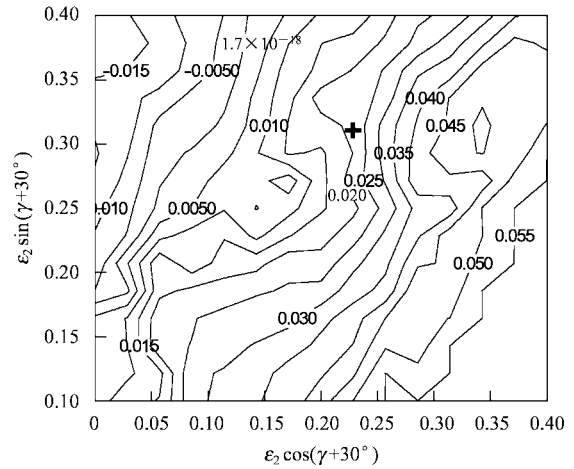


图 4 <sup>168</sup>Lu 核中  $\epsilon_4$  形变的确定  
其中“+”所示处即为总位能面第二极小处.

### 4 小结

本文利用 TRS 方法对奇奇核<sup>168</sup>Lu 实验上新观测到的 4 条转动带进行了位能面计算,表明只有一条是三轴超形变带,与实验结果<sup>[8]</sup>一致.本文又通过三维自洽计算得出了三轴超形变带的形变参量的值,即: $\epsilon_2 = 0.387$ ,  $\gamma = 23.6^\circ$ 和  $\epsilon_4 = 0.020$ .本工作还对准粒子能量随着角频率的变化结果进行了微观研究,从而对于实验结果给出了合理解释.

### 参考文献 (References)

- 1 Schnack-Petersen H et al. Nucl. Phys., 1995, **A594**:175—202
- 2 WU Xiao-Guang, YANG Chun-Xiang et al. Chin. Phys. Lett., 1997, **14**: 17
- 3 YANG C X et al. Phys. J., 1998, **A1**: 237
- 4 Törmänen S, Odegård S W et al. Phys. Lett., 1999, **B454**: 8—14
- 5 Bringel P et al. Eur. Phys. J., 2003, **A16**: 155
- 6 Neuber A et al. Eur. Phys. J., 2002, **A15**: 439
- 7 Amro H, Vamette P G et al. Phys. Lett., 2001, **B506**:39—44
- 8 Kondev F G et al. Phys. Lett., 2002, **B528**: 221—227
- 9 Djongolov M, Hannachi D J et al. Phys. Lett., 2003, **B560**: 24—30
- 10 Tord Bengtsson and Ingemar Ragnarsson Nucl. Phys., 1985, **A436**:14—82
- 11 SHEN Cai-Wan. The Paper of Doctor Degree. China Institute of Atomic Energy, 1998(in Chinese)  
(沈彩万.博士学位论文.中国原子能科学研究院,1998)
- 12 Nilsson S G et al. Nucl. Phys., 1969, **A131**:1—66
- 13 Strutinsky V M. Nucl. Phys., 1967, **A95**:420—442

## Theoretical Research on Triaxial Superdeformed Band and High Spin State Nuclei in $^{168}\text{Lu}$ \*

YU Shao-Ying<sup>1,2,3</sup> TU Ya<sup>1,2</sup> CHEN Yong-Shou<sup>3,4</sup> SHEN Cai-Wan<sup>3,4</sup>

1(College of Science, Huzhou University, Huzhou 313000, China)

2(College of Science and Engineering, Inner Mongolia University for Nationalities, Tongliao 028043, China)

3(Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

4(China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China)

**Abstract** The three dimensional Total Routhian Surface calculations are carried out to analyze the four rotational bands in  $^{168}\text{Lu}$  observed recently. One of these four bands is identified as triaxial superdeformed band, which is consistent with the experimental assignment. The values of its deformation parameters  $\epsilon_2, \epsilon_4, \gamma$  are derived respectively from the analysis. The quasi-particle energy variation with the rotational frequency  $\omega$  is explained reasonably. The reason, why the signature partner of the fourth band has not been found experimentally, is also given.

**Key words** triaxial superdeformed, TRS method, potential energy surface