

# LIA 注入器发射度增长机理研究及其抑制措施

代志勇<sup>1,2</sup> 国智元<sup>1;1)</sup> 章林文<sup>2</sup>

1(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

2(中国工程物理研究院流体物理研究所 绵阳 621900)

**摘要** 根据直线感应加速器(LIA)的特点采用了轴对称直流模型,结合 E.P.Lee 的理论导出了发射度增长的微分方程,提出了一种直线感应加速器发射度增长的机理,根据该机理计算了从均匀分布到高斯分布的演变过程中发射度增长的大小,指出直线感应加速器(LIA)注入器阶段束流发射度增长主要是由于非线性效应导致的束剖面电流密度分布变化引起的.根据研究结果,提出了相应的抑制发射度增长的措施.

**关键词** 直线感应加速器 轴对称直流束 发射度增长 控制措施

## 1 引言

闪光 X 光照相是强流直线感应加速器(LIA)目前最重要的应用之一.为了获得更小的焦斑尺寸以达到精密照相的目的,减小 LIA 的发射度成为主要的技术途径之一,因此首先要求作为 LIA 束源的注入器能提供低发射度的带电粒子束.尽管随着高功率脉冲技术和绝缘耐压技术的发展而使得注入器的能量由 1MeV 提高到 4MeV,但总体上仍然不足以克服空间电荷力的影响,因此注入器的发射度在很大程度上受到空间电荷力的制约而很难控制在较低的水平上.世界上绝大多数 LIA 的注入器采用二极管冷场发射模式,阴极发射体(天鹅绒)的强场致发射产生强度足够的束流,由螺线管线圈提供适当的轴向磁场将强流电子束“导入”阳极孔,经过一段距离的无加速场漂移进入后加速段加速.在此过程中约束束流发散的惟一外部因素来自于螺线管线圈产生的轴向磁场.由于束流在这一低能阶段中的运动比较复杂,至今没有一种理论能进行比较完整的描述,因此注入器约束磁场的配置一般通过实验测量发射度来进行优化.本文从非线性作用力导致束剖面电流密度分布变化的角度对注入器发射度的演变进行研究,根据研究揭示的规律提出相应的抑制发射度

增长的措施.

## 2 发射度变化的微分方程

在实际问题中,由于 LIA 一般产生脉冲宽度几十纳秒的强流带电粒子束,束流的纵向尺寸远远大于其横向尺寸,束流产生和加速传输结构具有轴对称特性,通常可以采用轴对称直流模型作为 LIA 束流的整体模型,因而需考虑束流脉冲中某一时刻束片的运动状态就可以了.结合 E.P.Lee 等人的理论工作<sup>[1]</sup>,轴对称束流的均方根(RMS)包络方程为

$$\ddot{\tilde{R}} + \frac{\gamma'}{\gamma\beta^2}\dot{\tilde{R}} + \frac{\gamma''}{2\gamma\beta^2}\tilde{R} + \left(\frac{k_c}{2}\right)^2\tilde{R} - \frac{K}{2\tilde{R}} - \frac{\tilde{\epsilon}_r^2}{\tilde{R}^3} = 0. \quad (1)$$

式中  $\tilde{R} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (r_i)^2}$  为束流横向 RMS 半径,  $k_c = \frac{qB_z}{\gamma\beta mc}$  为电子的回旋波数,  $K = \frac{2I}{\gamma^3\beta^3 I_0}$  为归一化导流系数,  $B_z$  为轴向传输磁场,  $I$  为束流强度,  $I_0 = 4\pi\epsilon_0 mc^3/q$ ,  $\epsilon_0$  为真空中介电常数,  $m/q$  为带电粒子的质荷比,  $c$  为光速,  $N$  为束片中带电粒子数目,方程中的'号表示对  $z$  的微分,其中  $z$  轴为对称轴,其正方向为束流的传输方向.上述方程在粒子的正则角

2004-02-03 收稿

1)E-mail: guozy@mail.ihep.ac.cn

动量为零时成立.  $\tilde{\epsilon}_r$  为在  $r$ - $r'$  径迹平面的 RMS 发射度, 其表达式为

$$\tilde{\epsilon}_r^2 = \tilde{R}^2 \left( \tilde{V}^2 - \tilde{R}'^2 - \frac{k_c^2 \tilde{R}^2}{4} \right), \quad (2)$$

其中  $\tilde{V} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{d\mathbf{r}_i}{dz} \right)^2}$  为 RMS 横向相对运动速度.

将方程(2)对  $z$  微分一次

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\epsilon}_r^2}{dz} &= \tilde{R}^2 \frac{d\tilde{V}^2}{dz} + 2\tilde{R}\tilde{R}'\tilde{V}^2 - 2\tilde{R}\tilde{R}'^3 - \\ &2\tilde{R}^2\tilde{R}'\tilde{R}'' - \frac{1}{2}k_c k'_c \tilde{R}^4 - k_c^2 \tilde{R}^3 \tilde{R}', \quad (3) \end{aligned}$$

由(1)式得到

$$\tilde{R}'' = -\frac{\gamma'}{\gamma\beta^2}\tilde{R}' - \frac{\gamma''}{2\gamma\beta^2}\tilde{R} - \left(\frac{k_c}{2}\right)^2\tilde{R} + \frac{K}{2\tilde{R}} + \frac{\tilde{\epsilon}_r^2}{\tilde{R}^3}, \quad (4)$$

由(2)式得到

$$\tilde{V}^2 = \frac{\tilde{\epsilon}_r^2}{\tilde{R}^2} + \tilde{R}'^2 + \frac{k_c^2 \tilde{R}^2}{4}, \quad (5)$$

将(4)式和(5)式代入(3)并进行整理

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\epsilon}_r^2}{dz} &= \tilde{R}^2 \frac{d\tilde{V}^2}{dz} + 2\tilde{R}^2\tilde{R}'^2 \frac{\gamma'}{\gamma\beta^2} + \frac{\tilde{R}^3}{\gamma\beta^2}\gamma''\tilde{R}' - \\ &\frac{1}{2}k_c k'_c \tilde{R}^4 - K\tilde{R}\tilde{R}', \quad (6) \end{aligned}$$

将单粒子运动方程中表达横向运动的部分写成对  $z$  微分的形式

$$\begin{aligned} \frac{d^2\mathbf{r}}{dz^2} + \frac{\gamma'}{\gamma\beta^2} \frac{d\mathbf{r}}{dz} &= -\frac{\gamma''}{2\gamma\beta^2}\mathbf{r} + \frac{2I(r)\mathbf{r}}{I_0\gamma^3\beta^3r^2} - \\ \frac{q}{\gamma\beta mc} \left( \frac{1}{2}B'_z\hat{e}_z \times \mathbf{r} + B_z\hat{e}_z \times \frac{d\mathbf{r}}{dz} \right), \quad (7) \end{aligned}$$

将上式两端点乘  $\frac{d\mathbf{r}}{dz}$  得到

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d}{dz} \left( \frac{d\mathbf{r}}{dz} \right)^2 + \frac{\gamma'}{\gamma\beta^2} \left( \frac{d\mathbf{r}}{dz} \right)^2 &= -\frac{\gamma''}{4\gamma\beta^2} \frac{dr^2}{dz} + \\ \frac{2I(r)}{\gamma^3\beta^3 I_0} \frac{\mathbf{r}}{r^2} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dz} - \frac{qB'_z}{2\gamma\beta mc} \frac{d\mathbf{r}}{dz} \cdot (\hat{e}_z \times \mathbf{r}), \quad (8) \end{aligned}$$

对束片中包含的所有粒子求平均, 于是得到

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{V}^2}{dz} + 2\tilde{V}^2 \frac{\gamma'}{\gamma\beta^2} &= -\frac{\gamma''}{2\gamma\beta^2} \frac{d\tilde{R}^2}{dz} + \\ \frac{4}{(\gamma\beta)^3 I_0} \frac{I(r)\mathbf{r}}{r^2} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dz} - \frac{k_c B'_z}{B_z} \frac{d\mathbf{r}}{dz} \cdot (\hat{e}_z \times \mathbf{r}), \quad (9) \end{aligned}$$

其中<sup>[2]</sup>

$$\frac{d\mathbf{r}}{dz} \cdot (\hat{e}_z \times \mathbf{r}) = -\frac{k_c}{2}\tilde{R}^2, \quad (10)$$

$$\frac{I(r)\mathbf{r}}{r^2} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dz} = \frac{I[a(z)]'}{2a(z)} - \frac{I}{2} \frac{d}{dz} \left[ \int_0^{a(z)} \left( \frac{I(r)}{I} \right)^2 \frac{dr}{r} \right], \quad (11)$$

式中  $a(z)$  是束流的边半径. 令

$$h_2(z) = \int_0^{a(z)} \left( \frac{I(r)}{I} \right)^2 \frac{dr}{r}. \quad (12)$$

显然函数  $h_2(z)$  描述了电流密度分布在传输过程中的变化, 它惟一决定于考察点电荷密度的分布形式. 这样(9)式变成

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{V}^2}{dz} &= -\frac{2\gamma'}{\gamma\beta^2} \left( \frac{\tilde{\epsilon}_r^2}{\tilde{R}^2} + \tilde{R}'^2 + \frac{k_c^2 \tilde{R}^2}{4} \right) - \frac{\gamma''\tilde{R}\tilde{R}'}{\gamma\beta^2} + \\ K \left[ \frac{a'(z)}{a(z)} - g'(z) \right] &+ \frac{k_c^2 \tilde{R}^2}{2} \frac{B'_z}{B_z}. \quad (13) \end{aligned}$$

令

$$h_1(z) = \frac{a(z)}{R(z)}, \quad (14)$$

在轴对称直流束中, RMS 半径

$$\tilde{R}^2 = \frac{1}{I} \int_0^a 2\pi r \cdot r^2 \cdot J_z(r) dr, \quad (15)$$

$J_z(r)$  为轴向电流密度, 在考察点的值只与  $r$  有关, 所以函数  $h_1(z)$  描述了一定束包络边半径与其 RMS 半径之比在束流传输方向上的变化, 它同样惟一决定于电流密度的分布. 将(13)式和(14)式代入(6)式得到

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\epsilon}_r^2}{dz} + \frac{2(\gamma\beta)'}{\gamma\beta} \tilde{\epsilon}_r^2 &= K\tilde{R}^2 \left( \frac{h'_1(z)}{h_1(z)} - h'_2(z) \right) = \\ K\tilde{R}^2 \frac{d}{dz} [\ln(h_1) - h_2]. \quad (16) \end{aligned}$$

(16)式的左边刚好等于  $\frac{1}{(\gamma\beta)^2} \frac{d\tilde{\epsilon}_{n,r}^2}{dz}$ ,  $\tilde{\epsilon}_{n,r}$  为归一化 RMS 发射度, 因此

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\epsilon}_{n,r}^2}{dz} &= \gamma^2\beta^2 K\tilde{R}^2 \frac{d}{dz} [\ln(h_1) - h_2] = \\ \frac{2\tilde{R}^2}{\gamma\beta I_0} \frac{d}{dz} [\ln(h_1) - h_2]. \quad (17) \end{aligned}$$

这就是电流密度分布变化导致束流发射度变化的微分方程. 当束流维持“自相似”特点传输时,  $h_1$  和  $h_2$  有确定的值, 与  $z$  无关, 发射度变化为零; 只有传输过程中电流密度分布形式发生变化时, 才会出现束流发射度的变化. 这里的“自相似”是指束流在传输过程中描述电流密度分布的函数, 其形式保持不变. 比如束流是均匀束, 传输过程中保持其均匀分布的特性不变, 即使束流的边半径因为束包络的振荡而发生了变化, 如图 1 所示.

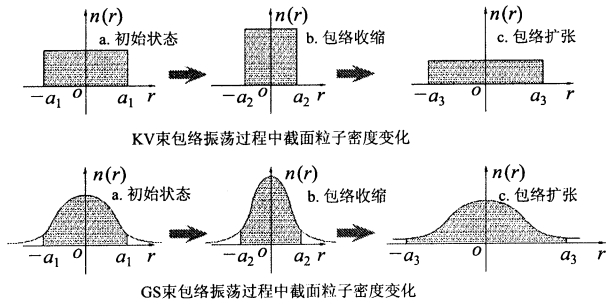


图 1 kV 束和高斯束的“自相似”振荡过程

从方程(17)式可以明显看出,发射度变化的快慢与传输的束流强度、选择的平衡传输半径、电子能量有关.

可以证明,对于任意分布的轴对称束流,其边发射度与 RMS 发射度有如下关系:

$$\epsilon_n = h_1^2 \tilde{\epsilon}_n. \quad (18)$$

### 3 理论分析与计算

对于严格的均匀束,其本身的空间电荷力是线性的,如果只考虑束流传输聚焦系统的线性作用力,则束流在传输过程中将一直保持均匀分布的特性而不发生其他变化.但是对于非严格的均匀束,其本身的空间电荷力和传输聚焦系统都包含非线性力分量,因此在束流加速传输和聚焦过程中会引起电流密度分布发生变化.实验和数值模拟结果都证明,电流密度分布形式向高斯分布变化,高斯化过程的快慢主要取决于束源的性质和加速传输系统的线性特性.

LIA 的注入器一般采用大平面的无箔二极管结构,其产生的电子束一般被认为是近似均匀分布 ( $h_1^{(KV)} = \sqrt{2}, h_2^{(KV)} = 0.125$ ).假设在注入点 ( $z = 0$ ) 束剖面电流密度分布是均匀的,通过距离足够长 ( $z \rightarrow \infty$ ) 的传输后变成高斯束 ( $h_1^{(GS)} \cong 2.18, h_2^{(GS)} \cong 0.585$ ),经过函数拟合可以得到反映这种变化趋势的  $h_1(z)$  和  $h_2(z)$  的表达形式:

$$h_1(z) \cong \frac{2}{\sqrt{1 + \exp(-z^2/2D^2)}}, \quad (19a)$$

$$h_2(z) \cong \frac{1}{2[1 + \exp(-z^2/2D^2)]}, \quad (19b)$$

式中  $D$  为描述电流密度分布变化快慢的参数,具有长度的量纲,它综合表达了传输系统维持束流“自相似”传输能力的强弱,称之为“自相似”特征长度参

数.传输系统的“自相似”传输能力愈强,  $D$  值愈大;反之则愈小.  $D$  值可以对不同的加速器,用实验方法确定.

利用(17)式和(19)式可以对发射度的演变情况进行定量的计算.取  $I = 2.7\text{kA}, E = 3.5\text{MeV}, R_{\text{rms}} = 5\text{mm}$  和天鹅绒的本征发射度<sup>[3]</sup>  $92\text{mm} \cdot \text{mrad}$ ,为了进行比较,分别计算了束流 RMS 半径无波动和有波动情况下束流发射度的增长情况,如图 2 所示.从图中显示的结果来看,传输系统线性特性长度参数  $D$  对发射度增长具有决定性的影响.图 2(a) 表明,当  $D = 1\text{m}$  时,发射度增长率  $d\epsilon_{n,r}^2/dz$  在不到  $1\text{m}$  的传输距离就迅速达到最大值(约  $1.24 \times 10^{-7}\text{m} \cdot \text{rad}^2$ ),然后下降,经过约  $2.5\text{m}$  的传输距离后,束剖面的电流密度就基本完成了从均匀分布到高斯分布的变化,在此期间 RMS 发射度达到  $418\text{mm} \cdot \text{mrad}$ (相当于  $1876\text{mm} \cdot \text{mrad}$  的边发射度),此后发射度基本不变;当  $D = 4\text{m}$  时,发射度增长率  $d\epsilon_{n,r}^2/dz$  经过约  $3\text{m}$  的传输距离达到最大值,峰值低,增长要缓慢,经过  $4\text{m}$  的传输距离后 RMS 发射度为  $314\text{mm} \cdot \text{mrad}$ (边发射度为  $863\text{mm} \cdot \text{mrad}$ );当  $D = 10\text{m}$  时,发射度增长率  $d\epsilon_{n,r}^2/dz$  峰值更低,增长更缓慢,经过  $4\text{m}$  的传输距离后发射度为  $168\text{mm} \cdot \text{mrad}$ (边发射度为  $353\text{mm} \cdot \text{mrad}$ );当  $D$  更大时,发射度增长率  $d\epsilon_{n,r}^2/dz$  和 RMS 发射度进一步降低.图 2(b) 说明,当束流包络振荡时,对发射度增长率有一定的影响,对发射度增长量的影响较小.

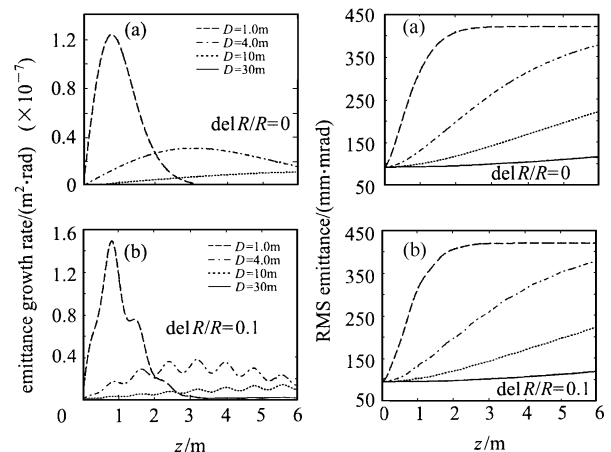


图 2 LIA 注入器归一化 RMS 发射度沿传输方向的演化曲线

(a) RMS 半径无波动; (b) RMS 半径有波动.

图 3 是 3 种不同的注入器能量下发射度的变化

曲线, 4MeV 注入器发射度增长比 1MeV 注入器要缓慢得多; 直线感应加速器的加速梯度对发射度在传输过程中变化也有很大的影响, 如图 4 所示.

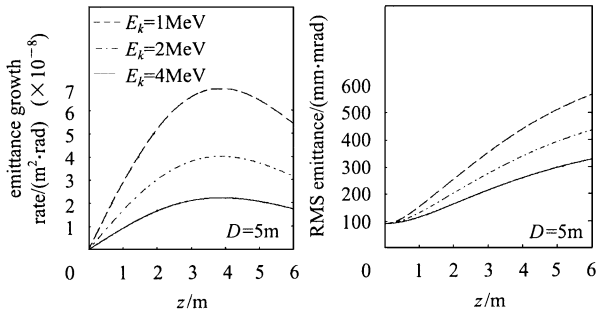


图 3 注入器能量对发射度的影响

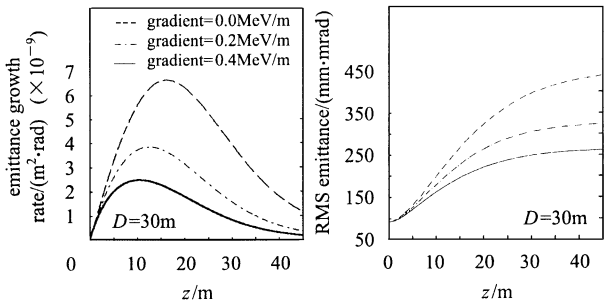


图 4 加速梯度对发射度的影响

束流剖面电流密度分布变化导致束流发射度变化的物理机制可以定性地从粒子能量的再分配过程来理解: 束流中粒子的能量由轴向动能、横向动能和势能三部分构成, 其中的横向动能(通常也称之为横向热运动动能)是束流具有非零发射度的根源, 发射度的增加必然反映了横向热运动的加剧. 当只考虑传输过程的线性作用时, 束包络的扩张和收缩过程(即束包络振荡)总伴随着一个线性的弹性恢复力, 束流中所有的粒子在各自弹性恢复力的作用下虽然不能保持其原来的疏密程度, 但是任意局部粒子的疏密变化将保持一致, 也就是保持原有的电荷密度分布形式(如图 1 所示); 考虑非线性力的作用时, 粒子密度分布形式将会发生变化. 在空间电荷力的主导作用下, 密度分布形式将朝着降低其势能的方向发展. 计算表明高斯分布是一种势能最低分布形式. 磁场不会对束流中粒子的总能量有任何贡献, 但是它会改变粒子能量的分配. 包络扩张时, 粒子势能降低, 径向动能增加, 磁场将之转化为角向动能, 角向速度增加会使粒子受到一个向心力作用, 结果是束包络收缩, 束的势能又上升. 在这个“一张一缩”的振

荡过程中, 非线性力改变了粒子的分布形式.

### 4 抑制措施

从以上理论模型的分析结果来看, 要抑制 LIA 注入器发射度的增长, 首先要设法延长传输线的“自相似”特征长度参数  $D$ . 束流的产生、引导、传输以及螺线管线圈的设计、布局和注入器磁场配置等诸多因素的共同作用决定了“自相似”特征长度参数  $D$ . 这一综合性的措施所含了很多内容, 包括注入器二极管的结构设计、天鹅绒的选择、束流匹配等.

“神龙一号”注入器在调整改造前后发射度的巨大差别正好验证了束流传输线性特征参数对发射度的影响. 改造前, 注入器阳极口附近和出口处的束剖面如图 5 所示, 其密度分布曲线用高斯函数作出了相当好的拟合, 在这个实验结果的基础上利用上述理论模型得到注入器出口处的边发射度为  $1970\text{mm}\cdot\text{mrad}$ , 与实验测量结果  $2100\text{mm}\cdot\text{mrad}$  符合得很好; 注入器改造后, 时间分辨的束剖面密度分布的测量结果更接近于均匀分布, 理论计算得到改造后注入器束流的边发射度为  $1180\text{mm}\cdot\text{mrad}$ , 与实验测量结果  $1040\text{mm}\cdot\text{mrad}$  也非常一致. 这个结果说明了直线感应加速器束传输线的设计保持其线性特性的重要性, 同时也证明了理论模型的正确. 基于以上结果, 可以认为, 在强流直线感应加速器的注入器阶段, 发射度增长的主要形式是电流密度分布的变化.

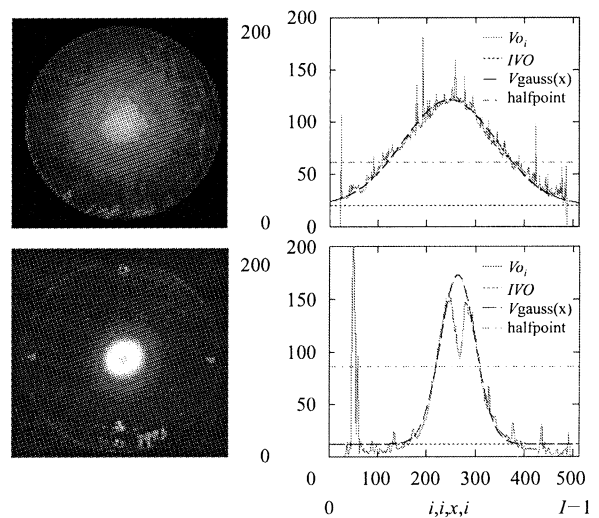


图 5 “神龙一号”注入器阳极孔附近和注入器出口的束斑及其高斯拟合曲线 ( $R_{\text{rms}} = 19.4\text{mm}/5.2\text{mm}$ )

其次, 提高注入器的能量可以有效降低注入器发射度的增长. 强流直线感应加速器注入器的能量

从最初的 1MeV 到约 4MeV, 注入器的发射度从超过 2000mm·mrad 减小到约小于 1000mm·mrad, 表明注入器能量提高可以导致其发射度降低. 同时高能量注入器可以抑制发射度过快增长这一现象, 也可以理解为束流自聚焦能力的加强, 削弱了空间电荷力的作用, 从而延长了束流传输线的线性特征长度. 然而由于受限于绝缘耐压, 目前进一步提高注入器的能量有相当大的难度.

第三, 提高加速梯度有利于减缓发射度增长的趋势. 直线感应加速器特定的工作模式和绝缘耐压强度限制了其加速梯度的提高, 平均不到 5kV/cm. 但可以从设计上缩短束流的无加速场漂移长度来等效于达到提高加速梯度的目的. DARHT-I 和 AIRIX<sup>[4]</sup> 的注入器采用电压单边馈入法使其阳极漂移段长度不到 2m; 而“神龙一号”注入器采用双边馈入, 其阳极漂移段的长度达到 5m, 因而 DARHT-I 和 AIRIX 的注入器的发射度比“神龙一号”注入器要小. 比如 AIRIX 注入器, 通过改善二极管结构, 进一

步优化传输磁场配置, 获得了发射度小于 500mm·mrad 的束流<sup>[5]</sup>.

第四个措施是采用小半径的束流传输并保持束流匹配, 防止束包络振荡. 束包络振荡对发射度增长的贡献有两个方面, 一是在无加速场漂移过程中作为电流密度分布变化的媒介; 二是在加速过程中, 由于粒子能量的变化产生前后不同的空间电荷力, 实现一次振荡前后空间电荷力在束流中粒子之间作用的不同而出现的能量差, 该能量差转化为横向热运动能而引起发射度增长. 目前 DARHT-I, AIRIX 和“神龙一号”加速器均采取的传输策略是尽可能在短的距离内将束流的均方根半径压缩到小于 5mm, 然后以此半径平稳传输.

最后一个措施是在提高图像分辨率的情况下, 减小传输的束流强度来获得所需要的低发射度束流. DARHT-I 和 AIRIX 最初的设计指标是束流强度不低于 3kA<sup>[4]</sup>, 最后都运行在低于 2kA 的情况下才获得小于 2mm 的焦斑尺寸<sup>[6,7]</sup>.

## 参考文献 (References)

- 1 Lee E P, Cooper R K. Particle Accelerators, 1976, 7: 83—95
- 2 Caporaso, G J. Kiloampere High-Brightness Beams, Lawrence Livermore Laboratory Report: UCRL-95319, 1987
- 3 Martin Reiser. Theory and Design of Charged Particle Beams. A Wiley-Interscience Publication JOHN WILEY & SONS, INC. ISBN 0-471-30616-9, 1994
- 4 Launspach J, Bonnafond C et al. Recent Results on the DARHT and AIRIX 4MV  $\pm$  1%, 3.5kA Electron Beam Injectors, Beams, 1994
- 5 Merle E, Bombardier F et al. Progress with the 2—3kA AIRIX Electron Beam. EPAC 2002, Paris, France
- 6 Merle E, Delvaux J et al. Transport Optimization and Characterization of the 2kA AIRIX Electron Beam. Linac 2000, Monterey, California
- 7 Burns M J, Carlsten B E et al. Status of the DARHT Phase 2 Long-Pulse Accelerator. PAC 2001, Chicago

## Mechanism and Control Methods of Emittance Growth for LIA Injector

DAI Zhi-Yong<sup>1,2</sup> GUO Zhi-Yuan<sup>1;1)</sup> ZHANG Lin-Wen<sup>2</sup>

1(Institute of High Energy Physics, CAS, Beijing 100039, China)

2(Institute of Fluid Physics, CAEP, Mianyang 621900, China)

**Abstract** According to characteristics of Linear Induction Accelerator(LIA), the model of cylindrically symmetric DC beams is adopted in this paper. The differential equation of RMS emittance growth is derived. One of the emittance growth mechanism is presented, which assumes that the beam profile will not stop evolving unless it has Gaussian distribution due to non-linearity during beam transportation. Consequently, the emittance growth is calculated from K-V distribution to Gaussian distribution, and the control methods of emittance growth is discussed.

**Key words** LIA, cylindrically symmetric DC beams, emittance growth, control methods

Received 3 February 2004

1)E-mail: guozy@mail.ihep.ac.cn