

电子储存环中闭合轨道和色散函数的校正*

李永军¹⁾ 王琳 冯光耀 孙葆根 徐宏亮 李为民 刘祖平

(中国科学技术大学国家同步辐射实验室 合肥 230029)

摘要 电子储存环中,由磁铁元件制造误差和安装误差导致的闭合轨道和色散函数的畸变,通常会引起一系列的负面效应.介绍了以合肥光源储存环为模型,用响应矩阵的奇值分解法对闭合轨道和色散函数进行校正的可行性研究结果.

关键词 电子储存环 闭合轨道 色散函数 响应矩阵 矩阵奇值分解 基于束流的准直

1 引言

对于一个真实的储存环,磁铁元件制造误差和安装误差是不可避免的.如各种磁铁元件中的二极分量误差、或因束流不通过四极铁和六极铁的中心而感受到的二极分量等因素,都会造成束流闭合轨道和色散函数的畸变.一般来说,同步辐射专用储存环通常位于一个水平面上,因此在竖直方向上的色散函数为零.但是由于四极铁和六极铁在安装过程中的旋转误差,或束流不通过它们在竖直方向上的中心使得该方向上的色散函数不再为零.以合肥光源为例,未校正的闭合轨道最大畸变大于 10mm,而竖直方向色散函数最大畸变约为 0.3m.

闭合轨道和色散函数的畸变通常会引起下列一些负面效应:(1)调束和运行的困难,严重的畸变甚至使得闭合轨道不存在,或者 Betatron 运动不稳定;(2)工作点的漂移;(3) β 函数的畸变;(4)储存环动力学孔径的减小;(5)因竖直方向发射度的增加而导致亮度的降低.对于同步辐射光源和对撞机,这些负面效应是极为不利的.因此,实现储存环中闭合轨道和色散函数的校正是非常重要的.在早期,较多采用的是用 MICADO 方法进行单纯的轨道校正²⁾,如对 CSRm 环进行的模拟研究¹⁾;而近年来,随着对机器性能的要求的逐渐提高,对色散函数(特

别是在竖直方向上)进行校正,也逐渐在一些加速器实验室被采用和实现.

由于储存环的安装和准直误差,真空室的中心与磁铁的中心并非一致,因此即使当束流经过真空室的中心(BPM 的中心)时,仍能感受到来自如四极铁和六极铁的二极场,从而导致闭轨和色散函数畸变.近年来,基于束流的准直(Beam-Based-Alignment)越来越多地被用作轨道校正.轨道校正的基准不是真空室的中心,而是磁铁中心.通过改变局部凸轨和位于局部凸轨内四极磁铁的强度,来观察束流轨道变化,从而找到束流通过该处四极铁的中心位置,并以此作为轨道校正的基准.在合肥光源上,由于 BBA²⁾的采用,使得储存环竖直方向的色散和发射度大为降低,亮度得到相应的提高.

结合原理,就合肥国家同步辐射实验室(NSRL)电子储存环在基于束流的准直的基础上,实现同时对闭合轨道和色散函数的校正作一可行性的研究.

2 响应矩阵(Response matrix)

假定储存环中有 N_m 个束流位置监测器(BPM)和 N_c 个校正磁铁.定义一个维数为 $2N_m$,单位为米的闭轨-色散向量

2002-10-28 收稿

*中国科学院知识创新工程,国家自然科学基金(10275062)资助

1)E-mail:liy@ustc.edu.cn

2)B. Autin, Y. Marti. CERN ISR-MA/73-17, 1973

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^T &= (\Delta z_1, \Delta z_2, \dots, \Delta z_N, \Delta Dz_1, \Delta Dz_2, \dots, \Delta Dz_N), \\ \Delta z_i &= z_i - z_{i0}, \Delta Dz_i = Dz_i - Dz_{i0}. \end{aligned} \quad (1)$$

$$= \frac{\sqrt{\beta_i \beta_j}}{2 \sin \pi \nu} \cos[\nu(\phi_i - \phi_j + \pi)], \quad (4)$$

其中 $0 < i \leq N_m$ 和 $0 < j \leq N_c$, $\beta_{i,j}$ 为 BPM 和校正铁处的 β 函数, ν 为储存环未校正时的工作点, $\phi_i - \phi_j$ 为 BPM 与校正铁之间的 β 振荡相移.

色散函数和校正铁强度之间的关系比较复杂, 校正铁对色散函数的贡献来自两个部分: (1) 校正铁本身就是一个二极磁铁, 它对色散函数有直接的贡献; (2) 校正铁的变化会引起束流轨道的变化, 使得束流在通过四极磁铁和六极磁铁时, 因横向的位置不同而感受到不同的二极分量, 从而对色散函数有间接的贡献. 通常校正磁铁本身的强度很弱(对束流产生的偏转角一般在 1mrad 量级以下), 因此它对色散函数的直接贡献远小于间接贡献. 据此, 响应矩阵的下半部分的所有元素^[4]

$$A_{ij} \approx \frac{\sqrt{\beta_i}}{2 \sin \pi \nu} \sum_j (K_j - \lambda_j D_j) L_j \sqrt{\beta_j} \times \cos[\nu(\phi_i - \phi_j + \pi)], \quad (5)$$

其中 $N_m < i \leq 2N_m$ 和 $0 < j \leq N_c$, K 和 λ 分别为四极磁铁和六极磁铁的强度, L 为磁铁的长度, D 为六极磁铁处的色散函数. (5) 式中略去校正铁对色散函数的直接贡献.

对轨道校正和色散函数校正本质上是一致的, 这一点是能同时实现两者同时校正的物理基础. 但两者的权重是不同的, 只有在轨道得到很好的校正后, 色散函数才能随之好转(这一点在合肥光源储存环已得到证实), 而反之则不然. 所以, 在实际处理时, 轨道校正的权重要优于色散函数校正, 即色散函数的校正要在轨道校正后的基础上来实现. 因此在向量的轨道和色散函数上分别加上不同的权重系数来实现这一点, 而且一般要求轨道校正的权重大于

色散函数. 经过数值研究, 两者权重系数的比例在 0.8:0.2 比较合适. 如果大于该比例, 色散函数的畸变难以得到较准确的校正; 如果小于该比例, 由于轨道的畸变不能首先得到较好的校正, 色散函数的校正也变得难以实现, 从而导致整个校正工作失败. 考虑权重系数后的闭轨 - 色散向量变成

$$\mathbf{x}^T = ((1 - \alpha)\Delta z_1, (1 - \alpha)\Delta z_2, \dots, (1 - \alpha)\Delta z_N, \alpha\Delta Dz_1, \alpha\Delta Dz_2, \dots, \alpha\Delta Dz_N). \quad (6)$$

这里取 $\alpha = 0.2$. 相应的响应矩阵则变成

$$\begin{cases} A_{ij}^* = (1 - \alpha)A_{ij}, & 0 < i \leq N_m, \\ A_{ij}^* = \alpha A_{ij}, & N_m < i \leq 2N_m. \end{cases} \quad (7)$$

3 响应矩阵的本征解法

根据线性代数的知识, 可利用矩阵的奇值分解 (SVD)^[5] 方法将响应矩阵分解为 3 个矩阵的乘积

$$A^* = U W V^T, \quad (8)$$

其中 W 为 $N_c \times N_c$ 的对角矩阵

$$W = \begin{pmatrix} w_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_{N_c} \end{pmatrix} \quad (9)$$

可以证明 V 的各个列向量是矩阵 $A^T - A$ 的本征值为 w_j^2 的本征矢量, 因而它们是正交的; U 的列向量则是和 V 列向量相对应的一组正交向量.

如果将闭轨 - 色散向量分解为 U 的列向量的线性迭加, 则校正磁铁的强度对应于相应的 V 列向量的线性迭加(符号是相反的, 因为校正磁铁的作用是用以抵消闭轨和色散函数的畸变).

4 数值研究结果

根据上述原理, 开发了一个外挂在 MAD 程序¹⁾ 上运行的 Fortran 计算程序, 用以研究合肥光源储存环实现储存环闭轨和色散函数的同时校正的可行性. 有关 HLS 储存环的主要参数列在表 1 中; 导致闭合轨道和色散函数畸变的磁铁制造和准直误差列在表 2 中. 实际计算时, 用一高斯分布的随机数来指定各个磁铁元件的误差. 由于合肥光源的磁铁元件较少, 所以不同的误差种子数给出的误差分布相差很大, 而且与环实际测量的结果有一定的差异.

1) H. Grote, F. Iselin. CERN/SL/90-13(AP), 1990

所以在实际校正中,将采用闭轨-色散向量与校正铁电流向量之间的响应矩阵来实现校正. 这里的误差范围和分布仅为数值研究之用.

表 1 合肥光源的主要参数

参数名称	参数值
能量	800MeV
周长	66.1308m
周期数	4
工作点	3.58/2.58
高频频率	204MHz
动量紧缩因子	0.044
束流发射度	133nm·rad

表 2 各种磁铁的安装及制造误差

	二极磁铁	四极磁铁	六极磁铁
$\Delta x_{rms}/mm$	1.0	1.0	1.0
$\Delta y_{rms}/mm$	0.5	0.5	0.5
$\Delta s_{rms}/mm$	1.0	1.0	1.0
$\Delta \phi_{rms}/mrad$	1.0	1.0	1.0
$\Delta B_{rms}/B$	0.001	0	0
$\Delta K_{rms}/K$	0	0.001	0
$\Delta \lambda_{rms}/\lambda$	0	0	0.001

图 1 给出储存环水平方向理想色散函数;图 2 给出由表 2 中磁铁误差导致的闭合轨道和色散函数畸变;图 3 则给出在经过若干次校正迭代后的闭合轨道和色散函数畸变. 由图 3 可见,经过 3 次迭代后,闭轨和色散函数的畸变均得到较好的校正.

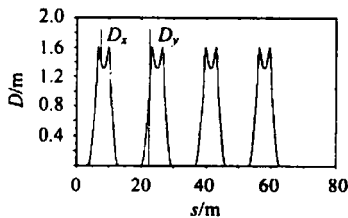


图 1 HLS 储存环的理想色散函数

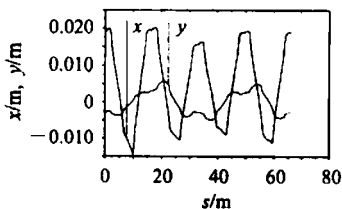


图 2 误差存在时的闭合轨道

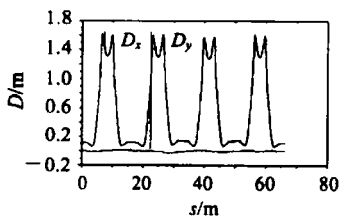


图 3 误差存在时的色散函数

上面计算是在假设 BPM 和校正磁铁都是理想状况下工作,即没有 BPM 读数误差和校正铁的设置误差. 实际上,来自 BPM 和校正铁的误差对校正结果有一定的影响. 为此在程序中增加了考虑 BPM 误差的功能. 合肥光源 BPM 的读数误差约为 $0.01mm^{[6]}$. 色散函数的测量是通过改变高频频率测量闭轨的方法实现的,计算公式为^[4]:

$$D = - \left(\alpha_c - \frac{1}{\gamma^2} \right) f_0 \frac{dx_{co}}{df_0} \approx - \alpha_c f_0 \frac{dx_{co}}{df_0}, \quad (10)$$

其中 α_c 为动量紧缩因子, f_0 为高频频率, dx_{co} 为高频频率改变 df_0 时由 BPM 测量到的闭轨的变化量. 因此色散函数的测量误差也是由 BPM 的读数误差来决定的(高频频率可认为能够精确设定). 由式(10)可以得出,在高频频率改变 $df_0 = 20kHz$ 时,色散函数的测量误差为 $4.5mm$. 计算结果表明,合肥光源现有 BPM 的精度不会对闭合轨道和色散函数的校正的整体效果产生较大的影响;但会在个别点处有一定的影响,并且经过多次数值计算表明,结果随误差分布的种子数有很大的关系(见图 6 和 7).

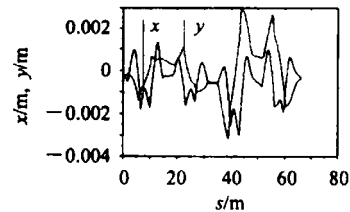


图 4 经过校正后的闭合轨道

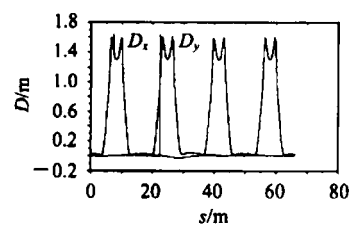


图 5 经过校正后的色散函数

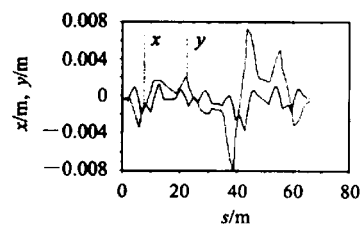


图 6 考虑 BPM 读数误差,经过校正后的闭合轨道

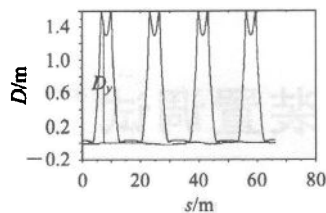


图 7 考虑 BPM 读数误差, 经过校正后的色散函数

需要指出的是, 由于在将闭轨 - 色散向量分解为 U 的列向量的线性迭加时还将有残余部分存在, 因此, 在理论上不可能实现轨道的完全校正. 如果某个 V 向量校正效果 (即本征值) 小于轨道残余部分, 或仅与之在量级上相比拟, 在校正中, 即可去除该向量的贡献. 这样做不仅不会对校正的效果有明显的影 响, 而且可以降低校正铁的强度. 这也是

SVD 方法优于 MICADO 方法的一个重要原因.

5 结论

合肥光源储存环利用 BBA 进行轨道校正的工作已取得很好的结果, 在此基础上, 实现轨道和色散函数的同时校正, 进一步提高光源的性能有非常重要的意义. 并且轨道和色散函数的同时校正并不需要增加新的硬件设备即可实现, 如不再需安装斜四极磁铁来校正横向的耦合, 鉴于合肥光源储存环目前这种剩余空间极其紧张的状况, 这点益显重要.

作者感谢 DESY 的 Dr. K. Balewski 对完成这项工作和编写程序时给予的指导和帮助.

参考文献 (References)

- 1 LIU Sheng-Li et al. HEP & NP, 1998, 22(2):176—179 (in Chinese)
(刘胜利等. 高能物理与核物理, 1998, 22(2):176—179)
- 2 SUN Bao-Geng et al. HEP & NP, 2002, 26(4):416 (in Chinese)
(孙葆根等. 高能物理与核物理, 2002, 26(4):416—422)
- 3 Courant E, Snyder H. Annals of Physics, 2000 281:360—408
- 4 Wiedemann H. Particle Accelerator Physics I & II, 2nd Edition, Berlin: Springer, 1998
- 5 Friedmann A et al. Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res., 1994, A344:269—277
- 6 WANG Jun-Hua et al. HEP & NP, 2002, 26(6):632 (in Chinese)
(王筠华等. 高能物理与核物理, 2002, 26(6):632—638)

Correction of Closed Orbit and Dispersion Function in the Electron Storage Ring*

LI Yong-Jun¹⁾ WANG Lin FENG Guang-Yao SUN Bao-Gen XU Hong-Liang LI Wei-Min LIU Zu-Ping

(National Synchrotron Radiation Laboratory, University of Science and Technology of China, Hefei 230029, China)

Abstract In electron storage ring, the distortion of closed orbit and dispersion, due to inaccuracies of magnets manufacture and misalignment, will cause a series of negative effects, such as tune-shift, distortion of optic function, decrease of dynamic aperture, and decrease of luminance et al. Previous work mainly concentrated on the correction of closed orbit, recently a method to correct orbit and dispersion simultaneously is developed to improve the performance of storage ring, and adopted by some accelerator labs. At the same time, the beam-based-alignment is adopted to let beam pass through the center of magnets instead of vacuum chamber, so the base for correction is also the center of magnets. This paper introduces the feasibility study of realizing correction of closed orbit and dispersion, by using singular value decomposition of response matrix, at Hefei Light Source storage ring. The simulation study shows that, the rms. value of closed orbit distortion is less than 0.1mm, and dispersions at vertical plane and dispersion-free region at horizontal plane basically disappear after correction.

Key words electron storage ring, closed orbit, dispersion function, response matrix, matrix singular value decomposition, beam-based-alignment

Received 28 October 2002

* Supported by Knowledge Innovation Project of CAS, National Natural Science Foundation of China (10275062)

1) E-mail: liyj@ustc.edu.cn