

考虑随机过程影响的径迹重建*

张峰¹⁾ 李立 王瑞光 马欣华 雷宇 杨长根 陈和生

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

摘要 对 L3 宇宙线实验中 μ 子事例的动量重建方法进行了研究. 在事例的重建中, 考虑了某些影响径迹重建精度的因素, 如磁谱仪内部磁场的非均匀性和仪器自身物质对粒子的多次散射等过程引起的误差. 经过修正后的 μ 子事例的动量分辨有了显著的改善.

关键词 磁谱仪 宇宙线 径迹重建 动量分辨

1 引言

在利用磁谱仪测量带电粒子的动量时, 考虑到带电粒子在磁场作用下径迹发生偏转, 在忽略粒子与仪器内部物质之间的相互作用后, 粒子径迹在垂直于磁场方向的平面内表现为一段圆弧. 利用粒子横动量 P_t 与圆弧线的弧矢(Sagitta) s 的关系(设 $s^2 \ll L^2$):

$$s = \frac{0.3 \cdot L^2 \cdot B}{8 \cdot P_t}, \quad (1)$$

即可计算出粒子动量在垂直磁场方向的平面内的分量 P_t (GeV/c). 其中 B 为磁感应强度(Tesla), L 为弧线两端点的距离(m), 弧矢 s 为圆弧线对连接其两端的直线的最大偏离(m). 在此基础上再利用测量到的粒子在平行于磁场方向上的位置和入射角, 就可以完整地重建出粒子的动量信息.

但事实上, 径迹的重建是基于粒子经过磁谱仪位置的测量. 这种测量本身包括了很多误差的来源, 如粒子穿过磁谱仪时(特别是在穿过高密度物质的区段时)会受到多次散射和电离能损的影响, 粒子穿过磁谱仪不同位置时磁场的非均匀性也会影响径迹偏转的大小. 在粒子径迹的重建中, 这些不确定性会给粒子动量的重建带来误差. 为了提高动量重建的精度, 本文利用 GEANE^[1,2] 程序软件包, 以 L3 宇宙线 μ 子事例的径迹重建为例, 考虑了这些因素的影响, 对重建程序作了改进.

L3 宇宙线实验(简称 L3 + C 实验)^[3,4] 利用位于欧洲核子中心(CERN)的大型正负电子对撞机(LEP)上的 L3 μ 子漂移室来研究与宇宙线 μ 子现象有关的一系列物理课题. L3 + C 实验在 L3 磁谱仪顶部加装了 202m² 的测量事例起始时间的闪烁体计数器, 可精确测量能量在 20—1000GeV 范围内的宇宙线 μ 子的动量.

L3 磁谱仪^[5] 内部的均匀磁场强度为 0.51T. 其高精度的漂移室被安装在主/从两个“阜氏轮”(Ferris Wheel)上, 其中每个“阜氏轮”由 8 个结构完全相同的“卦”单元(Octant)组成正八面柱体的结构, 中心为强子量能器. 磁谱仪的每个“卦”单元内安装了 3 层(MO, MM, MI)P 漂移室, 可以精确测量 μ 子径迹在垂直于磁场方向上的位置. 其中的 MO 和 MI 漂移室分别由 19 和 42 个丝室单元组成, 每个丝室单元有 16 根信号丝. MM 漂移室有 30 个丝室单元, 每个丝室单元有 24 根信号丝. 同时, 为了测量径迹在平行于磁场方向上的位置信息, 在外层和内层的 P 漂移室(MO 和 MI)的顶部和底部, 都分别安装了两层 Z 漂移室, 如图 1 所示.

2 粒子径迹的识别

L3 + C 重建程序的径迹识别的基本模式是: 利用磁谱仪顶端的闪烁体计数器给出的事例触发的初

2003-12-12 收稿

* 国家自然科学基金(1999500)资助

1) E-mail: zhangf@mail.ihep.ac.cn

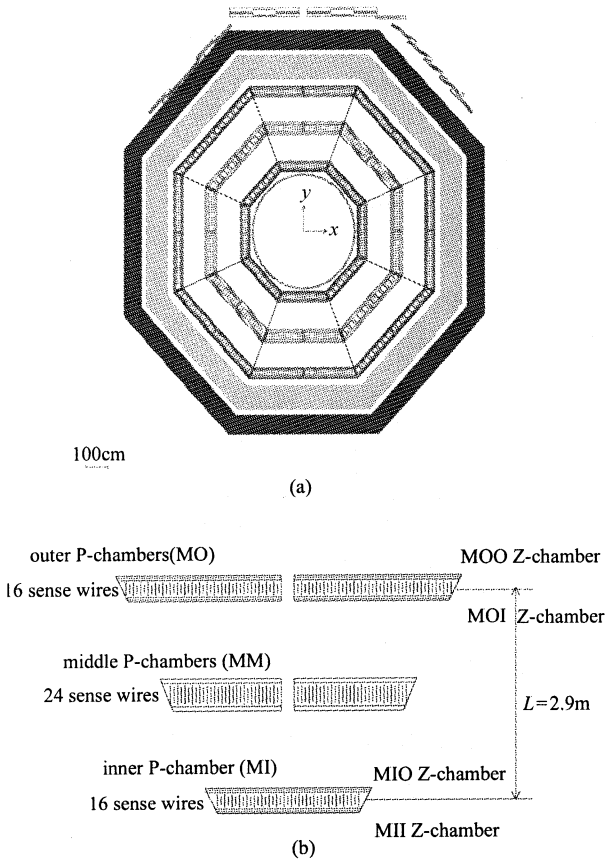


图 1 (a)顶端加装了闪烁体计数器的 L3 磁谱仪;(b)一个“卦”单元里的三层 P 漂移室和 MO 和 MI 顶部和底部的 Z 漂移室

始时间,通过 P/Z 各层漂移室的 TDC 信号得到在垂直和平行于磁场方向上径迹穿过各层漂移室时的位置和方向信息,先重建在各层漂移室里的径迹段(P/Z 径迹段),再通过对这些 P/Z 径迹段的组合与拟合重现粒子的三维径迹^[6-8].其中的坐标定义为:以磁谱仪中心为坐标原点, z 轴指向正电子束流方向, x 轴指向 LEP 环, y 轴指向磁谱仪正上方.

在垂直于磁场方向,重建程序利用 P 漂移室的信号丝的着火信息,计算出信号的漂移距离从而得到着火点的二维位置信息.程序进而将每一层 P 漂移室里的所有着火点两两组合,利用改进了的 Hough Transform 直线拟合方法^[9]对这些组合进行拟合,以获得径迹穿过 P 漂移室时留下的径迹片段在垂直于磁场方向上的投影信息(P 径迹段).考虑到带电粒子在磁场中的偏转,程序进一步对直线拟合得到的 P 径迹段做圆拟合^[6].由于单层 P 漂移室无法判断信号是来自信号丝左侧还是右侧,重建得到的每个 P 径迹段有一个对称于信号丝平面的假径迹

段(疑义径迹段),这种不确定性的问题将在随后的径迹拟合中得到解决.

在平行于磁场方向上,为了提高定位精度,两层 Z 漂移室之间错开了半个丝单元.Z 径迹段的重建同样采用直线拟合的方法,要求至少有三层的 Z 漂移室有着火信息.

在重建好 P/Z 径迹段以后,程序将整个磁谱仪所有“卦”单元里的 P 径迹段两两组合,利用组成该径迹段的各着火点进行圆拟合,并得到一组参数 (ρ, d, ϕ) ,其中 ρ 为曲率半径, d 为拟合的圆到原点(设在磁谱仪中心)最近的距离(参考点), ϕ 为圆上参考点的切线倾角^[6,7].拟合的质量由 χ^2 来表示:

$$\chi^2 = \sum_i \omega_i \left[\left(\frac{0.5\rho}{1 + \rho d} \cdot r_i^2 \right) - r_i \cdot \sin(\phi - \psi_i) + \left(\frac{1 + 0.5\rho d}{1 + \rho d} \right) \cdot d \right]^2, \tag{2}$$

其中 r_i 和 ψ_i 为各着火点在柱坐标系里的位置信息, ω_i 为相应的权重,由漂移室丝室单元的物理特性及着火点位置所决定.程序进而对参数组分组选择,以识别出径迹在垂直磁场方向上的完整的投影(P track).最后将 P track 与 Z 漂移室里的 Z 径迹段作组合以得到径迹的三维信息,并进一步对径迹做精确的飞行时间的修正.

至此一个完整的三维径迹被成功地再现出来了.然而,在以上径迹拟合的过程中,径迹在垂直于磁场方向上的投影始终被假设是一个圆.当然在径迹拟合时考虑了位置点测量的误差,但是由于磁谱仪内部磁场的非均匀性,以及磁谱仪内部物质对径迹的多次散射的影响,带电粒子在漂移室内的真实径迹并非是一段真正的圆弧.因此,对径迹作进一步的修正是必要的.

3 考虑随机作用误差的径迹拟合修正

如上所述,通过圆拟合近似得到的径迹必须进一步修正.修正的工作通过使用 GEANE^[1,2]软件包来实现.

在理想情况下(探测器内部为真空,磁场处处均匀),粒子的径迹为一条螺旋线,其在垂直于磁场方向的 x-y 平面上的投影是一个圆,在 x-z 平面的投影是正弦曲线.但实际情况并非如此,粒子经过探测器时的真实的物理过程必须考虑到磁场的不均匀,游离能损(连续性能量损失),间断能损(如 δ 电子,韧致辐射等),以及多次散射等过程的影响.其中前

二类为非随机过程,可以由 GEANT^[10] 计算.后二类为随机过程,由 GEANE 处理.

粒子的径迹可以由 5 个独立的变量来描述: $1/p, x', z', x, z$, 其中 p 为动量, $x' = dx/dy, z' = dz/dy$. 取径迹长度 l 为参量,利用 GEANE 逐步计算这 5 个变量随着 l 的演化.设 $\xi^i(l_0)$ ($i = 1, \dots, 5$, 表示上述 5 个变量)为初值,在 l_0 处的值已知,则可以求出 $\xi^i(l)$ 的值,其中 l 取 $> l_0$ 的任何值.

在忽略随机过程的情况下,可以由 GEANT 计算出径迹函数 F 在 l 处的值 $F_{l_0, l}(\xi(l_0))$,将其写为

$$\zeta(l) = F_{l_0, l}(\xi(l_0)), \quad (3)$$

其中的径迹函数 F 由 GEANT3^[10] 来描述和模拟计算. $\zeta(l)$ 应该是在有随机过程的情况下 ζ 取各种可能值的平均值

$$\zeta^i(l) = \langle \xi^i(l) \rangle \quad (i = 1, \dots, 5). \quad (4)$$

知道了 $\xi^i(l)$ 的平均值,如果再知道它们的方差(这里是协方差 $\sigma^{ij}(l, l_0)$),就可以利用随机抽样的方法求出具体的 $\xi^i(l)$.设在 l_0 处的协方差 $\sigma^{ij}(l_0)$ 已知,在不存在随机过程的情况下,粒子以确定的方式传播.由 l_0 到 l 的传播矩阵是^[1,2]:

$$\sigma^{ij}(l, l_0) = T^{im}(l, l_0) \sigma^{mn}(l_0) T^{jn}(l, l_0), \quad (5)$$

其中 $i, j, m, n = 1, \dots, 5$. T 为传输矩阵,它表示 ξ 在 l_0 处的微小改变对 ζ 在 l 处的微小改变的影响^[1,2]:

$$\delta \zeta^i(l) = T^{ij}(l, l_0) \cdot \delta \xi^j(l_0), \quad (6)$$

在真实的情况下,粒子将经历随机过程,如间断能损和多次散射的影响,误差传播矩阵元(5)还应该包含一个附加项 $\sigma_r(l_2, l_1) = \langle (\xi(l_2) - F_{l_1, l_2}(\xi(l_1)))^2 \rangle$, 以反映真实的随机过程对径迹的影响^[1,2],

$$\sigma^{ij}(l, l_0) = T^{im}(l, l_0) \sigma^{mn}(l_0) T^{jn}(l, l_0) + \sigma_r^{ij}(l, l_0), \quad (7)$$

其中的传输矩阵 T 和随机误差矩阵 $\sigma_r^{ij}(l, l_0)$ 由 GEANE 在模拟过程中逐步跟踪计算. GEANE 软件包反复使用(7)式逐步算出 $\sigma^{ij}(l, l_0)$. 利用上述 GEANE 软件包快速模拟给出的信息,可以实现对粒子径迹的拟合修正.

在实际的应用中,对于程序圆拟合得到的径迹,首先利用构成径迹的 P/Z 径迹段的信息来构建多层 ($L \leq 6$) 平行于 x - z 平面的平面,并以最高位置处 P/Z 径迹段处的平面作为参数修正的参考平面(第 l_0 层平面),以其 5 个圆拟合得到的参数及其误差作为拟合修正的初始参数,即取 $\xi(l_0) = x(l_0)$. 利用

GEANE 模拟从参考平面(第 l_0 层)位置向下入射,并分别计算出粒子由第 l_0 层运动到第 l 层的传输矩阵 $T(l_0, l)$, 误差 $\sigma(l, l_0)$, 以及粒子在该平面处的参数信息 $\zeta(l) = F_{l_0, l}(\xi(l_0))$. 粒子动量的修正依靠最小化相应的 χ^2 来实现,其矩阵公式表示为^[1]

$$\chi^2 = (\zeta - x) \sigma^{-1} (\zeta - x), \quad (8)$$

其中 ζ 为粒子在各参考平面位置处模拟得到的 N 维平均参数的向量,在不考虑随机过程影响的情况下,即为粒子真实的参数 ξ . x 为对应的待拟合修正的实际测量参数,拟合参数的选取依照:若某一层 P/Z 漂移室均有对应的径迹段,则选取 x/z 坐标值.若某一层只有 P 漂移室有对应的径迹段则选取 X 坐标值. σ 为一 $N \times N$ 的误差矩阵:

$$\sigma^{ij} = \begin{cases} \sigma_m^i + \sigma_{ge}^{ii}, & (i = j) \\ T^{ij}(l_2, l_1) \cdot \sigma_{ge}^{ij}, & (i \neq j), \end{cases} \quad (9)$$

其中 σ_m^i 为第 i 个参数的测量误差,由对应的 P/Z 径迹段的拟合参数给出. σ_{ge}^{ij} 为由(7)式计算得到的考虑了随机过程影响后粒子由 l_1 层运动到 l_2 层时,第 i 和第 j 个参数之间的误差,和传输矩阵 $T^{ij}(l_2, l_1)$ 一起可由 GEANE 模拟计算给出.对公式(8)最小化以后可以得出粒子在参考平面位置处修正的参数^[1,2]:

$$\xi_{\text{corr}}(l_0) = \xi(l_0) + \Delta \xi(l_0), \quad (10)$$

其中,

$$\Delta \xi(l_0) = \sigma_{\xi(l_0)} \cdot \tau^T \sigma^{-1} (x - \zeta), \quad (11)$$

τ 为相应参数之间的组合传输矩阵,写为

$$\tau = (T^{mi}(l, l_0)), \quad (12)$$

其中 $m = 1, \dots, 5$, 对应于在参考平面位置(第 l_0 层)的参数, $i = 1, \dots, N$, 表示选取拟合的参数, $l = 1, \dots, L$, 表示该拟合参数所在的平面.式中 τ 为 $5 \times N$ 维矩阵.误差矩阵 σ_{ξ_0} 为

$$\sigma_{\xi_0} = (\tau^T \sigma^{-1} \tau)^{-1}. \quad (13)$$

在重建程序中,针对每一条径迹,以上的 χ^2 最小化方法被多次迭带运行,其中后一次的初始参数变量取前一次修正得到的结果 $\xi_{\text{corr}}(l_0)$. 直到前后两次拟合计算得到的 χ^2 之差小于某个设定的值,则认为径迹动量的修正成功.

在对径迹参数进行修正前,磁谱仪各个卦单元之间的定位误差被用于校正 P/Z 径迹段的位置参数,以修正卦单元结构之间细微的错位所带来的误差¹⁾.

1) Unger M., Muon chamber alignment, L3 + C internal note, 2001

4 动量分辨的比较

为了检验以上讨论的径迹重建的效果,利用在探测器正上方产生的 Monte Carlo 事例来检验此重建方法的动量分辨.其中产生的能量从 5—100GeV,天顶角从 0°—20°,方位角从 0°—360°.所产生的 Monte Carlo 事例分别由考虑和不考虑随机误差的跨卦重建程序进行重建.重建后的动量分布的 RMS/MEAN 值对比如图 2 所示,其中阴影区域为考虑了随机误差过程后动量分布的 RMS/MEAN 值.

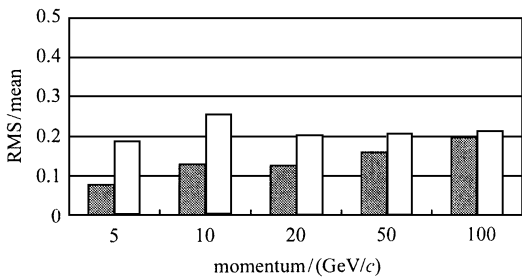


图 2 考虑和不考虑随机误差过程重建 Monte Carlo 事例的动量分布的 RMS/MEAN 值对比

可以看出,包括随机误差后的动量重建质量有了较大的改善,特别是对于入射动量较低的粒子.从物理上这是可以理解的,动量较低的粒子由于能损及多次散射带来的误差相对较大,这时粒子在磁场里的径迹偏离圆的程度已不可忽略.如入射动量为 10GeV 的 μ 子,如果径迹经过磁谱仪中心的强子量能器,所产生的约 5GeV 的能损已接近入射动量的 50%.对于更低的入射动量(5GeV),如果粒子经过了中心强子量能器,将几乎全被吸收,探测器只记录到 μ 子在到达中心强子量能器前的信息,这样在径迹重建时中心强子量能器对 μ 子的影响被自然地排除了,故而在同样不考虑随机过程影响的情况下,其重建质量要好于 10GeV 入射的 μ 子.

为了更清楚地显示跨卦程序的动量重建的能力,选择了其中产生能量在 100GeV 的 Monte Carlo 事例做进一步的分析.其选择条件为:当前事例必须成功地通过了前述的动量修正拟合,组成径迹的 P 径迹段数目 ≥ 4 , Z 径迹段数目 ≥ 2 .另外,考虑到粒子通过磁谱仪中心的强子量能器时能量损失很大,这部分事例也被排除.挑选出来的事例的动量分布如图 3 所示.

图 4 显示了在进行修正前/后,模拟的 100GeV

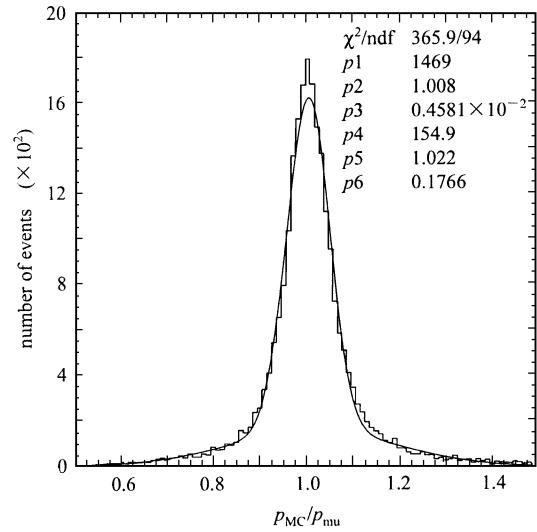


图 3 重建 100GeV Monte Carlo 事例的动量分布

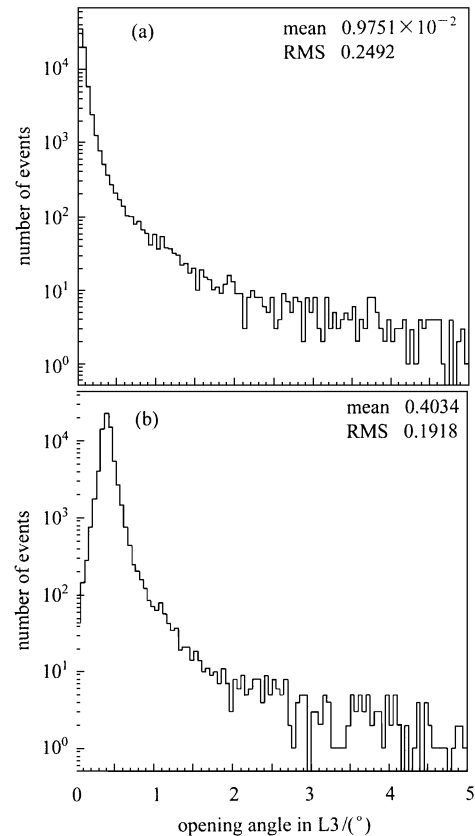


图 4 100GeV Monte Carlo 事例产生和重建得到的径迹方向之间空间立体夹角的分布(单位为角度)
(a)经过拟合修正;(b)没有经过拟合修正

的 μ 子事例入射方向与重建的方向矢量之间的空间夹角的分布.可以看出,修正后的方向分辨较之前有了明显的改善,原有的主要由于磁谱仪内部物质

(如支撑结构,中心强子量能器等)对径迹的多次散射造成的角度偏差被消除了.

5 讨论

从前面的讨论可以看出,在考虑了磁谱仪内磁场的非均匀性以及仪器内部物质对径迹的多次散射

等过程影响以后,程序的动量分辨有了较大的改进.同时,由于修正后角度重建精度的改善,还可以对探测器径迹重建中径迹的连接和外推等作出更为合理的计算.

本文作者感谢合作组内的姚治国, Michael Unger, Henric Wilkens 等的讨论和建议.

参考文献 (References)

- 1 Innocente V, Maire M, Nagy E. GEANE: Average Tracking and Error Propagation Package, CERN Program Library, 1991
- 2 Innocente V, Nagy E. NIM, 1993, **A324**: 297—306
- 3 Adriani O et al. NIM, 2002, **A488**: 209—225
- 4 LI Zhong-Chao et al. HEP & NP, 2002, **26**(2): 172—179 (in Chinese)
(李忠朝等. 高能物理与核物理, 2002, **26**(2): 172—179)
- 5 Adeva B et al., NIM, 1990, **A289**: 35—102
- 6 Karimaki V. NIM, 1991, **A305**: 187—191
- 7 Schmitt V. Analysis of Multi Muon Events in the L3 Detector. Diploma Thesis, 2000
- 8 VanMil A. Cosmic-Ray Muons in the L3 Detector, Ph. D Thesis, 2001
- 9 Ballester P. Vistas in Astronomy, 1996, **40**(4): 479—485
- 10 Brun R et al. GEANT 3, CERN DD/EE/84-1 (Revised, 1987)

Study on the Track Reconstruction in L3 + C Experiment *

ZHANG Feng¹⁾ LI Li WANG Rui-Guang MA Xin-Hua
LEI Yu YANG Chang-Gen CHEN He-Sheng
(Institute of High Energy Physics, CAS, Beijing 100039, China)

Abstract The reconstruction method of muon tracks in the L3 Cosmic Ray Experiment has been studied. The affection caused by the non-uniformity of magnetic field, multiple scattering and other random processes have been investigated by the Geane package. After correction, the momentum resolution of the reconstructed muons was improved.

Key words spectrometer, cosmic ray, track reconstruction, momentum resolution

Received 12 December 2003

* Supported by NSFC(1999500)

1) E-mail: zhangf@mail.ihep.ac.cn