第27卷 第1期
2003年1月
高能物理与核物理
HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS
Vol.27, No.1
Jan., 2003

激发双参数变形奇偶相干态的反聚束效应*

江俊勤[1)]
(广东教育学院物理系 广州 510303)

摘要 通过在双参数变形奇偶 qs 相干态上重复作用玻色产生算符,构造了激发奇 qs 相干态 $a_{qs}^{+m}|\alpha\rangle_{qs}^{o}$ 和激发偶 qs 相干态 $a_{qs}^{+m}|\alpha\rangle_{qs}^{e}$,并用数值计算研究了参数 m,s 和 q 对反聚束效应的影响.结果显示:(1)当 r 较小时,对于偶 qs 相干态,激发可使原来强烈的聚束效应变为强烈的反聚束效应;(2)当 $q(q\leqslant1)$ 偏离1较远时,随着 r^2 的增大,二阶 qs 相关函数出现振荡现象(即反聚束效应和聚束效应交替出现),其振幅和周期都随 s 和 q 的减小而增大,但不明显受 m 的调节;(3)当 $q\to1$ 时,二阶相关函数同样出现振荡现象,其振幅和周期不但随着 s 的减小而增大,而且明显地受到参数 m 的调节;(4)对于大多数 r,二阶 qs 相关函数对 s 的敏感度大于对 q 的敏感度.

关键词 量子代数 双参数变形奇偶相干态 激发态 反聚束效应 qs 敏感度

1 引言

近年来,量子群和量子代数由于在物理学的许多领域中有着广泛的应用前景,而受到数学和物理学工作者的关注(见文献[1]及其参考文献).在原子核物理学中,量子群理论的 q 变形转子模型可用于描述原子核转动谱[2,3];在量子光学中,基于物理应用的考虑,人们先后构造并研究了单参数奇偶 q 相干态[4—7]和双参数奇偶 qs 相干态[8—10].

最近,我们把 Agarwal 提出的在相干态上重复作用玻色产生算符构造新量子态的方法[11]推广到单参数奇偶 q 相干态上,引入了激发奇 q 相干态和激发偶 q 相干态并研究了它们的统计性质[12,13].本文在双参数变形奇偶 qs 相干态上重复作用玻色产生算符,引入了激发奇 qs 相干态和激发偶 qs 相干态,并用数值计算的方法对它们的反聚束效应进行研

激发奇偶 qs 相干态

奇 qs 相干态(用上标o表示)和偶 qs 相干态(用上标e表示)分别定义为(未归一化)[8]

$$|\alpha\rangle_{qs}^{o}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha^{2n+1}}{\sqrt{[2n+1]_{qs}!}}|2n+1\rangle_{qs},\quad(1)$$

$$|\alpha\rangle_{qs}^{e}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha^{2n}}{\sqrt{[2n]_{qs}!}}|2n\rangle_{qs}.\quad(2)$$

式中 $\alpha=re^{i\theta}$,$[n]_{qs}!$ 定义为

$$[n]_{qs}!=[n]_{qs}[n-1]_{qs}\cdots[1]_{qs},\quad(3)$$

$$[n]_{qs}=((s^{-1}q)^{n}-(sq)^{-n})/(s^{-1}q-s^{-1}q^{-1}).\quad(4)$$

本文定义激发奇 qs 相干态和激发偶 qs 相干态为

$$|\alpha,m\rangle_{qs}^{o}=C_{m}^{o}a_{qs}^{+m}|\alpha\rangle_{qs}^{o}=C_{m}^{o}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha^{2n+1}}{\sqrt{[2n+1]_{qs}!}}\sqrt{\frac{[2n+1+m]_{qs}!}{[2n+1]_{qs}!}}\times|2n+1+m\rangle_{qs},\quad(5)$$

$$|\alpha,m\rangle_{qs}^{e}=C_{m}^{e}a_{qs}^{+m}|\alpha\rangle_{qs}^{e}=C_{m}^{e}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha^{2n}}{\sqrt{[2n]_{qs}!}}\sqrt{\frac{[2n+m]_{qs}!}{[2n]_{qs}!}}|2n+m\rangle_{qs},\quad(6)$$

式中 q 和 s 为两个变形参数;a_{qs}^{+} 为 qs 变形玻色产生算符,它与湮没算符 a_{qs} 以及粒子数算符 N_{qs} 满足如

2002-03-18 收稿
* 广东省教育厅自然科学基金(Z02083)资助
1) E-mail:jjq203@21cn.com

下对易关系

$$a_{qs}a_{qs}^{+} - s^{-1}qa_{qs}^{+}a_{qs} = (sq)^{-N_{qs}}, \tag{7}$$

$$[N_{qs}, a_{qs}] = -a_{qs}, [N_{qs}, a_{qs}^{+}] = a_{qs}^{+}. \tag{8}$$

为了保持奇偶性不变,重复作用玻色产生算符的次数为偶数,即 $m = 2,4,\cdots$;当 $m=0$ 时(5),(6)式回到(1),(2)式. C_m^{o} 和 C_m^{e} 为归一化常数

$$(C_m^{o})^{-2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(r^2)^{2n+1}}{[2n+1]_{qs}!} \times \frac{[2n+1+m]_{qs}!}{[2n+1]_{qs}!}, \tag{9}$$

$$(C_m^{e})^{-2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(r^2)^{2n}}{[2n]_{qs}!} \times \frac{[2n+m]_{qs}!}{[2n]_{qs}!}. \tag{10}$$

3　反聚束效应

qs 电磁场的二阶 qs 相关函数定义为

$$g_{qs}^{(2)}(0) \equiv {}_{qs}\langle a_{qs}^{+2}a_{qs}^{2}\rangle_{qs} / |{}_{qs}\langle a_{qs}^{+}a_{qs}\rangle_{qs}|^2.$$

当 $g_{qs}^{(2)}(0) < 1$ 时,称 qs 电磁场呈现反聚束效应.

对于 $|\alpha, m\rangle_{qs}^{o}$ 和 $|\alpha, m\rangle_{qs}^{e}$,分别有

$$g_{qs}^{o(2)}(0) = {}_{qs}^{o}\langle \alpha, m | a_{qs}^{+2}a_{qs}^{2} | \alpha, m\rangle_{qs}^{o} / ({}_{qs}^{o}\langle \alpha, m | a_{qs}^{+}a_{qs} | \alpha, m\rangle_{qs}^{o})^2, \tag{11}$$

$$g_{qs}^{e(2)}(0) = {}_{qs}^{e}\langle \alpha, m | a_{qs}^{+2}a_{qs}^{2} | \alpha, m\rangle_{qs}^{e} / ({}_{qs}^{e}\langle \alpha, m | a_{qs}^{+}a_{qs} | \alpha, m\rangle_{qs}^{e})^2, \tag{12}$$

式中

$${}_{qs}^{o}\langle \alpha, m | a_{qs}^{+2}a_{qs}^{2} | \alpha, m\rangle_{qs}^{o} = (C_m^{o})^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(r^2)^{2n+1}}{[2n+1]_{qs}!} \times \frac{[2n+1+m]_{qs}!}{[2n+1]_{qs}!} \times [2n+m]_{qs} \times [2n+1+m]_{qs},$$

$${}_{qs}^{e}\langle \alpha, m | a_{qs}^{+2}a_{qs}^{2} | \alpha, m\rangle_{qs}^{e} = (C_m^{e})^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(r^2)^{2n}}{[2n]_{qs}!} \times \frac{[2n+m]_{qs}!}{[2n]_{qs}!} \times [2n-1+m]_{qs} \times [2n+m]_{qs}.$$

$${}_{qs}^{o}\langle \alpha, m | a_{q}^{+}a_{q} | \alpha, m\rangle_{qs}^{o} = (C_m^{o})^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(r^2)^{2n+1}}{[2n+1]_{qs}!} \times \frac{[2n+1+m]_{qs}!}{[2n+1]_{qs}!} [2n+1+m]_{qs},$$

$${}_{qs}^{e}\langle \alpha, m | a_{q}^{+}a_{q} | \alpha, m\rangle_{qs}^{e} = (C_m^{e})^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(r^2)^{2n}}{[2n]_{qs}!} \times \frac{[2n+m]_{qs}!}{[2n]_{qs}!} \times [2n+m]_{qs}. \tag{16}$$

首先,考虑 $q<1$ 和 $s<1$ 的情况. 图1—4给出了当 $q=0.5$, $m=0$ 和 2, $s=0.6$ 和 0.5 时, $g_{qs}^{o(2)}(0)$ 和 $g_{qs}^{e(2)}(0)$ 随 $x(=r^2)$ 变化的数值结果.

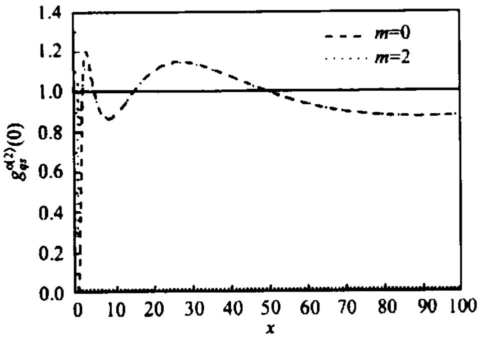

图1　当 $q=0.5$, $s=0.6$ 时, $g_{qs}^{o(2)}(0)$ 与 x 的关系

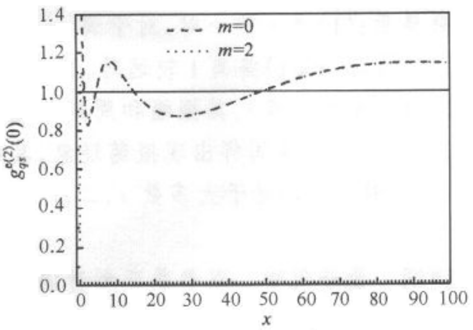

图2　当 $q=0.5$, $s=0.6$ 时, $g_{qs}^{e(2)}(0)$ 与 x 的关系

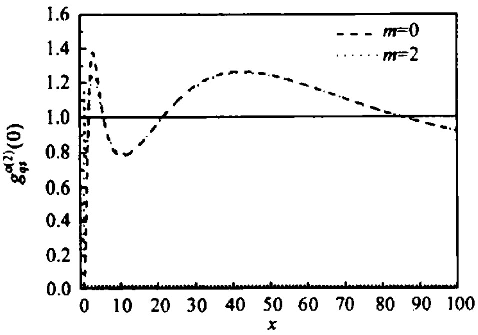

图3　当 $q=0.5$, $s=0.5$ 时, $g_{qs}^{o(2)}(0)$ 与 x 的关系

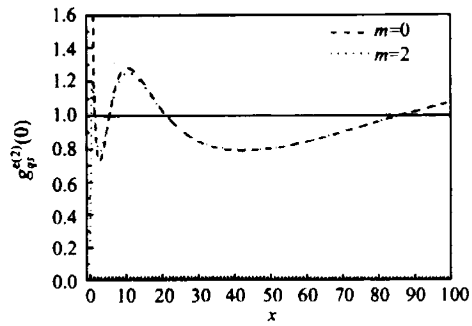

图4　当 $q=0.5$, $s=0.5$ 时, $g_{qs}^{e(2)}(0)$ 与 x 的关系

由图1—4可见,对于较小的 q(如 $q=0.5$)有:(a)当 r 较小时,对于奇 qs 相干态,激发(即增加光子)后基本上保持原来强烈的反聚束效应;但对于偶 qs 相干态,激发可使原来强烈的聚束效应变为强烈的反聚束效应(其强度明显比其它区域的大). (b)当 r 较大时,随着 x 增大,聚束效应和反聚束效应交替地出现,即 $g_{qs}^{o(2)}(0)$ 和 $g_{qs}^{e(2)}(0)$ 出现准振荡现象,

振幅和周期都随 s 的减小而增大(当然也随 q 的减小而增大,限于篇幅未画出),但不明显受 m 的调节.

其次,考虑 $q\to 1$ 和 $s<1$ 的情况. 图 5 和 6 分别给出了当 $q=1,m=0$ 和 $2,s=0.4$ 时,$g_{qs}^{o(2)}(0)$ 和 $g_{qs}^{e(2)}(0)$ 随 $x(=r^2)$ 变化的数值结果.

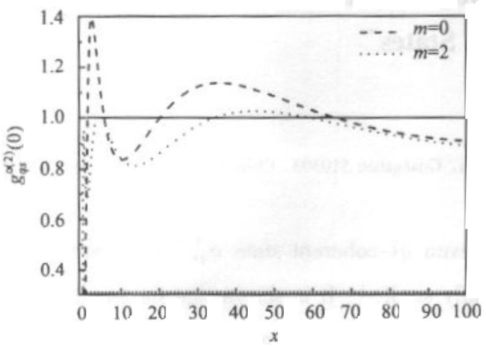

图 5　当 $q=1,s=0.4$ 时,$g_{qs}^{o(2)}(0)$ 与 x 的关系

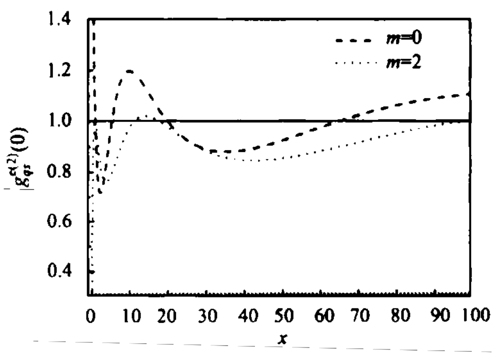

图 6　当 $q=1,s=0.4$ 时,$g_{qs}^{e(2)}(0)$ 与 x 的关系

由图 5 和 6 可见,当 $q\to 1$ 和 $s<1$ 时,$a_{qs}^{+m}|\alpha\rangle_{qs}^{o}$ 和 $a_{qs}^{+m}|\alpha\rangle_{qs}^{e}$ 退化为另一种单参数变形激发奇偶相干态,即激发奇偶 s 相干态 $a_s^{+m}|\alpha\rangle_s^{o}$ 和 $a_s^{+m}|\alpha\rangle_s^{e}$,它们的二阶相关函数同样出现振荡现象. 为了比较,还计算了当 $q=1,m=0$ 和 $2,s=0.3$ 和 0.5 时,$g_{qs}^{o(2)}(0)$ 和 $g_{qs}^{e(2)}(0)$ 随 x 变化的数值结果(但限于篇幅未画出). 结果表明:其振幅和周期不但随着 s 的减小而增大,而且明显地受到参数 m 的调节.

最后,讨论二阶 qs 相关函数对变形参数 q 和 s 的敏感度,可用二阶 qs 相关函数对变形参数 q 和 s 的变化率的绝对值描写,定义为

$$\tau_q=\left|\frac{\partial g_{qs}^{(2)}(0)}{\partial q}\right|=\left|\frac{g_{q+\Delta q,s}^{(2)}(0)-g_{qs}^{(2)}(0)}{\Delta q}\right|,\tag{17}$$

$$\tau_s=\left|\frac{\partial g_{qs}^{(2)}(0)}{\partial s}\right|=\left|\frac{g_{q,s+\Delta s}^{(2)}(0)-g_{qs}^{(2)}(0)}{\Delta s}\right|.\tag{18}$$

τ 的值越大,敏感度就越大. 在数值计算中,取 $\Delta q=\Delta s=10^{-5}$,而 $q(=s)$ 则分别取为 0.3,0.4,0.5,0.6 和 0.7.

计算结果表明,对于大多数 r,二阶 qs 相关函数对参数 s 的敏感度大于对参数 q 的敏感度.

图 7 给出了当 $q=s=0.4$ 时 τ^{o} 的数值结果(对于 τ^{e} 情况类似,限于篇幅未给出).

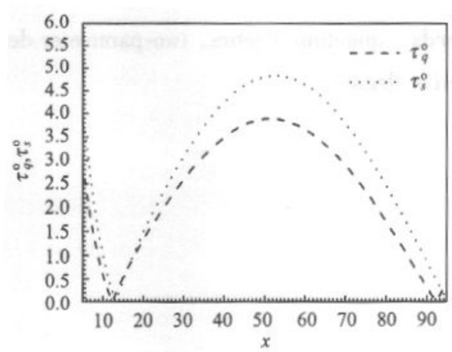

图 7　当 $q=s=0.4$ 时,τ_q^{o} 和 τ_s^{o} 与 x 的关系

参考文献(References)

1　Haret C. Rosu, Carlos Castro. Phys. Lett., 2000, **A264**:350—356

2　Raychev P P, Roussev R P, Smirnov Yu F. J. Phys., 1990, **G16**: L137; Iwao S. Prog. Thero. Phys., 1990, **83**:363

3　FANG Xiang-Zheng, RUAN Tu-Nan. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 2001, **25**:212—219; 2001, **25**:315—321(in Chinese)
(方向正,阮图南. 高能物理与核物理,2000,**25**:212—219; 2001, **25**:315—321)

4　WANG F B, KUANG L M. Phys. Lett., 1992, **A169**(4):225—228

5　KUANG L M, WANG F B. Phys. Lett., 1993, **A173**(3):221—227

6　ZHU Cong-Xu, WANG Fa-Bo, KUANG Le-Man. Acta Physica Sinica, 1994, **43**(8):1262—1267(in Chinese)
(朱从旭,王发伯,匡乐满. 物理学报,1994, **43**(8):1262—1267)

7　WANG Zhong-Qing. Acta Physica Sinica, 2001, **50**(4):690—692(in Chinese)
(汪仲清. 物理学报,2001, **50**(4):690—692)

8　ZHOU Huan-Qiang, HE Jing-Song, ZHANG Xin-Ming. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1995, **19**:251—257(in Chinese)
(周焕强,贺劲松,张新明. 高能物理与核物理,1995, **19**:251—257)

9　WANG Ji-Suo, SUN Chang-Yong, ZHAO Ming-Jian. Acta Optica Sinica, 1997, **17**(3):293—297(in Chinese)
(王继锁,孙长勇,赵铭健. 光学学报,1997, **17**(3):293—297)

10　WANG Zhong-Qing. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 2001, **25**(12):1158—1164(in Chinese)

(汪仲清. 高能物理与核物理,2001, **25**(12):1158—1164)

11 Agarwal G S, Tara K. Phys. Rev., 1991, **A43**(1):492—497

12 JIANG Jun-Qin. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 2002, **26**(4): 331—337(in Chinese)

(江俊勤. 高能物理与核物理,2002, **26**(4):331—337)

13 JIANG Jun-Qin. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 2002, **26**(8): 786—790(in Chinese)

(江俊勤. 高能物理与核物理,2002, **26**(8):786—790)

Antibunching Effect of the Excited Two-Parameter Deformed Even and Odd Coherent States*

JIANG Jun-Qin[1]

(Department of Physics, Guangdong Institute of Education, Guangzhou 510303, China)

Abstract The excited odd qs-coherent state $a_{qs}^{+m}|\alpha\rangle_{qs}^{o}$ and excited even qs-coherent state $a_{qs}^{+m}|\alpha\rangle_{qs}^{e}$ are constructed. The q, s, and m dependences of the antibunching effect are numerically studied. It is shown that for small r, the excited even qs-coherent state $a_{qs}^{+m}|\alpha\rangle_{qs}^{e}$ exhibits strong antibunching effect but the even qs-coherent state $|\alpha\rangle_{qs}^{e}$ exhibits strong bunching effect; When the q ($q\leqslant 1$) is far from 1, as r^2 increase, the second-order qs-correlation function exhibits oscillating phenomenon (i.e. alternates between antibunching effect and bunching effect), whose amplitude and period increase as s and q decrease, but are approximately independent of m; When $q\to 1$, the second-order qs-correlation function also exhibits oscillating phenomenon, whose amplitude and period not only increase as s decreases but also are dependent on m; In general, the second-order qs-correlation function is more sensitive to s than to q.

Key words quantum algebra, two-parameter deformed even and odd coherent state, excited state, antibunching effect, qs-sensitive degree

Received 18 March 2002

* Supported by Natural Science Foundation of the Education Department of Guangdong Province of China (Z02083)

1) E-mail: jjq203@21cn.com