

靶上束流性能和束流传输系统参数间的关系

徐建铭¹⁾ 季国坤

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

摘要 为了在靶上得到一定尺寸并对称分布的束流,束流传输系统应该满足一些条件.本文分析了不同初始条件下,传输系统应该满足的条件.

关键词 束流性能 正四极透镜 斜四极透镜 传输矩阵 矩阵元 成像

1 引言

经加速器加速后的电子束打靶所产生的韧致辐射被广泛应用于辐射治疗、无损探伤、集装箱检测等方面.为了满足靶上束流尺寸及分布对称性的要求^[1],束流传输系统的合理设计至关重要.本文将讨论束流传输系统参数和靶上束流性能的关系.

2 靶上束流截面的边界方程

设辐射装置的参考坐标系是 $x-y$ 直角坐标系,束流应在此坐标系上对称分布并满足一定尺寸要求.束流传输系统的正四极透镜坐标系为 x_0-y_0 ,它相对于 $x-y$ 坐标系有一斜角 ϕ ,即 x_0 轴与 x 轴间有夹角 ϕ .在加速器出口端,也就是传输系统的起始端,束流的对称轴系统是 x_s-y_s . x_s-y_s 相

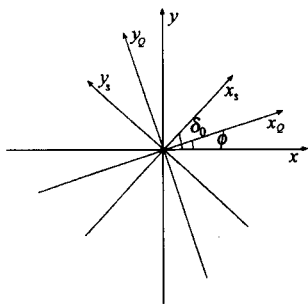


图 1

对于 $x-y$ 系统的斜角为 δ_0 如图 1 所示.在 x_s-y_s 坐标系上,束流截面的边界方程是,

$$\frac{x_s^2}{a_0^2} + \frac{y_s^2}{b_0^2} = 1. \quad (1)$$

式中 a_0 和 b_0 分别是传输线起始端束流在 x_s 轴和 y_s 轴上的半宽度和半高度.

粒子在靶上的坐标 x, x', y, y' 与它在运输线起始端的坐标 x_s, x'_s, y_s, y'_s 的关系是,

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \\ y \\ y' \end{pmatrix} = M_\phi M_Q M_{\delta_0-\phi} \begin{pmatrix} x_s \\ x'_s \\ y_s \\ y'_s \end{pmatrix}. \quad (2)$$

上式中 M_Q 是束流传输线在它的正四极透镜系统上从起始端到靶的传输矩阵. M_ϕ, M_Q 和 $M_{\delta_0-\phi}$ 的表示式分别是,

$$M_\phi = \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi & 0 \\ 0 & \cos\phi & 0 & -\sin\phi \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi & 0 \\ 0 & \sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$M_Q = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & 0 & 0 \\ m_{21} & m_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} & m_{34} \\ 0 & 0 & m_{43} & m_{44} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

2003-07-03 收稿

1) E-mail: xujmb@yahoo.com.cn

$$M_{\delta_0 - \phi} = \begin{pmatrix} \cos(\delta_0 - \phi) & 0 & -\sin(\delta_0 - \phi) & 0 \\ 0 & \cos(\delta_0 - \phi) & 0 & -\sin(\delta_0 - \phi) \\ \sin(\delta_0 - \phi) & 0 & \cos(\delta_0 - \phi) & 0 \\ 0 & \sin(\delta_0 - \phi) & 0 & \cos(\delta_0 - \phi) \end{pmatrix}. \quad (5)$$

我们关心的是束流截面的形状和大小,不是它的发射度和张角. 所以,最好采用满足成像条件的传输系统. 这样,可使靶上束流截面和束流张角及发射度无关,只依赖于起始束流截面. 起始截面用简单的光阑就可加以限制,也比较容易测定. 传输系统成像的条件是 M_Q 的矩阵元 m_{12} 和 m_{34} 为零. 即

$$m_{12} = 0, \quad (6)$$

$$m_{34} = 0. \quad (7)$$

利用上面的 7 个关系式(1, 2, ..., 7), 便能求得靶上束流截面的边界方程. 它是

$$Px^2 - 2Qxy + Ry^2 = A^2. \quad (8)$$

在式(8)里,

$$P = \frac{1}{a_0^2} [m_{11} \sin(\delta_0 - \phi) \sin \phi - m_{33} \cos(\delta_0 - \phi) \cos \phi]^2 + \frac{1}{b_0^2} [m_{11} \cos(\delta_0 - \phi) \sin \phi + m_{33} \sin(\delta_0 - \phi) \cos \phi]^2, \quad (9)$$

$$Q = \frac{m_{33}^2}{2} \left\{ \left(\frac{m_{11}}{m_{33}} \right)^2 \sin 2\phi \left[\frac{\sin^2(\delta_0 - \phi)}{a_0^2} + \frac{\cos^2(\delta_0 - \phi)}{b_0^2} \right] + \frac{m_{11}}{m_{33}} \sin 2(\delta_0 - \phi) \cos 2\phi \left(\frac{1}{b_0^2} - \frac{1}{a_0^2} \right) - \sin 2\phi \times \left[\frac{\cos^2(\delta_0 - \phi)}{a_0^2} + \frac{\sin^2(\delta_0 - \phi)}{b_0^2} \right] \right\}, \quad (10)$$

$$R = \frac{1}{a_0^2} [m_{11} \sin(\delta_0 - \phi) \cos \phi + m_{33} \cos(\delta_0 - \phi) \sin \phi]^2 + \frac{1}{b_0^2} [m_{11} \cos(\delta_0 - \phi) \cos \phi - m_{33} \sin(\delta_0 - \phi) \sin \phi]^2, \quad (11)$$

$$A = [m_{11} \sin(\delta_0 - \phi) \sin \phi - m_{33} \cos(\delta_0 - \phi) \cos \phi] \times [m_{11} \cos(\delta_0 - \phi) \cos \phi - m_{33} \sin(\delta_0 - \phi) \sin \phi] - [m_{11} \cos(\delta_0 - \phi) \sin \phi + m_{33} \sin(\delta_0 - \phi) \cos \phi] \times [m_{11} \sin(\delta_0 - \phi) \cos \phi + m_{33} \cos(\delta_0 - \phi) \sin \phi]. \quad (12)$$

利用靶上束流截面的边界方程,便可以分析靶上束流的性能.

3 靶上束流性能的分析

靶上束流在 $x-y$ 系统上对称分布的条件是束

流截面的边界方程式(8)中 xy 交叉项的系数 Q 为零,即

$$\left(\frac{m_{11}}{m_{33}} \right)^2 \sin 2\phi \left[\frac{\sin^2(\delta_0 - \phi)}{a_0^2} + \frac{\cos^2(\delta_0 - \phi)}{b_0^2} \right] + \frac{m_{11}}{m_{33}} \sin 2(\delta_0 - \phi) \cos 2\phi \left(\frac{1}{b_0^2} - \frac{1}{a_0^2} \right) - \sin 2\phi \times \left[\frac{\cos^2(\delta_0 - \phi)}{a_0^2} + \frac{\sin^2(\delta_0 - \phi)}{b_0^2} \right] = 0. \quad (13)$$

利用上式便能求得在一定起始条件(δ_0, ϕ, a_0, b_0)下,为了使靶上束流相对于 $x-y$ 坐标系对称分布所要求的 $\frac{m_{11}}{m_{33}}$ 值. 当式(13)得到满足时,靶上束流截面的边界方程将是,

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad (14)$$

式中的 a 和 b 是靶上束流的半宽度和半高度,它们应该满足靶上束流尺寸的要求,小于允许的最大束流尺寸. a, b 的表示式分别是,

$$a^2 = \frac{A^2}{P}, \quad (15)$$

$$b^2 = \frac{A^2}{R}. \quad (16)$$

用式(13)确定了 $\frac{m_{11}}{m_{33}}$ 的比值,以保证靶上束流对称分布. 再从靶上束流允许的最大尺寸,结合式(15, 16),便能确定所要求的 m_{11} 和 m_{33} 的具体数值. 再加上前面说过的成像条件式(6), (7)就得到了束流传输系统的传输矩阵 M_Q 所应该满足的 4 个条件. 利用一些粒子动力学程序,如 TRANSPORT^[2], MAD^[3] 等便能求得满足要求的束流传输系统.

4 一些简单情况

前面讨论的是 3 套坐标系互不重合的普遍情况,下面分析几个常见的较简单的例子.

A. $\delta_0 = 0, \phi \neq 0$

即在起始端束流在 $x-y$ 坐标系上对称分布,束流传输系统使用斜四极透镜^[1],相对于参考坐标系倾斜角度为 ϕ . 在此情况下,式(13)化为下式,

$$\sin 2\phi \left(\frac{m_{11}}{m_{33}} - 1 \right) \left[\frac{1}{a_0^2} \left(\frac{m_{11}}{m_{33}} \sin^2 \phi + \cos^2 \phi \right) + \frac{1}{b_0^2} \left(\frac{m_{11}}{m_{33}} \cos^2 \phi + \sin^2 \phi \right) \right] = 0 \quad (17)$$

靶上束流对称分布所要求的条件是

$$\frac{m_{11}}{m_{33}} = 1, \quad (18)$$

或者

$$\frac{1}{a_0^2} \left(\frac{m_{11}}{m_{33}} \sin^2 \phi + \cos^2 \phi \right) + \frac{1}{b_0^2} \left(\frac{m_{11}}{m_{33}} \cos^2 \phi + \sin^2 \phi \right) = 0. \quad (19)$$

亦即,

$$\frac{m_{11}}{m_{33}} = - \frac{a_0^2 \sin^2 \phi + b_0^2 \cos^2 \phi}{a_0^2 \cos^2 \phi + b_0^2 \sin^2 \phi}. \quad (20)$$

$\frac{m_{11}}{m_{33}}$ 有两种可能, 式(18)和(20), 都能保证靶上束流对称分布.

如果采用式(18), 令

$$m_{11} = m_{33} = m. \quad (21)$$

利用式(9, 11, 12, 15, 16, 21), 并考虑到 $\delta_0 = 0$, 即可求得此种情况下靶上束流的半宽度, 半高度 a 和 b 的表示式.

$$a = ma_0, \quad (22)$$

$$b = mb_0. \quad (23)$$

在式(22), (23)中选择合适的 m 值, 使得靶上束流尺寸满足要求. 束流传输系统的传输矩阵除了要满足成像条件式(6), (7)外, 还要满足式(21), 共 4 个约束条件. 如果对传输系统没有其他要求, 如最大包络的限制, 则至少要有 4 个独立变量如透镜梯度、直线节长度等, 使得它的传输矩阵能满足上述 4 个约束条件, 式(6, 7, 21).

另一种可能是采用式(20). 同样, 利用式(9, 11, 12, 15, 16, 20)及 $\delta_0 = 0$ 便能得到靶上束流半宽度和半高度 a 和 b 的表示式. 它们分别是,

$$a = \frac{m_{11} b_0 (b_0^2 \sin^2 \phi + a_0^2 \cos^2 \phi)}{\sqrt{a_0^2 b_0^2 (\cos^4 \phi + \sin^4 \phi) + \cos^2 \phi \sin^2 \phi (a_0^4 + b_0^4)}}, \quad (24)$$

$$b = \frac{m_{11} a_0 (b_0^2 \sin^2 \phi + a_0^2 \cos^2 \phi)}{\sqrt{a_0^2 b_0^2 (\cos^4 \phi + \sin^4 \phi) + \cos^2 \phi \sin^2 \phi (a_0^4 + b_0^4)}}. \quad (25)$$

选择合适的 m_{11} 值使得式(24), (25)所表示的 a, b 值满足靶上束流尺寸的要求. 再利用式(20)确定 m_{33} 值, 以使靶上束流在 $x-y$ 系统上对称分布. 这样就确定了束流传输系统的传输矩阵所应该满足的条件, 据以设计该系统.

B. $\delta_0 = 0, \phi = 0$

这是最简单也最常遇到的情况, 即在传输线起始端, 束流在 $x-y$ 系统上对称分布, 并且束流传输系统的四极透镜在该系统上是正四极透镜. 在此情况下, 靶上束流对称分布的关系式仍是式(17). 由于 $\delta_0 = 0, \phi = 0$, 该式自然等于零, 和 m_{11}, m_{33} 无关, 也和束流起始参数 a_0, b_0 无关. 这就意味着, 只要传输系统满足成像条件式(6), (7), 靶上束流就是对称分布的, 并不要求 m_{11}/m_{33} 为一定值. 放大倍数 m_{11}, m_{33} 只由要求的束流截面大小决定.

利用式(9, 11, 12, 15, 16), 考虑到 $\delta_0 = 0, \phi = 0$, 便得到靶上束流的半宽度 a 和半高度 b 的表示式. 它们分别是,

$$a = m_{11} a_0, \quad (26)$$

$$b = m_{33} b_0. \quad (27)$$

选定 m_{11} 和 m_{33} 时, 只要使 a, b 满足靶上束流尺寸大小的要求. 选定的 m_{11}, m_{33} 值和成像条件式(6), (7)便是传输系统的传输矩阵所应该满足的 4 个条件.

C. $\delta_0 - \phi = 0$

起始束流以传输系统的正四极透镜坐标系 $x_0 - y_0$ 坐标轴为对称轴. 在此条件下, 式(13)化为,

$$\cos \phi \sin \phi \left[\left(\frac{m_{11}}{m_{33}} \right)^2 \frac{1}{b_0^2} - \frac{1}{a_0^2} \right] = 0. \quad (28)$$

靶上束流在 $x-y$ 坐标系上对称分布的条件是,

$$\left(\frac{m_{11}}{m_{33}} \right)^2 \frac{1}{b_0^2} - \frac{1}{a_0^2} = 0. \quad (29)$$

或者

$$\frac{m_{11}}{m_{33}} = \pm \frac{b_0}{a_0}. \quad (30)$$

最后求得在此条件下, 靶上束流的半宽度 a 和半高度 b 分别是,

$$a = m_{11} a_0, \quad (31)$$

$$b = m_{11} a_0. \quad (32)$$

即在靶上形成圆截面的束流, 它的半径是 $m_{11} a_0$. 根据靶上束流大小的要求先选定 m_{11} 值, 再利用式(30)以确定 m_{33} 值, 再加上成像条件式(6), (7), 就得到了在此起始条件下, 束流传输系统的传输矩阵所要满足的 4 个条件. 据以设计束流传输系统.

写作过程中曾和清华大学魏勇、李泉凤同志进行过有益的讨论.

参考文献 (References)

- (魏勇, 李泉凤. 强激光与粒子束, 2003, 15(3):283)
- 1 WEI Yong, LI Quan-Feng. High Power Laser and Particle Beams, 2003, 15(3):283(in Chinese)
 - 2 Brown K L. SLAC-91, 1973
 - 3 Grote H, Iselin F C. CERN/SL/90-13(AP), 1990

Relations between the Beam Characteristics on the Target and the Parameters of the Beam Transport System

XU Jian-Ming¹⁾ JI Guo-Kun

(Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Science, Beijing 100039, China)

Abstract In order to get a beam spot with limited dimension and symmetrical distribution on the target, the required parameters of the beam transport system are discussed. The related formulas to determine these parameters for different initial conditions are given also.

Key words beam characteristics, normal quadrupole, skew quadrupole, transfer matrix, matrix element, imaging