

# 北京正负电子对撞机 mini- $\beta$ 方案中束-束相互作用的<sup>\*</sup>研究

王 生 方守贤 张 闯

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

**摘要** 为实施 mini- $\beta$  方案,北京正负电子对撞机(BEPC)采用高频腔压缩束长,对撞亮度随着高频腔压的升高而下降是 BEPC 所遇到的特殊的束-束相互作用问题,此工作就是要搞清楚其物理机制并找到解决办法. 研究结论指出:对于 BEPC,束长  $\sigma_z$  对束-束相互作用的影响主要表现在“沙漏”效应和束长对横向自由振荡的相位平均效应. 这两个相互制约的因素使得 BEPC 的亮度对于束长和对撞点垂直  $\beta$  函数的比值有一个最佳范围,并由模拟结果给出了初步的范围.

**关键词** 束-束相互作用 相位平均效应 “沙漏”效应

## 1 引言

作为提高 BEPC 亮度的途径之一,关于实施 mini- $\beta$  的建议和方案在 1991 年就已提出<sup>[1]</sup>,鉴于当时国际上已有多台机器成功实现了 mini- $\beta$  方案,乐观的估计,可望 BEPC 的亮度能通过 mini- $\beta$  的实施提高 2—3 倍,但由于种种原因和困难,这一预期目标并未实现,束-束相互作用问题是其中的困难之一. 目前 BEPC 新的改进方案中又将 mini- $\beta$  作为提高亮度的重要手段之一,mini- $\beta$  方案中束-束相互作用问题需要进一步深入研究.

在 BEPC 最早提出的 mini- $\beta$  方案中采用永磁插入 Q 铁,由于考虑到注入能量和工作能量的不同,采用永磁 Q 铁将给运行带来一定的困难和风险,在 1995 年决定先将原有 Q 铁移近对撞点,实现  $\beta_y^* = 5\text{cm}$  运行. 为实现 mini- $\beta$  方案, BEPC 采用提高腔压的方法压缩束长,并为此将 BEPC 的高频腔由两个增加到四个,峰值腔压可达到 2.4MV. 在峰值 2.4MV 的腔压下,可将束长压缩至 3cm 左右,从而保证 mini- $\beta$  方案的实施. 但在移动插入 Q 铁前后的机器研究中发现<sup>[2]</sup>,对于 2.0GeV 对撞模式,在大流强情况下( $\Sigma I \approx 70\text{mA}$ )随着腔压的升高,束团垂直尺寸  $\sigma_y$  增大(blow up)而导致亮度下降,并且实验表明,  $\sigma_y$  的增

2000-07-06 收稿,2000-11-10 收修改稿

\* 中国科学院院长特别基金和博士后科学基金资助

大与束-束相互作用有关,但一直没有搞清楚其物理机制,也未能找到解决的办法.这一现象直接影响到 BEPC mini- $\beta$  方案的实施.搞清楚其中的物理机制并找到解决办法变得非常重要和迫切,否则将无法通过 mini- $\beta$  来提高 BEPC 的亮度.

## 2 束长对束-束相互作用及亮度的影响

提高高频腔压对束-束相互作用的影响有两个方面,一是束团长度被压缩,二是纵向振荡频率增大.纵向振荡频率增加,由后面模拟研究和机器研究的结果可以看出其与 BEPC 的束团垂直尺寸增长的关系不大,这里不予重点讨论.这里我们从两个方面着重讨论束团长度压缩对束-束相互作用及亮度的影响.

两个束团对撞时,由于实际的束团有纵向尺寸,这导致了“沙漏”效应的出现,如仅考虑“沙漏”效应的影响,亮度随  $\beta_s^*/\sigma_s$  的增大而增大.而在实际的对撞机中,还有其他的因素影响束-束作用,进而影响亮度.

由于对撞束具有一定的束长,使得在对撞区粒子受到的束-束作用力不是作用在一个相位而是作用在一个相位区间上,粒子受到的总的束-束作用力受到这个相位区间的“平均”作用而使在一个固定相位上所受到的束-束作用力减小.对于共振,

$$pQ_s = m, \quad (1)$$

从物理直观上看,这一平均作用减小共振强度,作用力作用的相位区间越大,则对减小共振越有利.这个相位区间的大小为

$$\Delta\psi = \int_{-\sigma_s}^{\sigma_s} \frac{1}{\beta(s)} ds \cong \frac{2\sigma_s}{\beta^*} \quad (2)$$

可以看出,束长越长,  $\beta^*$  越小,对增大相位平均作用,抑制共振强度越有利.在文献[3]中,对束长及共振的抑制作用,对一维情形,理论推导得到在作用量-频率空间的共振强度为

$$\Delta I = 2 \left( \left| \frac{F_{pk}}{\Lambda_{00}} \right| \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (3)$$

$$\Delta\omega = 2\epsilon\omega_0 \left( |F_{pk}\Lambda_{00}| \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (4)$$

式中  $F_{pk} = T_p(I) J_k \left( \frac{p}{2} \frac{c\tau}{\beta^*} \right) \exp \left[ -\frac{p^2}{8} \left( \frac{\sigma_s}{\beta^*} \right)^2 \right],$

$$T_p(I) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \frac{d\eta}{\eta} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{I\eta}{\epsilon_0} \cos^2 \theta \right) \right] e^{-i p \theta},$$

$$\Lambda_{00} = \frac{\partial^2 F_{00}}{\partial I^2},$$

这与前面直观物理分析的结果是一致的.并且可以看出,对于高阶共振(较大的  $p$ ),束长的相位平均作用对共振的抑制作用更大.

在两束团对撞中,束长对横向自由振荡的相位平均效应在 BEPC 的束-束相互作用中发挥了作用.1997 年储存环室加速器物理组曾对 BEPC 的机器参数进行了全面测量,结果发现对 2.015 GeV mini- $\beta$  模式,  $\beta_s^*$  的理论值为 5 cm,而实测为 8.7 cm,这一测量结果

与 1998 年机器研究中的测量结果是一致的,这时的  $\beta_s^*/\sigma_s > 1.5$ ,而正是在 2.015GeV 模式下的机器研究发现了随着腔压的升高,束团垂直尺寸增加导致亮度下降的现象.于是我们可以推断,压缩束长导致的束团垂直尺寸增加与束长压缩引起的相位平均效应对高阶共振的抑制作用减弱有关.后面的计算机模拟和机器研究结果可以进一步证明这个推断.

### 3 束-束相互作用的模拟研究及结果

这里采用 KEK 的 K. Hirata 编写的束-束相互作用的模拟程序 BBC(Beam Beam with Crossing angle)<sup>[4]</sup>.对程序进行了一定的修改,用修改后的程序进行的模拟研究的结果与理论预言是基本一致的.并且和机器研究的结果也基本吻合.

在模拟中,束团长度采用条纹相机测量给出的经验公式计算<sup>[5]</sup>

$$\sigma_s(\text{cm}) = 0.651 \left( \frac{I_b(\text{mA}) \alpha_p}{E(\text{GeV}) \nu_s^2} \right)^{\frac{1}{3.49}} \quad (5)$$

$\alpha_p$  为动量压缩因子,  $\nu_s$  为纵向振荡频数.

#### 3.1 2.015GeV 模式束-束作用模拟结果

图 1(a) 给出了  $\beta_s^* = 8.7\text{cm}$  时计算机模拟结果.图中比较了腔压  $V_{rf} = 1.5\text{MV}$  和  $V_{rf} = 0.9\text{MV}$  时的亮度值,共取了 6 个工作点的模拟结果进行了比较,水平工作点  $\nu_x$  不变,为 5.81,垂直工作点  $\nu_y$  由 6.75 变至 6.80,单束团流强为 35mA,根据公式(5),  $V_{rf} = 1.5\text{MV}$  时,  $\sigma_s = 4.5\text{cm}$ ,  $V_{rf} = 0.9\text{MV}$  时,  $\sigma_s = 5.3\text{cm}$ .从图中可以看出,除个别工作点,  $V_{rf} = 0.9\text{MV}$  时的亮度高于  $V_{rf} = 1.5\text{MV}$  时的亮度,并且这个差值和工作点有关.这一比较结果和 1995 年的机器研究结果是一致的(在 1995 年的机器研究中没有变化不同的工作点进行比较).在  $\beta_s^*$  偏大时,上面模拟结果显示亮度随着腔压的升高而下降.那么若将  $\beta_s^*$  调整到和理论值一致时,情形如何呢?图 1(b) 给出了  $\beta_s^* = 5\text{cm}$  时的不同腔压下的亮度的模拟结果,其余条件同图 1 相同.从图中可以看出,亮度随着腔压的升高(束长缩短)而显著增加,这与图 1(a) 的结果相比较,发生了本质的变化.这正是束长的相位平均效应发生了作用.另外,在图 1(a) 和 (b) 中,除  $\beta_s^*$  不同,其它条件均相同,而结果完全相反,这

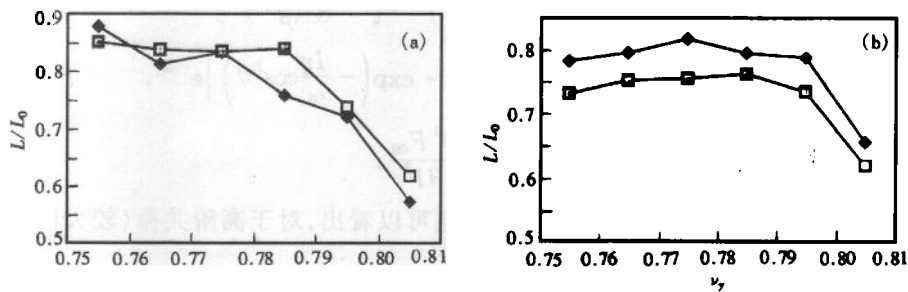


图 1 亮度随腔压的变化

(a)  $E = 2.015\text{GeV}$ ,  $\beta_s^* = 8.7\text{cm}$ ; (b)  $E = 2.015\text{GeV}$ ,  $\beta_s^* = 5\text{cm}$ .

◆  $V_{rf} = 1.5\text{MV}$ , □  $V_{rf} = 0.9\text{MV}$ .

也说明了腔压升高导致的亮度下降同纵向振荡频数随腔压的变化没有必然的联系。

### 3.2 1.548GeV 模式束-束相互作用模拟结果

上面讨论了 2.015GeV 模式的束-束相互作用模拟结果,1.548GeV 到 2.015GeV 的能量变化不会对束-束相互作用有本质的影响,模拟结果也说明了这一点. 在本文所进行的机器研究中,高频腔所能提供的最大腔压为 0.9MV,无法进行 2.015GeV 模式的束长对束-束相互作用的影响的机器研究. 鉴于此,我们进行了 1.548GeV 模式的束长对束-束相互作用影响的机器研究,这里为与机器研究结果比较,相应作了 1.548GeV 模式的束-束相互作用的模拟研究.

图 2(a)给出了  $\beta_y^* = 5\text{cm}$  时的计算机模拟结果,图中比较了  $V_H = 0.3\text{MV}$  和  $V_H = 0.85\text{MV}$  时亮度的变化,其中  $I_b = 15\text{mA}$ ,水平工作点为  $\nu_x = 5.81$ ,垂直工作点  $\nu_y$  由 6.75 变至 6.80 由 6.73 变至 6.78,可以看出,除  $(\nu_x, \nu_y) = (5.81, 6.76)$  由于接近  $3\nu_x + 2\nu_y + 2\nu_z = 4$  的共振线,其它各点亮度均随着腔压的升高而明显升高. 图 2(b)给出了  $\beta_y^* = 8.5\text{cm}$  时的计算机模拟结果. 除  $\beta_y^*$  外其余条件同图 2(a)相同,(b)显示的结果同(a)完全不同.

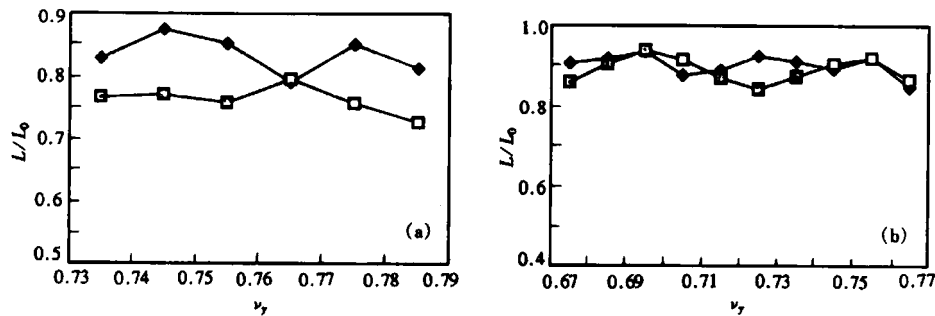


图 2 亮度随腔压的变化

(a)  $E = 1.548\text{GeV}$ ,  $\beta_y^* = 5\text{cm}$ ; (b)  $E = 1.548\text{GeV}$ ,  $\beta_y^* = 8.5\text{cm}$ .

◆  $V_H = 0.85\text{MV}$ , □  $V_H = 0.30\text{MV}$ .

### 3.3 BEPC 亮度与 $\sigma_x/\beta_x^*$ 关系的模拟研究

前面的模拟研究中,主要是为了与机器研究结果比较,只取了两个不同的束长(腔压)值进行模拟计算并比较其结果. 那么进一步地,按照前面的理论分析,由于“沙漏”效应与束长的相位平均效应的综合作用,亮度随  $\sigma_x/\beta_x^*$  将如何连续变化? 对 BEPC 而言,  $\sigma_x/\beta_x^*$  是否存在最佳值或最佳范围使得亮度最好? 若存在是多少? 为回答这些问题,这里进行了一组模拟研究. 与前面模拟中不同的是,这里纵向振荡频数  $\nu_z$  不随腔压变化.

图 3 给出了两个有代表性的工作点(5.81, 6.75), (5.81, 6.77), 可以看出, BEPC 亮度的最

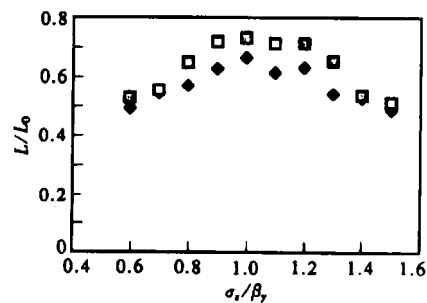


图 3 BEPC 亮度与  $\sigma_x/\beta_x^*$  的关系(模拟结果)

佳值在  $\sigma_r/\beta_y^* = 0.9-1.1$ .

这里用修改后的 BBC 程序系统模拟研究了 BEPC 中的束-束相互作用问题,与上一节的理论分析结论和以前的机器研究的结果是基本一致的.

#### 4 束-束相互作用的机器研究及结果

理论分析和模拟研究的结论只有落实到机器上,取得和机器实验研究相一致的结果,

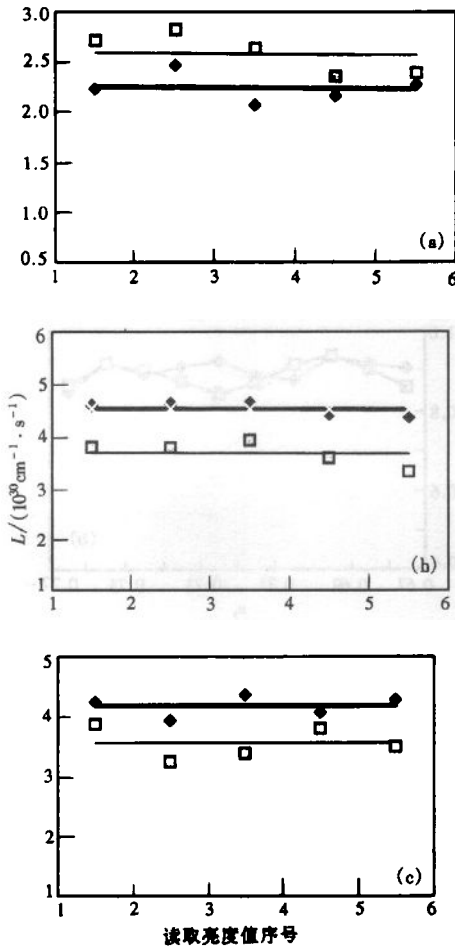


图 4 亮度随腔压变化的机器研究结果  
 (a)  $\beta_y^* = 8.5\text{cm}$ ,  $\Sigma I = 30.5\text{mA}$ ; (b)  $\beta_y^* = 5\text{cm}$ ,  
 $\Sigma I = 30.5\text{mA}$ ; (c)  $\beta_y^* = 5\text{cm}$ ,  $\Sigma I = 28.25\text{mA}$ .  
 ◆  $V_H = 0.85\text{MV}$ , □  $V_H = 0.35\text{MV}$ ,  
 —  $V_H = 0.85\text{MV}$ , —  $V_H = 0.35\text{MV}$ .

才对解决问题具有实际的意义,也能进一步证明理论分析结论的正确性. 1995 年的机器研究中,实际  $\beta_y^*$  比理论值偏大,  $\beta_y^*$  的具体数值现在难以确定,根据后来的参数测量值假定当时的  $\beta_y^*$  的实际值为  $8.7\text{cm}$ ,以此为依据的模拟研究结果和以前的机器研究结果是一致的<sup>[2]</sup>. 而现在有了理论分析和模拟结果的指导,可以进一步进行具有针对性的机器研究,反过来检验理论分析和计算机模拟的结论,帮助确定 BEPC 中亮度随腔压的升高而下降的物理机制.

在本轮机器研究中,分别研究比较了不同  $\beta_y^*$  ( $8.5\text{cm}$ ,  $5\text{cm}$ ) 情况下,升高腔压对亮度的影响,由于本轮 BEPC 运行中高频腔所能提供的最大腔压为  $0.9\text{MV}$ ,无法进行  $2.015\text{GeV}$  模式不同腔压下的束-束相互作用的对比实验,因此我们进行了  $1.548\text{GeV}$  模式下的机器研究. 由于机器研究时间和条件的限制,计划的项目并未全部完成,但主要的研究结果已得到,与理论分析和模拟研究的结论是一致的.

机器研究在  $\beta_y^* = 8.5\text{cm}$  和  $\beta_y^* = 5\text{cm}$  两种条件下,升降腔压,观察亮度的变化. 腔压变化范围为  $0.35\text{MV}$  到  $0.85\text{MV}$ ,在每个腔压值读取 5 个亮度值,以减小亮度读数本身的涨落误差,在升降腔压的过程中,流强会有变化,进行数据处理时,按  $L \propto I^2$  进行了修正.

$\beta_y^* = 8.5\text{cm}$  的研究结果如图 4(a) 所示,图中的横线代表平均值,下同. 这时  $\sigma_r/\beta_y^* \sim$

$0.65$ ,可以看到,如理论分析和模拟研究结果所预言,亮度随着腔压的升高而下降.  $\beta_y^* = 5\text{cm}$  的机器研究有多组数据,结果是一致的,这里给出其中的两组,如图 4(b) 及 (c) 所示.

这时  $\sigma_x/\beta_y^* \sim 0.9$ , 图中显示, 亮度随着腔压的升高而升高, 这与理论分析和模拟研究的结论也是一致的.

$\beta_y^* = 8.5\text{cm}$  和  $\beta_y^* = 5\text{cm}$  的机器研究条件除  $\beta_y^*$  外, 其他条件相同, 但结果相反, 这说明了 BEPC 中腔压升高所引起的亮度下降是由束长的变化引起的, 与纵向振荡频率的变化无关.

## 5 结论

(1) 理论分析结果表明, 对于 BEPC, 束长  $\sigma_x$  对束-束相互作用的影响表现在相互制约的两个方面, 一是“沙漏”效应, 当  $\sigma_x/\beta_y^*$  过大时, “沙漏”效应显著, 而使得亮度下降; 另一方面的影响是束长对横向自由振荡的相位平均效应, 相位平均效应随  $\sigma_x/\beta_y^*$  的增大而增大, 有助于抑制穿越工作点的共振的共振强度, 当  $\sigma_x/\beta_y^*$  过小时, 对共振的抑制作用减弱, 导致共振强度增大, 束团垂直尺寸增大, 亮度下降;

(2) 在理论分析指导下的模拟研究结果和理论分析的结论是一致的. 模拟研究结果表明, BEPC 的亮度最佳值在  $\sigma_x/\beta_y^* = 0.9-1.1$ , 当  $\sigma_x/\beta_y^*$  大于最佳值时, “沙漏”效应使得亮度下降; 而当  $\sigma_x/\beta_y^*$  小于最佳值时, 相位平均效应对共振的抑制作用减弱而使得亮度下降.  $\sigma_x/\beta_y^*$  的最佳值还和对撞的流强有关, 实际数值应在进一步的机器研究中确定;

(3) BEPC 上所有有记录的束长对束-束相互作用影响的机器研究结果与本工作中的理论分析和模拟研究的结论是一致的. BEPC 中升高腔压所引起的束团垂直尺寸增长所引起的亮度下降, 是因为  $\beta_y^*$  的实际值比理论值偏大(对高能量模式),  $\sigma_x/\beta_y^*$  过大, 导致相位平均效应减弱造成的. 在  $\sigma_x/\beta_y^*$  的合适范围内, 通过升高高频腔压压缩束长是可行的. BEPC mini- $\beta$  方案不存在束-束相互作用的限制.

## 参考文献 (References)

- 1 WU Ying-Zhi, LI Guang-Xiao, XIAO Ai-Min. Proceeding of the Workshop in on BEPC Luminosity Upgrades, Beijing, June, 1991
- 2 MA Li et al. The Measurement Study of Luminosity and Vertical Beam Size with Different Beta Function and Voltage. BEPC/MD/95
- 3 Krishnagopal S, Siemann R. Phys. Rev., 1990, D41:7
- 4 Hirata K. Nucl. Instr. Meth., 1988, A269:7
- 5 GUO Z, QIN Q et al. The Bunch Measurement with the Streak Camera During BEPC's Upgrades, Proceedings of BEPC Operation, 1996

**Beam-Beam Study in Beijing Electron Positron Collider mini- $\beta$  Scheme\***

WANG Sheng FANG Shou-Xian ZHANG Chuang

*(Institute of High Energy Physics, CAS, Beijing 100039, China)*

**Abstract** For performing mini- $\beta$  scheme in the Beijing Electron-Positron Collider (BEPC), high RF voltage is supplied for shortening the bunch length, but results in the luminosity decrease. This is the special phenomenon of beam-beam on BEPC, which limits the performance of mini- $\beta$  scheme. The work is aiming to explain the special phenomenon and overcome it. The conclusion of theoretic analysis, simulation and machine study is that, for BEPC, the bunch length influences the beam-beam interaction mainly through the "hourglass" effect and a veraging over the betatron phase during the collision, and these two contrary effects make the luminosity to be maximum only when  $\sigma_x/\beta_y$  (the ratio of bunch length and beta function of  $y$ -direction) is near the optimal value, and so the luminosity decrease due to high RF voltage can be avoided.

**Key words** beam-beam interaction, hourglass effect, averaging over the betatron phase

---

Received 6 July 2000

\* Supported by Special Foundation of President of The Chinese Academy of Sciences and Post Doctor Science Foundation of China