

粒子-转子模型与奇奇核的 能谱统计分析*

程南璞^{1,2} 郑仁蓉¹ 朱顺泉¹

1) 上海师范大学物理系 上海 200234)

2) 西南师范大学物理系 重庆 400715)

摘要 用轴对称粒子-转子理论模型计算奇奇核⁸⁴Y 低自旋下的能谱,研究了能谱的最近邻能级间距分布和能谱刚性度随自旋的变化规律,并对该模型中特定形式的质子-中子相互作用和科氏力作用对能谱统计特征的影响作了分析.

关键词 粒子-转子模型 奇奇核 能谱统计 最近邻能级间距 能谱刚性度

1 引言

随机矩阵理论的建立^[1],最先由原子核实验数据所证实^[2],它开辟了对量子混沌体系进行能谱统计研究的新领域^[3-9],在原子核物理^[3]、原子物理^[4]、分子物理^[5]等方面得到了广泛的应用.对于原子核这样的量子体系,利用能谱统计的方法去揭示原子核的能谱结构特点和动力学特征对能谱结构的影响是可行的^[3].但已有的原子核能谱研究多是针对特定理论模型下的非实际存在的偶偶核、奇偶核能谱^[6,7]或者是对已有的实验能谱进行简单的统计分析^[8],这种情况看到了能谱的统计规律,却对影响能谱结构的因素缺乏了解;或者是研究某一纯粹的理论模型下能谱的统计规律,比如文献[9],就是在 IBM 理论模型下分析了不确定原子核的能谱结构特点,对于这种情况,虽然能够了解该模型下能谱的统计规律以及影响能谱结构的因素,但是没有实验能谱可与之进行比较.从目前的研究现状来看,对实际存在的奇奇核的实验能谱或者理论能谱的研究都比较少,这方面的工作还有待于开展.

我们以前采用粒子-转子理论模型对 $A = 80, A = 160$ 质量区奇奇核的旋称反转(signature inversion)作了比较详细的研究^[10-12],其理论结果和实验值符合得相当好.在此基础上,我们准备仍然在粒子-转子理论模型下,从能谱统计的两个常用的测定量,即能谱的最近邻能级间距分布和能谱刚性度这一角度出发,对 $A = 80$ 区的奇奇核⁸⁴Y 的能谱作详细的统计计算,其工作目的是为了更进一步深入探讨奇奇核⁸⁴Y 的能谱随自旋

2000-07-19 收稿

* 国家自然科学基金(19875040)资助

的变化具有什么样的分布规律,以及该模型下特定形式的质子-中子相互作用和科氏力作用对奇奇核 ^{84}Y 能谱统计特征的影响.

在我们所采用的粒子-转子理论模型下,体系哈密顿量的自旋 I 和宇称 π 均是守恒量,则体系的哈密顿量在空间转动和时间反演变换下保持不变. 根据随机矩阵理论,此时能谱统计应和高斯正交系综对应^[3]. 为了对奇奇核 ^{84}Y 的能谱进行分析比较,文中同时给出了能谱分布的两种极端情况,高斯正交系综(GOE)分布和泊松(Poisson)分布.

2 奇奇核的粒子-转子理论模型

文献[10—12]中已详细论述了奇奇核的粒子-转子理论模型,这里只作简单介绍. 考虑奇奇核 ^{84}Y 是由两个外围准粒子(一个单准质子和一个单准中子)绕一个轴对称转子运动组成,则其总哈密顿量为

$$H = H_{\text{coll}} + H_{\text{sp}} + H_{\text{m}}, \quad (1)$$

其中 H_{sp} 是单准质子哈密顿量, H_{m} 是单准中子哈密顿量, H_{coll} 为集体运动哈密顿量. H_{coll} 由 3 部分构成,即 $H_{\text{coll}} = H_{\text{rot}} + H_{\text{recoil}} + H_{\text{Coriolis}}$. 利用文献[10,11]中的方法可将其写为下面更详细的形式:

$$H_{\text{coll}} = \frac{1}{2g} [(I^2 - I_3^2) + (j_n^2 - j_{n3}^2) + (j_p^2 - j_{p3}^2)] + \frac{1}{2g} (j_{n-} j_{p+} + j_{n+} j_{p-}) - \frac{1}{2g} (I_+ j_{n-} + I_- j_{n+} + I_+ j_{p-} + I_- j_{p+}). \quad (2)$$

上式中右边第一项为纯转子哈密顿量 H_{rot} , 第二项为反冲项哈密顿量 H_{recoil} , 由于它具有质子-中子相互作用的特点,在本文中把它称作此模型下特定形式的质子-中子相互作用项哈密顿量,第三项为科氏力作用项哈密顿量 H_{Coriolis} , g 是核心转动惯量. 对于单准质

H_{m} 是按 BCS 理论处理的^[10,11], 所利用到的费米能求解强耦合极限下基矢空间^[13]中总哈密顿量 H 的

$$\sum_{k, \mu_p, \mu_n} [H_{\mu_p, \mu_n}^{kk'}$$

即可得到各个自旋下的能量本征值(方程中 e_{μ_p}, e_{μ_n} 分别是单准质子和单准中子能量, $H_{\mu_p, \mu_n}^{kk'}$ 是集体运动哈密顿量矩阵元). 对不同自旋下的能量本征值构成一些能级序列 $\{E_i\}$, 由此就可进行能谱的统计计算.

3 能谱最近邻能级间距分布和能谱刚性度的统计计算

在得到能级序列 $\{E_i\}$ 后,能谱的统计计算可基本分为以下 3 个步骤进行:能谱展示、能谱的最近邻能级间距分布统计和能谱的刚性度统计.

3.1 能谱的展示过程

对能谱结构,常用能级累积函数 $N(E)$ 来描述其整体规律性,即 $N(E) = \sum \theta(E - E_i)$, 式中 θ 为单位步长函数,当 $E \geq E_i$ 时, $\theta = 1$, 否则 $\theta = 0$. $N(E)$ 则为能量小于等于 E 时的能级累积条数,也称能级阶梯函数. 为了分析能谱的涨落性质,有必要将能谱分成两个部分,光滑部分 $\bar{N}_{av}(E)$ 和涨落部分 $N_{fl}(E)$, 亦即 $N(E) = \bar{N}_{av}(E) + N_{fl}(E)$, 这一过程常称作能谱展示^[14]. 而对于光滑部分通常是用指数函数或者幂级数拟合能级序列 $\{E_i\}$ 得到. 本文采用的拟合函数为^[15]

$$\bar{N}_{av}(E) = \frac{N_{jt}}{\sqrt{\pi}A(1 + BE_0)} \int_{-\infty}^E e^{-\left(\frac{E-E_0}{A}\right)^2} (1 + BE) dE, \quad (4)$$

其中 N_{jt} 为总的能级条数, A, B, E_0 为自由参数. 这些自由参数可通过拟合条件 $Q = \int_{E_{min}}^{E_{max}} (N(E) - \bar{N}_{av}(E))^2 dE$ 最小得到. 到此就可计算对应于能级序列 $\{E_i\}$ 的平均能级累积序列 $\{X_i\}$, 其中 $X_i = \bar{N}_{av}(E_i)$. 在得到平均能级累积序列 $\{X_i\}$ 后,再对不同自旋下的能谱进行后两步的统计分析.

3.2 能谱的最近邻能级间距分布

能谱的最近邻能级间距定义为^[16]: $S_i = X_i - X_{i-1}$. 但是为了满足归一性条件(见后式(5))必须对 S_i 作归一化处理,即归一化后的最近邻能级间距为 $s_i = \frac{S_i}{D}$, 其中 $D = \langle S_i \rangle$ 是对不同 i 的最近邻能级间距 S_i 求平均得到的平均最近邻能级间距. 能谱的最近邻能级间距分布函数定义为 $p(s)$, $p(s)ds$ 表示最近邻能级间距落在间隔 $(s, s + ds)$ 内的概率. $p(s)$ 用以描述能级间的近程斥力和近程能级关联,它必须满足下面两个归一性条件^[17]:

$$\int_0^{\infty} p(s) ds = 1 \quad \text{和} \quad \int_0^{\infty} s p(s) ds = 1, \quad (5)$$

而实际计算公式为^[18] $p(s_i) = \frac{n_i}{N_{jt} ds}$, 其中 n_i 是 ds 间隔内的能级条数. 根据随机矩阵理论,如果体系的能谱是完全规则的(Poisson)、或完全混沌的(GOE)这两种极限, $p(s)$ 应有以下理论形式^[18]:

$$p(s) = \begin{cases} e^{-s} & \text{Poisson} \\ \frac{\pi}{2} s e^{-\frac{\pi}{4}s^2} & \text{GOE} \end{cases} \quad (6)$$

3.3 能谱的刚性度

能谱刚性度(Δ_3)用以描述能级间的长程斥力作用和长程能级关联,其定义为^[19]: 在序列 $\{X_i\}$ 中,任意取一段 $\{a, a + L\} \subseteq \{X_i\}$, 则

$$\Delta_3(a, a+L) = \frac{1}{L} \min_{A, B} \int_a^{a+L} [n(x) - (Ax + B)]^2 dx, \quad (7)$$

其中 $n(x)$ 是序列 $|X_i|$ 中能级条数小于等于 x 时的累积函数,这也是一种阶梯函数形式,而其中的 A, B 则是满足(7)式的拟合参数.为了得到整个谱的刚性度,实际采用的方法^[20]是将整个谱分成很多段构成: $[a, a+L], [a+L/2, a+3L/2], [a+L, a+2L], \dots$,直到将整个谱覆盖完,最后对各段求平均,得到整个谱的平均值 $\langle \Delta_3 \rangle$. 在随机矩阵理论中,对应于规则谱(Poisson)和混沌谱(GOE)两种极限,能谱刚性度 $\langle \Delta_3 \rangle$ 的理论形式为^[21]

$$\langle \Delta_3 \rangle = \begin{cases} L/15 & \text{Poisson} \\ \frac{1}{\pi^2} (\ln(2\pi L) + \gamma - 5/4 - \pi^2/8) + O(L^{-1}) & \text{GOE} \end{cases} \quad (8)$$

其中 $\gamma = 0.57722$ 为欧拉常数.

4 粒子-转子理论模型下奇奇核⁸⁴Y 的能谱统计结果与分析

为了知道粒子-转子理论模型下奇奇核⁸⁴Y 能谱的分布规律,以及该模型中特定形式的质子-中子相互作用和科氏力作用对能谱结构的影响,工作分三步进行.

1) 首先计算奇奇核⁸⁴Y 的部分自旋值 $I=5$ 到 $I=20$ 和宇称 $\pi = +1$ 时对应的能谱,统计结果如图 1(a,b)(由于篇幅限制,文中只给出了部分统计结果).

2) 为了知道质子-中子相互作用对能谱结构的影响,计算对应于图 1(a,b)中的自旋从公式(1)的总哈密顿量中去掉质子-中子相互作用项(保留科氏力作用项)时的能谱,其统计结果如图 1(c,d).

3) 为了知道科氏力作用对能谱结构的影响,计算在总哈密顿量中去掉科氏力作用项(保留质子-中子相互作用项)时的能谱,由于质子-中子相互作用项与自旋无关(见公式(2)),此时各自旋下的能谱的统计规律是基本相同的,所以图 2 只给出了自旋 $I=12$ 时的统计结果.

就所计算的自旋区,从图 1(a,b)中可看出,在我们采用的理论模型中,不同自旋下的能谱总的来说是接近混沌的,这与文献[8]中的说法一致,也就是说,处于中等质量区的核素其能谱是接近混沌的.其原因估计与中等质量区的核素形变比较小有关.但是不同自旋下能谱的最近邻能级间距分布和能谱的刚性度统计有一个显著的特点:在自旋 $I \leq 10$ 左右时,能谱随自旋的增加而逐渐靠近 GOE 线,也就是说能谱是向混沌方向发展的,且在 $I \approx 10$ 时达到最为混沌,而当自旋 $I \geq 10$ 左右时,能谱随自旋的增加却是逐渐远离 GOE 线,也就是说此时能谱是随自旋的增加而逐渐向规则方向发展的,这一现象在能谱刚性度的统计图中尤为明显.这一统计结果同文献[9]用 IBM 模型计算的不确定核的能谱随自旋变化的规律极为相似,可见采用不同模型所计算的能谱的统计规律基本没变.在我们采用的粒子-转子理论模型中,科氏力作用主要代表了外围两个核子与转子(核心)间的相互作用(见公式(2)),而且是随自旋的增加而增强的.当自旋 $I \leq 10$ 左右时,科氏力作用随自旋增加而增强,但却比核心核子间的配对作用要小,此时体系的动力学行为随自旋

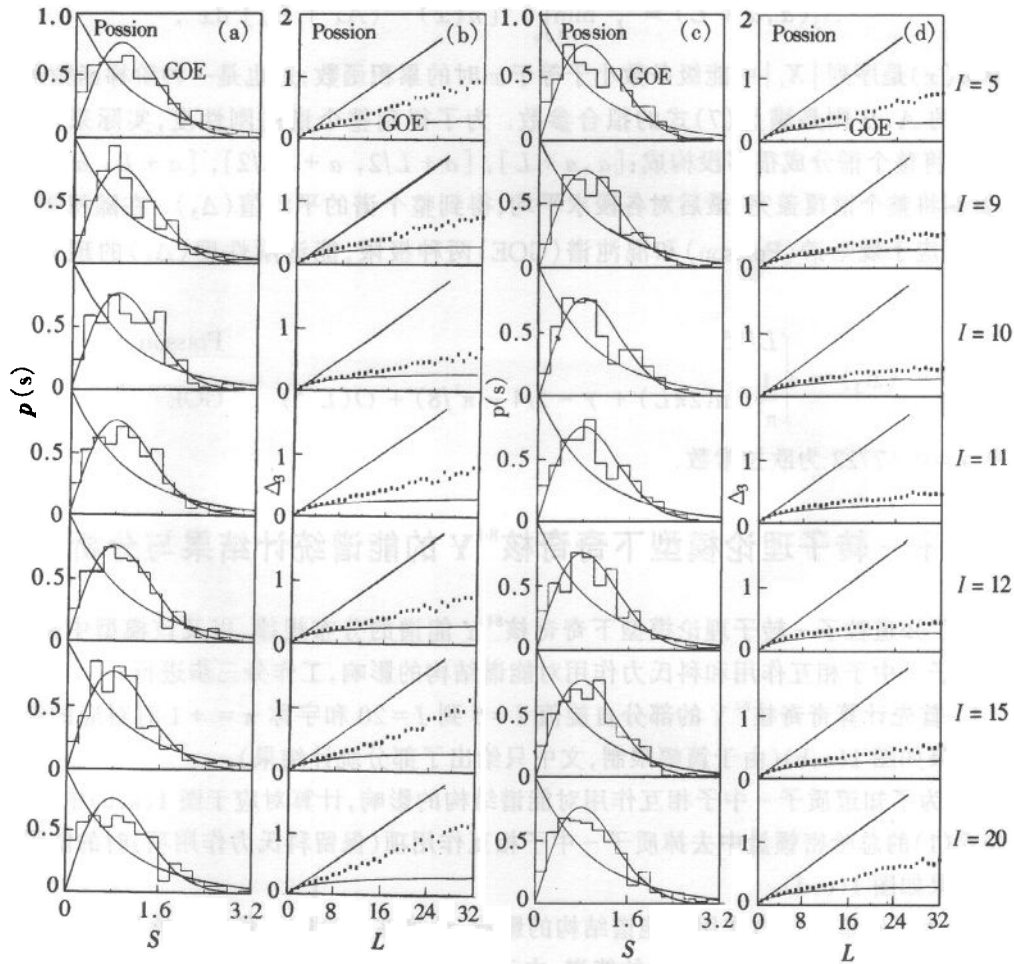


图 1 奇奇核 ^{84}Y 自旋 $I=5$ 到 $I=20$ 时的能谱最近邻能级间距分布函数和能谱刚性度的部分统计结果

(c,d)为从总能量减去质子-中子相互作用时的结果. 矩形线和点均为本文计算结果.

的增加趋向于混沌的;当自旋 $I \approx 10$ 时,科氏力作用增加到同核子间的配对作用可比拟的程度,体系的动力学行为趋于混乱无序,此时的能谱表现为混沌程度最高;当 $I \geq 10$ 左右时,科氏力作用继续增加而超过了核心核子间的配对作用,核子间的拆对效应增强,则体系的动力学行为就显得越来越规则,能谱表现为逐渐向 Poisson(规则)方向发展^[9,22].

如果在此基础上从总哈密顿量中去掉质子-中子相互作用项(保留科氏力作用项,见图 1(c,d)),此时各自旋下能谱总的仍然是接近于混沌,而且也有前面提到的图 1(a,b)中各自旋下的能谱随自旋变化的特点,但却要比图 1(a,b)中相应自旋下同时考虑了质子-中子相互作用和科氏力作用时的能谱的混沌程度要稍高一点,说明质子-中子相互作用是使得能谱变得规则,但其影响不大. 由于此模型中特定形式的质子-中子相互作用比较小^[23],同时与自旋无关,所以图 1(c,d)和图 1(a,b)所展现的规律基本一致.

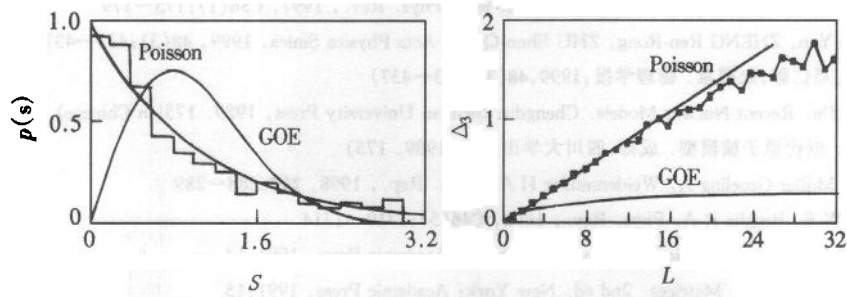


图 2 总哈密顿量中去掉科氏力时最近邻能级间距分布和能谱刚性的统计结果

这里只给出 $I=12$ 的情况,其余自旋下的统计结果是基本相同的。

从图 2 中可看出,当从总哈密顿量中去掉科氏力作用项(保留质子-中子相互作用项)时,能谱的最近邻能级间距分布和能谱刚性度同 Poisson 极限基本重合,说明此时体系的动力学行为是有序的,能谱表现为规则的。将图 2 同图 1 比较可知,科氏力的总体作用是使得能谱变得趋于混沌,而且它对能谱结构的影响非常大。

5 结论

由以上的统计结果和理论分析可将粒子-转子理论模型下奇奇核 ^{84}Y 的能谱统计特点简单归纳为:奇奇核 ^{84}Y 低自旋下的能谱先随自旋的增加混沌程度增强,在自旋 $I \approx 10$ 时达到最强,之后能谱随自旋的增加混沌程度减弱;在采用的粒子-转子理论模型中,特定形式的质子-中子相互作用是使得奇奇核 ^{84}Y 的能谱趋于规则,但是其对能谱结构的影响较小;在此理论模型中,科氏力的总体作用是使得能谱变得混沌,但是在不同自旋时对能谱结构的影响程度不同;特定形式的质子-中子相互作用对奇奇核 ^{84}Y 能谱结构的影响小,而科氏力起了决定性作用。

参考文献 (References)

- 1 Mehta M L. Random Matrices. New York: Academic Press, 1967
- 2 Haq R U, Pandey A, Bohigas O. Phys. Rev. Lett., 1982, **48**(16):1086—1089
- 3 Mehta M L. Random Matrices. 2nd ed. New York: Academic Press, 1991
- 4 Giannoni M J, Voros A, Zinn Justin Z. Chaos and Quantum Physics. North-Holland: Amsterdam, 1991
- 5 YANG Xia-Zhou, Burgdörfer Joachin. Phys. Rev. Lett., 1991, **66**(8):982—985
- 6 Garrett J D, Robinson J Q, Foglia A J et al. Phys. Lett., 1997, **B392**:24—29
- 7 Bijker R, Frank A, Pittel S. Phys. Rev., 1999, **C60**:1—4
- 8 Guhr T, Müller-Groeling A, Weidenmüller H A. Phys. Rep., 1998, **299**:271—273
- 9 Alhassid Y, Vretenar D. Phys. Rev., 1992, **C46**(4):1334—1338
- 10 ZHU Shun-Quan, ZHENG Ren-Rong, LIN Xin-Wei et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1996, **20**(5):455 (in Chinese)
(朱顺泉,郑仁蓉,林辛未等.高能物理与核物理,1996,20(5):455)

- 11 ZHENG Ren-Rong, ZHU Shun-Quan, PU Yun-Wei. *Phys. Rev.*, 1997, **C56**(1):175—179
- 12 WEN Jia-Yan, ZHENG Ren-Rong, ZHU Shun-Quan. *Acta Physica Sinica*, 1999, **48**(3):433—437(in Chinese)
(文家炎, 郑仁善, 朱顺泉. *物理学报*, 1999, **48**(3):433—437)
- 13 LIAO Ji-Zhi. *Recent Nuclear Models*. Chengdu: Sichuan University Press, 1989. 175(in Chinese)
(廖继志. *近代原子核模型*. 成都: 四川大学出版社, 1989. 175)
- 14 Guhr T, Müller-Groeling A, Weidenmüller H A. *Phys. Rep.*, 1998, **299**:288—289
- 15 Ormand W E, Broglia R A. *Phys. Rev.*, 1992, **C46**(5):1710—1714
- 16 Mehta M L. *Random Matrices*. 2nd ed. New York: Academic Press, 1991:14
- 17 Mehta M L. *Random Matrices*. 2nd ed. New York: Academic Press, 1991:15
- 18 Bohigas O, Giannoni M J, Schmit. *Phys. Rev. Lett.*, 1984, **C52**(1):1—4
- 19 Mehta M L. *Random Matrices*. 2nd ed. New York: Academic Press, 1991:319
- 20 Dyson F J, Mehta M L. *J. Math. Phys.*, 1963, **4**(5):701—705
- 21 Mehta M L. *Random Matrices*. 2nd ed. New York: Academic Press, 1991:524
- 22 Kruppa A T, Pál K F. *Phys. Rev.*, 1995, **C52**(4):1818—1826
- 23 Ring Peter, Schuck Peter. *The Nuclear Many-Body Problem*. Berlin: Springer-Verlag Press, 1980:108

Quasiparticles Plus Rotor Model and the Analysis of Level Statistics of Odd-Odd Nucleus *

CHENG Nan-Pu^{1,2} ZHENG Ren-Rong¹ ZHU Shun-Quan¹

1 (Department of Physics, Shanghai Teachers University, Shanghai 200234, China)

2 (Department of Physics, Southwest Normal University, Chongqing 400715, China)

Abstract The energy levels of odd-odd nucleus ^{84}Y at low spins were calculated by using the axially symmetric particles plus rotor model. In order to study the statistical properties of the energy levels, the two standard tests of Random-Matrix Theory such as the nearest-neighbor level spacings and the spectral rigidity were adopted. It is shown that the chaotic degree of the energy levels initially increases with increasing spin and reaches a maximum around $I = 10$, and then decreases for spins above $I \approx 10$. On the other hand, the proton-neutron interaction makes the energy levels slightly regular/ordered. However, the Coriolis force which makes the energy levels chaotic plays a major role in the spectral structure of the odd-odd nucleus ^{84}Y .

Key words particles plus rotor model, odd-odd nucleus, level statistics, nearest-neighbor level spacing, spectral rigidity

Received 19 July 2000

* Supported by National Natural Science Foundation of China (19875040)