时间反演过程中可逆性佯谬的消除

梅晓春

(福州大学　福州　350003)

摘要　按目前量子力学中的定义，微观过程在时间反演下保持不变的条件是系统的哈密顿量满足关系 $H^*(\boldsymbol{x},-t)=H(\boldsymbol{x},t)$.证明了目前粒子物理学中电磁相互作用理论实际上不满足这个条件，由于至今的粒子物理实验都表明电磁相互作用在时间反演下是保持不变的，因此目前粒子物理学的时间反演变换理论必重建.作者提出一种更为合理的时间反演方案，按此方案，单一过程的电磁相互作用的跃迁几率对时间反演保持不变.但对非单一过程的宏观系统，由于各不同过程跃迁几率振幅的干涉效应，使得宏观过程时间反演的对称性被破坏，因此可以从根本上解决物理学上长期悬而未决的，孤立宏观系统演化过程不可逆但微观过程可逆的所谓可逆性佯谬问题.

关键词　时间反演变换　可逆性佯谬　粒子物理学　电磁相互作用　对称性

按目前量子力学中的定义，微观系统在时间反演下保持不变的条件是系统的哈密顿量满足条件 $H^*(\boldsymbol{x},-t)=H(\boldsymbol{x},t)$. 目前普遍认为粒子物理学中的电磁相互作用理论在时间反演下满足这个条件，其实不然.以下通过直接的计算证明，电磁相互作用理论实际上不能满足这个条件，因而用 $H^*(\boldsymbol{x},-t)=H(\boldsymbol{x},t)$ 是否成立，来判定粒子物理过程是否对时间反演保持不变是不合适的，说明目前粒子物理学的时间反演理论必须重建.

按目前的理论，标量场φ、旋量场ψ和电磁场A_μ在时间反演下的变换规律为[1]

$$T\varphi(\boldsymbol{x},t)T^{-1}=\varphi(\boldsymbol{x},-t),TA_\mu(\boldsymbol{x},t)T^{-1}=-A_\mu(\boldsymbol{x},-t),\quad T\psi(\boldsymbol{x},t)T^{-1}=\mathrm{i}r_1r_3\psi(\boldsymbol{x},-t)=\sigma_2\psi(\boldsymbol{x},-t).\tag{1}$$

电磁相互作用的哈密顿密度为

$$H_m=-\frac{\mathrm{ie}}{2}A_\mu\left(\overline{\psi}r_\mu\psi-\psi^\tau r_\mu^\tau\overline{\psi}^\tau\right)=-\mathrm{ie}N\left(\overline{\psi}\hat{A}\psi\right)=$$
$$-\mathrm{ie}\left(A_\mu r_\mu\right)_{\alpha\beta}\left(\overline{\psi}_\alpha^{(+)}\psi_\beta^{(+)}+\overline{\psi}_\alpha^{(+)}\psi_\beta^{(-)}-\psi_\beta^{(+)}\overline{\psi}_\alpha^{(-)}+\overline{\psi}_\alpha^{(-)}\psi_\beta^{(-)}\right)\ .\tag{2}$$

量子场论中一般采用相互作用表象，将A_μ和ψ的自由场表达式代入上式，得

$$H_m(\boldsymbol{x},t)=-\frac{\mathrm{i}em}{(2\pi)^{9/2}}\sum_{r,\rho=1}^{2}\sum_{\sigma=1}^{4}\iiint\frac{\mathrm{d}^3\boldsymbol{k}\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}_1\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}_2}{\sqrt{2\omega}\sqrt{E_1E_2}}\left[r_\mu\varepsilon_\mu^\sigma(\boldsymbol{k})\right]_{\alpha\beta}\times$$

$$
\begin{aligned}
\Big\{\ & \bar{u}_{r\alpha}(\boldsymbol{p}_1)v_{\rho\beta}(\boldsymbol{p}_2)b_r^+(\boldsymbol{p}_1)d_\rho^+(\boldsymbol{p}_2)a_\sigma^+(\boldsymbol{k})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}[(\boldsymbol{p}_1-\boldsymbol{p}_2+\boldsymbol{k})\cdot\boldsymbol{x}-(E_1-E_2+\omega)t]}+\\
& \bar{u}_{r\alpha}(\boldsymbol{p}_1)u_{\rho\beta}(\boldsymbol{p}_2)b_r^+(\boldsymbol{p}_1)b_\rho(\boldsymbol{p}_2)a_\sigma^+(\boldsymbol{k})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}[(\boldsymbol{p}_1+\boldsymbol{p}_2+\boldsymbol{k})\cdot\boldsymbol{x}-(E_1+E_2+\omega)t]}-\\
& v_{r\beta}(\boldsymbol{p}_2)u_{\rho\alpha}(\boldsymbol{p}_1)d_r^+(\boldsymbol{p}_2)b_\rho(\boldsymbol{p}_1)a_\sigma^+(\boldsymbol{k})\mathrm{e}^{\mathrm{i}[(\boldsymbol{p}_1+\boldsymbol{p}_2+\boldsymbol{k})\cdot\boldsymbol{x}-(E_1+E_2-\omega)t]}-\\
& \bar{v}_{r\alpha}(\boldsymbol{p}_1)u_{\rho\beta}(\boldsymbol{p}_2)d_r(\boldsymbol{p}_1)b_\rho(\boldsymbol{p}_2)a_\sigma^+(\boldsymbol{k})\mathrm{e}^{\mathrm{i}[(\boldsymbol{p}_1-\boldsymbol{p}_2+\boldsymbol{k})\cdot\boldsymbol{x}-(E_1-E_2-\omega)t]}+\\
& \bar{u}_{r\alpha}(\boldsymbol{p}_1)v_{\rho\beta}(\boldsymbol{p}_2)b_r^+(\boldsymbol{p}_1)d_\rho^+(\boldsymbol{p}_2)a_\sigma(\boldsymbol{k})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}[(\boldsymbol{p}_1-\boldsymbol{p}_2-\boldsymbol{k})\cdot\boldsymbol{x}-(E_1-E_2-\omega)t]}+\\
& \bar{u}_{r\alpha}(\boldsymbol{p}_1)u_{\rho\beta}(\boldsymbol{p}_2)b_r^+(\boldsymbol{p}_1)b_\rho(\boldsymbol{p}_2)a_\sigma(\boldsymbol{k})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}[(\boldsymbol{p}_1+\boldsymbol{p}_2-\boldsymbol{k})\cdot\boldsymbol{x}-(E_1+E_2-\omega)t]}-\\
& v_{r\beta}(\boldsymbol{p}_2)u_{\rho\alpha}(\boldsymbol{p}_1)d_r^+(\boldsymbol{p}_2)b_\rho(\boldsymbol{p}_1)a_\sigma(\boldsymbol{k})\mathrm{e}^{\mathrm{i}[(\boldsymbol{p}_1-\boldsymbol{p}_2+\boldsymbol{k})\cdot\boldsymbol{x}-(E_1-E_2+\omega)t]}-\\
& \bar{v}_{r\alpha}(\boldsymbol{p}_1)u_{\rho\beta}(\boldsymbol{p}_2)d_r(\boldsymbol{p}_1)b_\rho(\boldsymbol{p}_2)a_\sigma(\boldsymbol{k})\mathrm{e}^{\mathrm{i}[(\boldsymbol{p}_1+\boldsymbol{p}_2+\boldsymbol{k})\cdot\boldsymbol{x}-(E_1+E_2-\omega)t]}\ \Big\}\ ,
\end{aligned}
\tag{3}
$$

可以将上式简写为

$$
\begin{aligned}
H_m(\boldsymbol{x},t)=\iiint \mathrm{d}^3\boldsymbol{k}\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}_1\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}_2\big[&A_1\mathrm{e}^{\mathrm{i}(E_1-E_2+\omega)t}+A_2\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(E_1+E_2+\omega)t}+\\
&A_3\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(E_1-E_2-\omega)t}+A_4\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(E_1+E_2-\omega)t}+A_5\mathrm{e}^{\mathrm{i}(E_1-E_2-\omega)t}+\\
&A_6\mathrm{e}^{\mathrm{i}(E_1+E_2-\omega)t}+A_7\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(E_1-E_2+\omega)t}+A_8\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(E_1+E_2+\omega)t}\ ,
\end{aligned}
\tag{4}
$$

式中A_i是$\boldsymbol{k}, \boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \boldsymbol{x}$的函数，从而可以得到

$$
\begin{aligned}
H_m(\boldsymbol{x},t)-H_m(\boldsymbol{x},-t)=\iiint \mathrm{d}^3\boldsymbol{k}\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}_1\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}_2\big[&A_1\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}(E_1-E_2+\omega)t}-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(E_1-E_2+\omega)t}\right)+\\
&A_2\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}(E_1-E_2+\omega)t}-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(E_1-E_2+\omega)t}\right)+A_3\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}(E_1-E_2-\omega)t}-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(E_1-E_2-\omega)t}\right)+\\
&A_4\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(E_1+E_2-\omega)t}-\mathrm{e}^{\mathrm{i}(E_1+E_2-\omega)t}\right)+A_5\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}(E_1-E_2-\omega)t}-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(E_1-E_2-\omega)t}\right)+\\
&A_6\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}(E_1+E_2-\omega)t}-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(E_1+E_2-\omega)t}\right)+A_7\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(E_1-E_2+\omega)t}-\mathrm{e}^{\mathrm{i}(E_1-E_2+\omega)t}\right)+\\
&A_8\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(E_1+E_2+\omega)t}-\mathrm{e}^{\mathrm{i}(E_1+E_2+\omega)t}\right)\ .
\end{aligned}
\tag{5}
$$

其中第一项可以写为

$$
\begin{aligned}
\iiint \mathrm{d}^3\boldsymbol{k}\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}_1\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}_2\big[A_1\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}(E_1-E_2+\omega)t}-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(E_1-E_2+\omega)t}\right)=&\frac{2em}{(2\pi)^{9/2}}\sum_{r,\rho=1}^{2}\sum_{\sigma=1}^{4}\iiint\frac{\mathrm{d}^3\boldsymbol{k}\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}_1\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}_2}{\sqrt{2\omega}\sqrt{E_1E_2}}\left(r_\mu\varepsilon_\mu^\sigma\right)_{\alpha\beta}\times\\
&\bar{u}_{r\alpha}(\boldsymbol{p}_1)v_{\rho\beta}(\boldsymbol{p}_2)a_\sigma^+(\boldsymbol{k})b_r^+(\boldsymbol{p}_1)d_\rho^+(\boldsymbol{p}_2)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\boldsymbol{p}_1-\boldsymbol{p}_2+\boldsymbol{k})\cdot\boldsymbol{x}}\sin(E_1-E_2+\omega)t\ .
\end{aligned}
\tag{6}
$$

我们仅考虑与 $\boldsymbol{k}$ 积分有关的部分，有

$$
\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\mathrm{d}k_1\mathrm{d}k_2\mathrm{d}k_3}{\sqrt{2(k_1^2+k_2^2+k_3^2)}}\left(r_\mu\varepsilon_\mu^\sigma\right)_{\alpha\beta}a_\sigma^+(\boldsymbol{k})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x}}\sin\left(E_1-E_2-\sqrt{k_1^2+k_2^2+k_3^2}\right)t\ \ ,
\tag{7}
$$

式中 ε_μ^σ 包含方向矢量$\boldsymbol{n}_1$，$\boldsymbol{n}_2$和 $\boldsymbol{n}_3=\boldsymbol{k}/\omega$.可见被积函数既不等于零，也不是k_i的奇函数，故（7）式的积分不等于零.同理对$\boldsymbol{p}_1$和$\boldsymbol{p}_2$的积分也不为零，

$$\iiint \mathrm{d}^3\boldsymbol{k}\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}_1\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}_2 A_1\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}(E_1-E_2+\omega)t}-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(E_1-E_2+\omega)t}\right)\neq 0\ . \tag{8}$$

同样可证(5)式中的其它项都不为零.又由于(5)式各项中所含的产生和湮没算符都不一样，使得(5)式各项的总和不为零，即 $H_m(\boldsymbol{x},t)\neq H_m(\boldsymbol{x},-t)$.另外由于H_m是厄密算符，容易证明 $H_m(\boldsymbol{x},-t)=H_m^*(\boldsymbol{x},-t)$ ，故 $H_m(\boldsymbol{x},t)\neq H_m^*(\boldsymbol{x},-t)$.可见若按目前的定义，将 $H_m(\boldsymbol{x},t)=H_m^*(\boldsymbol{x},-t)$ 作为时间反演不变性的条件，电磁相互作用理论在时间反演下就不能保持不变.然而至今的粒子物理学实验表明，电磁相互作用在时间反演下是保持不变的，可见用这种时间反演不变性条件来定义时间反演的对称性是不行的.另外在孤立宏观系统的演化过程中，时间反演对称性又显然不存在，这就是一个物理学上长期存在的,所谓的可逆性佯谬疑难问题.以下提出一个时间反演变换新方案，不用改变目前的电磁相互作用理论形式，但可以从根本上彻底解决这个矛盾.

时间反演的原始定义是 $t\to -t$ ，从它可以得到时间反演的 3 个基本性质：

(1) 运动方程、波函数以及有关函数中 $t\to -t$ ， $\boldsymbol{p}\to -\boldsymbol{p}$ ；

(2) 粒子的自旋方向反向；

(3) 粒子的产生和湮没过程互换，或粒子的产生和湮没算符（以及波函数）互换.

先讨论量子化后的自由实标量场 $\varphi(\boldsymbol{x},t)=\varphi^{(+)}(\boldsymbol{x},t)+\varphi^{(-)}(\boldsymbol{x},t)$ 的变换，其中：

$$\varphi^{(+)}(\boldsymbol{x},t)=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}}{\sqrt{2E}}a^+(\boldsymbol{p})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}-Et)}\ , \tag{9}$$

$$\varphi^{(-)}(\boldsymbol{x},t)=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}}{\sqrt{2E}}a(\boldsymbol{p})\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}-Et)}\quad . \tag{10}$$

按基本性质 1 和 3，有 $t\to -t,\ \boldsymbol{p}\to -\boldsymbol{p},\ Ta^+(\boldsymbol{p})T^{-1}\to a(-\boldsymbol{p})$，可得

$$T\varphi^{(+)}(\boldsymbol{x},t)T^{-1}=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int_{+\infty}^{-\infty}\frac{\mathrm{d}^3(-\boldsymbol{p})}{\sqrt{2E}}a(-\boldsymbol{p})\ \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}-Et)}\ , \tag{11}$$

再令$-\boldsymbol{p}\to\boldsymbol{p}$，上式变为

$$T\varphi^{(+)}(\boldsymbol{x},t)T^{-1}=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}}{\sqrt{2E}}a(\boldsymbol{p})\mathrm{e}^{\mathrm{i}(-\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}-Et)}=\varphi^{(-)}(-\boldsymbol{x},t)\ . \tag{12}$$

同样可证 $T\varphi^{(-)}(\boldsymbol{x},t)T^{-1}=\varphi^{(+)}(-\boldsymbol{x},t)$，量子化后的标量场在时间反演下的变化规律：

$$T\varphi(\boldsymbol{x},t)T^{-1}=T\varphi^{(+)}(\boldsymbol{x},t)T^{-1}+T\varphi^{(-)}(\boldsymbol{x},t)=\varphi(-\boldsymbol{x},t)\quad . \tag{13}$$

它与（1）式的差别在于 t 不变而 $\boldsymbol{x}\to -\boldsymbol{x}$ ，在对d^4x积分求动量空间跃迁几率时，相当于令 $\delta^3\left(\sum\boldsymbol{p}_i\right)\sim\delta^3\left(-\sum\boldsymbol{p}_i\right)$，表示费曼图顶角上粒子的动量全部反向，体现了时间反演的结果，但对跃迁几率的计算结果不产生影响.对于量子化后的自由电磁场，时间反演后波矢$\boldsymbol{k}\to -\boldsymbol{k}$，电磁场极化矢量 $\varepsilon_\mu^\sigma\to -\varepsilon_\mu^\sigma$ ，可得

$$TA_\mu(\boldsymbol{x},t)T^{-1}=-A_\mu(-\boldsymbol{x},t)\quad,\tag{14}$$

对于量子化后的自由旋量场$\overline{\psi}=\sum_{r=1}^{2}\left(\overline{\psi}_r^{(+)}+\overline{\psi}_r^{(-)}\right)$和$\psi=\sum_{r=1}^{2}\left(\psi_r^{(+)}+\psi_r^{(-)}\right)$，式中

$$\overline{\psi}_r^{(+)}(\boldsymbol{x},t)=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}\sqrt{\frac{m}{E}}\,\overline{u}_r(\boldsymbol{p})b_r^+(\boldsymbol{p})\ \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\boldsymbol{p}.\boldsymbol{x}-Et)}\ ,$$

$$\psi_r^{(-)}(\boldsymbol{x},t)=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}\sqrt{\frac{m}{E}}\,u_r(\boldsymbol{p})b_r(\boldsymbol{p})\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\boldsymbol{p}.\boldsymbol{x}-Et)}\quad.\tag{15}$$

按基本性质 2 和 3，T 变换后产生与湮没粒子过程互换且自旋反向，令 $\boldsymbol{r}\to\boldsymbol{r}'$，有

$$\{Tu_r(\boldsymbol{p})T^{-1}\}_\alpha=\{\overline{u}_{r'}(-\boldsymbol{p})\}_\alpha\qquad\text{或}\qquad Tu_r(\boldsymbol{p})T^{-1}=\overline{u}_{r'}^{\tau}(-\boldsymbol{p})\,.\tag{16}$$

$$\{T\psi_r^{(-)}(\boldsymbol{x},t)T^{-1}\}_\alpha=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int_{+\infty}^{-\infty}\mathrm{d}^3(-\boldsymbol{p})\sqrt{\frac{m}{E}}\{\overline{u}_{r'}(-\boldsymbol{p})\}_\alpha b_{r'}^+(-\boldsymbol{p})\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\boldsymbol{p}.\boldsymbol{x}-Et)}=$$

$$\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}\sqrt{\frac{m}{E}}\{\overline{u}_{r'}(\boldsymbol{p})\}_\alpha b_{r'}^+(\boldsymbol{p})\mathrm{e}^{\mathrm{i}(-\boldsymbol{p}.\boldsymbol{x}-Et)}=\{\overline{\psi}_{r'}^{(+)}(-\boldsymbol{x},t)\}_\alpha\ ,\tag{17}$$

即$T\psi_r^{(-)}(\boldsymbol{x},t)T^{-1}=\overline{\psi}_{r'}^{(+)}(-\boldsymbol{x},t)$，同样可得$T\psi_r^{(+)}(\boldsymbol{x},t)T^{-1}=\overline{\psi}_{r'}^{(-)}(-\boldsymbol{x},t)$．最后得

$$T\overline{\psi}(\boldsymbol{x},t)T^{-1}=\psi(-\boldsymbol{x},t)\quad,\quad T\psi(\boldsymbol{x},t)T^{-1}=\overline{\psi}(-\boldsymbol{x},t)\,.\tag{18}$$

再来求T 算符的形式，将 T 作用到正粒子动量空间运动方程上可得

$$T(\mathrm{i}\hat{p}+m)u_r(\boldsymbol{p})T^{-1}=(\mathrm{i}T\boldsymbol{r}T^{-1}\cdot T\boldsymbol{p}T^{-1}+\mathrm{i}Tr_4T^{-1}Tp_4T^{-1}+m)Tu_r(\boldsymbol{p})T^{-1}=0\ .\tag{19}$$

考虑到粒子自旋与动量同时反向后螺度不变，而能量与螺度不变时,动量空间波函数的形式也不变[2]，即$\overline{u}_{r'}(-\boldsymbol{p},E)=\overline{u}_r(\boldsymbol{p},E)$，按（16）式可得

$$\overline{u}_r(\boldsymbol{p})\left[-\mathrm{i}(T\boldsymbol{r}T^{-1})^\tau\cdot\boldsymbol{p}+\mathrm{i}(Tr_4T^{-1})^\tau p_4+m\right]=0\quad.\tag{20}$$

由于$\overline{u}_r$ 满足的方程是$\overline{u}_r(\mathrm{i}\hat{p}+m)=0$，与上式比较有$(T\boldsymbol{r}T^{-1})^\tau=-\vec{r}$，$(Tr_4T^{-1})^\tau=r_4$.考虑到 T 应是厄密算符，可取$T=\mathrm{i}r_1r_3r_4$，并令

$$r'_\mu=Tr_\mu T^{-1}=(r_1,-r_2,r_3,r_4)\ ,\quad \overline{r}_\mu=r'^{\tau}_\mu=(-r_1,-r_2,-r_3,r_4)=(-\boldsymbol{r},r_4)\,.\tag{21}$$

利用以上所得关系，可求得电磁相互作用哈密顿密度量在时间反演下的变换规律：

$$TH_m(\boldsymbol{x},t)T^{-1}=-\frac{\mathrm{i}e}{2}A_\mu(-\boldsymbol{x},t)\left[\overline{\psi}(-\boldsymbol{x},t)\overline{r}_\mu\psi(-\boldsymbol{x},t)-\psi^\tau(-\boldsymbol{x},t)\overline{r}_\mu^\tau\overline{\psi}^\tau(-\boldsymbol{x},t)\right]\ .\tag{22}$$

时间反演后哈密顿密度量中$\boldsymbol{x}\to-\boldsymbol{x}$，如前所述这在求跃迁几率对整个空间进行积分后对实际结果不产生影响.但由于$\overline{r}_\mu\neq r_\mu$，时间反演前后哈密顿密度和几率振幅一般不能保持不变.由于r_μ仅出现在相互作用费曼图的顶角上，按(21)式，$r_\alpha\to\boldsymbol{r}\alpha$相当于在顶角上令$\boldsymbol{p}\to-\boldsymbol{p}$，表示时间反演后粒子运动方向相反．我们将电子与电子相互作用或电子与光子相互作用等这类单一的相互作用过程称为纯态过程，以下证明在纯态过程中，用T变换前后的几率振幅计算跃迁几率结果是一样的，即仍对时间反演保持不变．

对于中间传播子是光子的二阶相互作用过程，如电子与电子之间的散射，考虑到关

系 $\bar{r}_\mu \bar{r}_\mu = (-\boldsymbol{r})\cdot(-\boldsymbol{r}) + r_4 r_4 = r_\mu r_\mu$ ，设时间反演前后跃迁几率振幅为$S^{(2)}$和 $S_t^{(2)}$ ，则

$$S_t^{(2)} \sim \bar{u}_{r'}(p_2)\bar{r}_\nu u_r(p_1)\delta_{\mu\nu}D(k)\bar{u}_{s'}(q_2)\bar{r}_\mu u_s(q_1) = \bar{u}_{r'}(p_2)r_\mu u_r(p_1)D(k)\bar{u}_{s'}(q_2)r_\mu u_s(q_1) \sim S^{(2)}, \quad (23)$$

式中 $D(k)$为光子传播函数，可见时间反演后跃迁几率振幅不变. 对于中间传播子是电子的过程，如康普顿散射，令 $R(\boldsymbol{p})$为电子传播函数，时间反演后跃迁几率振幅为

$$S_t^{(2)} \sim \bar{u}_{r'}(p_2)\left\{\varepsilon_\nu^\tau(k_2)\bar{r}_\nu R(\hat{p})\bar{r}_\mu \varepsilon_\mu^\sigma(k_1) + \varepsilon_\nu^\sigma(k_1)\bar{r}_\nu R(\hat{p})\bar{r}_\mu \varepsilon_\mu^\tau(k_2)\right\} u_s(p_1) \quad . \quad (24)$$

一般有 $S_t^{(2)} \neq S^{(2)}$.但在计算跃迁几率时需要对光子的极化初态求平均末态求和，利用关系 $\sum_{\sigma=1}^4 \varepsilon_\mu^\sigma \varepsilon_\nu^\sigma = \delta_{\mu\nu}$ 从（24）式容易证明 $\sum_{\sigma,\tau=1}^4 \left|S_t^{(2)}\right|^2 = \sum_{\sigma,\tau=1}^4 \left|S^{(2)}\right|^2$ ，既用时间反演前后的$S^{(2)}$和 $S_t^{(2)}$ 来计算跃迁几率结果是一样的.对于高阶电子自能过程，几率振幅为

$$S_t^{(2)} \sim \bar{u}_r(p_1)\bar{r}_\mu R(\hat{q})\delta_{\mu\nu}\bar{r}_\nu D(k)u_s(p_2) = \bar{u}_r(p_1)r_\mu R(\hat{q})r_\mu D(k)u_s(p_2) \quad . \quad (25)$$

可见时间反演后形式不变.但对于真空极化和顶角过程，时间反演后几率振幅分别为

$$S_t^{(2)} \sim \mathrm{Tr}\left\{\varepsilon_\mu^\sigma(k_1)\bar{r}_\mu R(\hat{q})\bar{r}_\nu R(\hat{q}')\varepsilon_\nu^\tau(k_2)\right\} \quad , \quad (26)$$

$$S_t^{(3)} \sim \bar{u}_r(p_1)\bar{r}_\mu R(\hat{q})\bar{r}_\nu R(\hat{q}')\delta_{\mu\lambda}D(k')\bar{r}_\lambda u_s(p_2)\varepsilon_\nu^\sigma(k) = \bar{u}_r(p_1)r_\mu R(\hat{q})\bar{r}_\nu R(\hat{q}')D(k')r_\mu u_s(p_2)\varepsilon_\nu^\sigma(k) . \quad (27)$$

由于 $S_t^{(2)} \neq S^{(2)}$ ，$S_t^{(3)} \neq S^{(3)}$ ，两者的几率振幅不能对T 变换保持不变. 但也容易看出在对光子的极化初态求平均末态求和后，用 $S_t^{(2)}$ 与 $S_t^{(3)}$ 来计算跃迁几率和用$S^{(2)}$与$S^{(3)}$来计算跃迁几率结果是一样的. 对于更复杂的高阶过程，同样可以证明只要是始末态确定的纯态过程，用时间反演前后的几率振幅来计算跃迁几率，结果总是一样的.

以上讨论的是纯态过程，但在宏观过程中系统的组分较复杂，一般都不是纯态. 如可同时存在电子与电子的相互作用，电子与光子的相互作用，以及电子与质子，光子与质子，光子与光子之间的相互作用等.故在宏观系统的演化过程中各纯态相互作用间存在干涉，这些干涉效应将导致系统的演化对时间反演不可逆. 为简单起见仅考虑系统中同时存在电子-电子与电子-光子二阶散射过程的时间反演.按 Wick 定理，总的几率振幅由两项几率振幅相加而成.令 $S_{t1}^{(2)}$ 和 $S_{t2}^{(2)}$ 代表时间反演后电子-电子和电子-光子散射的几率振幅，时间反演后跃迁几率的干涉项为

$$\sum_{\sigma,\tau=1}^4 S_{t1}^{(2)+} S_{t2}^{(2)} = \sum_{\sigma,\tau=1}^4 u_s^+(q_1)r_\mu \bar{u}_{s'}^+(q_2)D(k)u_r^+(p)r_\mu \bar{u}_{r'}^+(p_2)\times$$

$$\bar{u}_{r'}(p_2)\left\{\varepsilon_\alpha^\tau(k_2)\bar{r}_\alpha R(\hat{p})\bar{r}_\beta \varepsilon_\beta^\sigma(k_1) + \varepsilon_\alpha^\sigma(k_1)\bar{r}_\alpha R(\hat{p})\bar{r}_\beta \varepsilon_\beta^\tau(k_2)\right\}u_s(p_1) \quad . \quad (28)$$

该项对时间反演不能保持不变，既用时间反演前后的几率振幅来计算跃迁几率，结果一般是不一样的，而且在低阶过程就有较大的干涉. 因此宏观系统的演化对时间反演是不

可逆的，此结果表明孤立系统宏观演化过程不可逆的根源实际上在于微观过程的不可逆.

参考文献(References)

1 殷鹏程，量子场论纲要，上海科学技术出版社，1986，125

2 罗长勋，量子场论引论，陕西师范大学出版社，1986，145

Elimination of Reversibility Paradox in Time Reversal Processes

MEI Xiao-Chun

(Fuzhou University, Fuzhou 350003, China)

Abstract A more rational scheme of time reversal transformation is provided in the paper. In the new scheme, the transition probabilities are invariable under time reversal in the electromagnetic interaction processes of pure sates. But the evolutions of macro-processes can’t keep unchanged under time reversal owing to the interference effects of probability amplitudes between non-pure state processes. In this way, the so-called reversibility paradox, i.e. time reversal is reversible in micro-processes but irreversible in the macro-processes, can eliminated completely.

Key words time reversal, reversibility paradox, symmetry, particle physics