

# Skyrme-Hartree-Fock 方法对 Ca 同位素 基态性质的研究

## ( I ) 结合能、壳结构、半径与密度分布 \*

任秀宰 孟 杰<sup>1)</sup> 周善贵 杨泗春 龙文辉

(北京大学技术物理系和重离子物理所 北京 100871)

(兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

(中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

**摘要** 用 Skyrme-Hartree-Fock 模型系统地研究了<sup>40</sup>Ca 到<sup>70</sup>Ca 的 Ca 同位素偶偶核的基态性质及其同位旋依赖性. 讨论了结合能、均方根半径、密度分布随同位旋的变化, 研究了壳效应对结合能、双中子分离能  $S_{2n}$  及和表面弥散厚度的影响. 结果表明壳效应在  $S_{2n}$ 、表面弥散厚度中表现得非常明显. 质子均方根半径  $R_{ms}$  随相对中子数  $I = (N - Z)/A$  的变化满足  $R_{ms} = \sqrt{\frac{3}{5}}(1 + \alpha I + \beta I^2)r_0 Z^{1/3}$ . 离心位垒对核表面以外的密度分布有很大影响.

**关键词** Skyrme-Hartree-Fock 模型 Ca 同位素 不稳定核, 结合能和壳效应 核半径和密度分布

## 1 引言

近二十年来,放射性核素装置的迅速发展给核物理研究带来了许多活力. 因为放射性核素大大地增加了可供研究的核素的数目,使核物理的研究范围扩展到远离稳定线原子核<sup>[1]</sup>. 在远离稳定线原子核的研究中,发现了许多奇异核现象. 例如,在中子滴线附近的原子核中,外围中子处于靠近连续态附近的弱束缚态里<sup>[2]</sup>,其空间分布很广,远大于质子的空间分布,因此在核的表面形成了纯中子物质,此即中子皮或中子晕.

理论上,核半径和中子晕的计算结果常常依赖于所采用的模型. 这方面有几个模型是比较成功的. 其中相对论连续谱 Hartree Bogoliubov (RCHB) 模型自治地给出了<sup>11</sup>Li 的中子晕的微观描述<sup>[3]</sup>,并且预言了在有些丰中子核中可以有包括 6 个中子的巨晕<sup>[2]</sup>.

2000-03-15 收稿, 2000-08-28 收修改稿

\* 国家自然科学基金资助(19847002 和 19935030)

1) E-mail: mengj@pku.edu.cn

Fukunishi 等人也曾经采用 Skyrme-Hartree-Fock(SHF)模型描绘了中子晕的产生机制<sup>[4]</sup>.

目前,中子皮、中子晕和纯中子物质之间的关系仍不清楚.但是壳结构对中子晕和中子皮的形成有很大的影响<sup>[5]</sup>.壳结构在远离  $\beta$  稳定线核素里的变化也是很有意义的研究课题,如 Mg 和 Na 等同位素的中子幻数  $N=20$  的消失现象<sup>[6,7]</sup>、超重核的稳定性等等<sup>[8]</sup>.

本文及以后几篇文章里研究远离  $\beta$  稳定线 Ca 同位素的基态性质,首先给出 SHF 对 Ca 同位素的结合能和壳结构随同位旋的变化,壳结构对核结合能的影响,讨论 Ca 同位素的核半径和密度分布随同位旋的变化.有关密度分布和核半径的研究工作,已有很多讨论<sup>[2,5,4]</sup>.这里主要研究核半径和密度分布随核同位旋的变化.应该指出,除了本文中考虑的自旋-轨道耦合的贡献以外,对关联也是影响原子核壳层结构的主要因素.随着原子核逐渐远离稳定线,由于平均场在核表面的弥散逐渐增大,自旋-轨道耦合所造成的能级劈裂会逐渐减小,而对关联的影响则逐渐增大.本文及后面的文章中忽略了对关联,将主要讨论自旋-轨道耦合对壳结构的影响.对关联对原子核壳层结构的影响处理起来比较复杂,将在以后的工作中着重讨论.本文特别探讨以下几个问题:壳层结构对核半径和密度分布的影响、核半径在极端的  $N/Z$  比率下的变化趋势、核密度分布在核表面内外的不同表现.其它性质将在以后的系列文章中讨论.

## 2 结合能和壳结构效应

用 Hartree-Fock 方法研究核的基态性质的时候,核子间相互作用的选择是最关键的问题.在非相对论理论里,最常用的核子间相互作用有 Shyrme 力<sup>[9]</sup>与 Gogny 力<sup>[10]</sup>.其中 Skyrme 力因为有  $\delta$  函数可简化数值计算,故利用较为广泛.对于  $A$  个核子的原子核体系,它的波函数可以用单粒子态的 Slater 行列式来表示<sup>[11]</sup>,由变分导出系统的解.

有关 SHF 方法的细节及其计算,可参考文献<sup>[12]</sup>.为了考查不同参数对结合能的影响,我们用 Skyrme SIII<sup>[13]</sup>,Z-Sigma<sup>\*</sup><sup>[14]</sup>,SkM<sup>\*</sup><sup>[15]</sup>,SKX<sup>[16]</sup>和 SKSC4<sup>[17]</sup>势计算了 Ca 同位素的基态结合能.图 1 是采用这些势计算的 Ca 同位素的基态结合能  $E$  和实验数据,实验数据取自参考文献<sup>[18]</sup>.从图 1 可以看出,SIII 是描述 Ca 同位素的基态结合能的最佳选

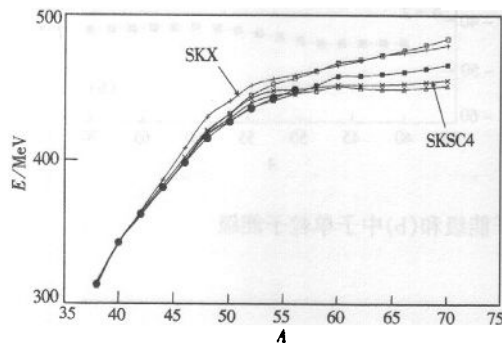


图 1 采用不同 Skyrme 势计算的 Ca 同位素的基态结合能

●—ExpBE, ■—SIII, ○—Z-Sigma\*,  
□—SkM\*, ▲—SKX, ×—SKSC4.

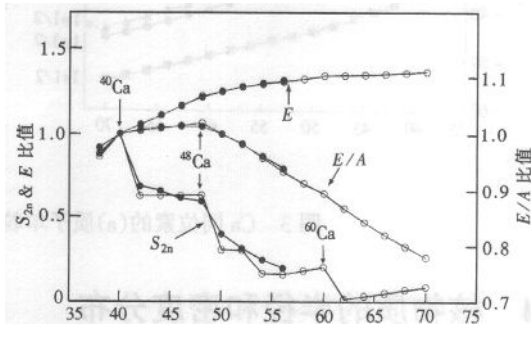


图 2 Ca 同位素的结合能  $E$ , 双中子分离能  $S_{2n}$  和每核子结合能  $E/A$  对  $^{40}\text{Ca}$  的相应值的比率  
计算值和实验值分别用空心 and 实心圆圈来表示.

择. 理论与实验数值的差别小于 3MeV, 小于总结合能(约 300—400MeV)的 1%.

图 2 列出采用 Skyrme 势 SIII 计算 Ca 同位素的基态结合能  $E$ , 双中子分离能  $S_{2n}$ , 每核子结合能  $E/A$  和相应的实验数据. 图中给出的是这些量与  $^{40}\text{Ca}$  的相应量的相对比值. 结合能  $E$  的变化趋势与实验结果符合得相当好.  $^{48}\text{Ca}$  以后, 随中子数增加,  $S_{2n}$  与  $E/A$  缓慢地变小. 这并不意味着  $^{48}\text{Ca}$  以后的核中每个核子结合能都减小, 而是意味着最外围中子的束缚状态越来越弱. 双中子分离能  $S_{2n}$  比  $E/A$  随质量数的变化快也说明了这一点. 双中子分离能  $S_{2n}$  在  $^{40}\text{Ca}$  和  $^{48}\text{Ca}$  以后大幅度减小. 这是因为这些同位素是双幻核, 比较稳定. 同样,  $^{60}\text{Ca}$  的中子分离能比  $^{62}\text{Ca}$  大很多, 说明中子能级在  $N = 40$  处是一个子壳.

### 3 单粒子能级和壳结构

图 3 给出了由 SHF 自洽计算得到的质子(a)和中子(b)的单粒子能级. 由图 3 可以看到 Ca 同位素的壳层结构. 在中子的单粒子能级图中, 我们看到  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$  和  $^{60}\text{Ca}$  的最外层中子占据  $2s_{1/2}$ ,  $1f_{7/2}$ , 和  $1f_{5/2}$  能级.  $1f_{5/2}$  能级与  $1g_{9/2}$  能级有明显分离, 它们之间的能级差是 3MeV, 跟 5MeV ( $2s_{1/2}$  和  $1f_{7/2}$  之间) 和 7MeV ( $1f_{7/2}$  和  $2p_{3/2}$  之间) 相比, 3MeV ( $1f_{5/2}$  和  $1g_{9/2}$  之间) 稍小, 所以  $1f_{5/2}$  表示弱满壳 ( $N = 40$ ). 从质子的单粒子能级, 可以看到每个质子能级随质量数的增加而变低. 这是因为 p-n 相互作用比 p-p 相互作用大. 跟质子的单粒子能级相比, 中子的单粒子能级随质量数的增加没有明显变化. 一般较低的能级随质量数的增加慢慢地呈上升趋势, 而较高的能级的变化则相反.

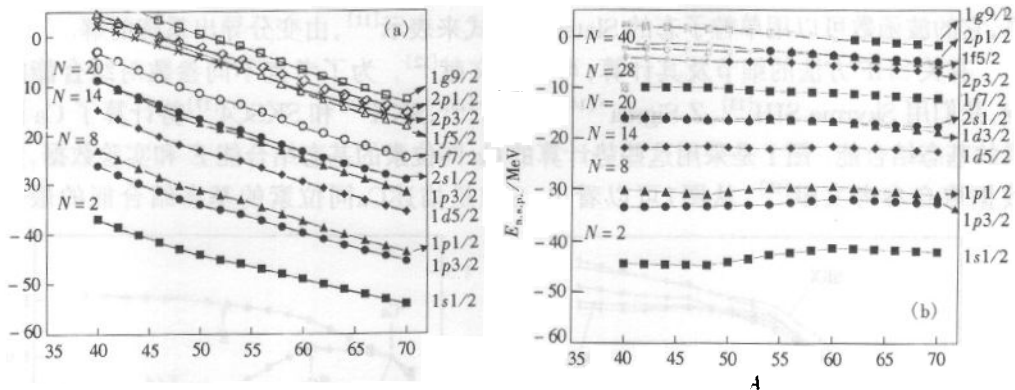


图 3 Ca 同位素的 (a) 质子单粒子能级和 (b) 中子单粒子能级

### 4 核物质的半径和密度分布

核半径最通常的定义是均方根 (rms) 半径. 但它对核表面研究不一定适用. 因为核表面是滴线核素的重要性质, 需要标志核表面的物理量. 为此, 文献 [19] 里引入了两个物理量: 等密度球半径  $R_{\text{dms}}$  (diffraction-minimum-sharp) 和核表面宽度  $\sigma$ .  $R_{\text{dms}}$  与液滴模型半

径一样,是一个等密度球的半径.一般核表面研究时常用的表面厚度  $t_{surf}$  是核密度  $\rho(r)$  从集体密度  $\rho_{bulk}$  的 90% 降到 10% 的距离.集体密度的定义是  $\rho_{bulk} \approx \{N, Z, A\}/R_{dns}^3$ .核表面宽度  $\sigma$  跟表面厚度  $t_{surf}$  有  $t_{surf} = 2.54\sigma$  的关系.

图4列出Ca同位素的(a)物质,(b)质子和(c)中子的  $R_{ms}$ ,  $R_{dns}$  和  $\sigma$ .从图4(c)可以看出,从 $^{50}\text{Ca}$ 到 $^{54}\text{Ca}$ 各种半径的不同表现: $R_{ms}$ 和 $R_{dns}$ 是慢慢地变化,但 $\sigma$ 则是迅速地增加.通过图4(a)与(c)的比较,可以看出:核物质的表面宽度由中子的表面宽度来决定.跟中子半径相比,质子的半径没有大的变化.

核表面宽度  $\sigma$  在 $^{48}\text{Ca}$ 处有极小值,这是由于幻数核的稳定性使表面宽度缩小,在 $^{54}\text{Ca}$ 处有极大值,是由离心位垒引起的.在比 $^{54}\text{Ca}$ 重的核里,原有核子由于位势变深,束缚得更紧,因此对 $\sigma$ 的贡献减小.而新填充的核子占据  $1f_{5/2}$  和  $1g_{9/2}$  能级,这些能级与  $2p$  能级相比离心位垒较高,所以使核子限制在核心附

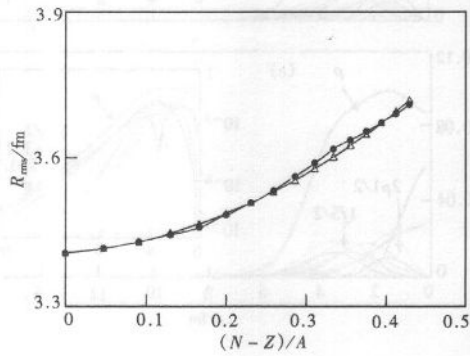


图5 Ca同位素的质子均方根半径随相对中子数  $I = (N - Z)/A$  的变化  
—●—SHF模型计算的质子均方根半径  $R_{ms}^{SHF}$ ,  
—△—同位旋相关的质子均方根半径  $R_{ms}$ .

$= 0.426$ ,  $r_p = 1.62\text{fm}$ .由于  $\alpha$  和  $\beta$  及  $I$  相对较小,一般可近似认为  $R_{ms}$  正比于  $Z^{1/3}$ ,正如文献[20]建议的一样.

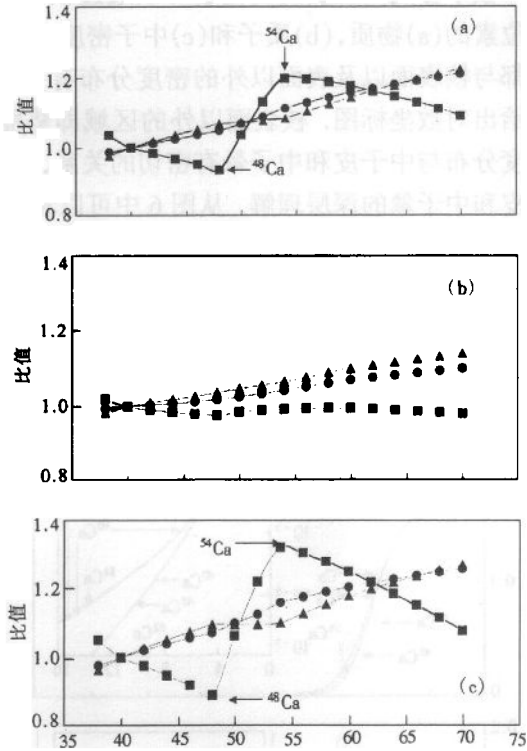


图4 Ca同位素的(a)物质,(b)质子和(c)中子的  $R_{ms}$ ,  $R_{dns}$  和  $\sigma$  随核同位旋的变化

—●—  $R_{ms}$ , —△—  $R_{dns}$ , —■—  $\sigma$ .

近,使表面宽度  $\sigma$  在 $^{54}\text{Ca}$ 处有极大值.

图5给出Ca同位素的质子均方根半径随相对中子数  $I = (N - Z)/A$  的变化.一般,质子均方根半径  $R_{ms}$  与  $Z^{1/3}$  成正比<sup>[20]</sup>.但在不稳定核中,它与同位旋有关<sup>[21]</sup>.从图5中可以看到用SHF模型计算的质子均方根半径  $R_{ms}^{SHF}$  随  $I$  增加.为了描述  $R_{ms}^{SHF}$  随  $I$  的变化,我们假定质子均方根半径  $R_{ms}$  满足如下关系,

$$R_{ms} = \sqrt{\frac{3}{5}}(1 + \alpha I + \beta I^2)r_p Z^{1/3}, \quad (1)$$

其中  $r_p$ ,  $\alpha$  和  $\beta$  是可调参数.结果表明,描述Ca同位素的  $R_{ms}^{SHF}$  的最佳选择是  $\alpha = 0.035$ ,  $\beta$

核半径随同位旋的变化还可以通过核密度分布的变化规律来理解. 图 6 给出了 Ca 同位素的(a)物质,(b)质子和(c)中子密度分布. 远离稳定线核中观测到的很多奇异核现象都与核表面以及表面以外的密度分布有关. 为突出密度分布在核表面以外的变化,同时给出对数坐标图. 核表面以外的区域即势能位垒外面,也就是经典禁区. 因为这里的密度分布与中子皮和中子晕有密切的关系,对这个区域的核密度研究也许会给出关于中子皮和中子晕的深层理解. 从图 6 中可以看到在核表面以外核物质密度随质量数的增加而变化的趋势. 在核表面以外的领域内,质子密度随质量数减小,相反,中子密度迅速地增加. 所以在核表面以外的区域,丰中子核的核物质密度主要由中子密度所决定. 在核表面以外的区域: $^{48}\text{Ca}$  和  $^{54}\text{Ca}$  之间的核物质分布有明显的差异,在远离核表面的区域, $^{60}\text{Ca}$  的密度分布小于  $^{54}\text{Ca}$  的密度分布. 这是因为  $^{54}\text{Ca}$  的双中子分离能  $S_{2n}$  比  $^{60}\text{Ca}$  的小,这与  $^6\text{He}$  和  $^8\text{He}$  之间的关系类似. 对离心位垒的讨论可以使我们深入理解这一现象.

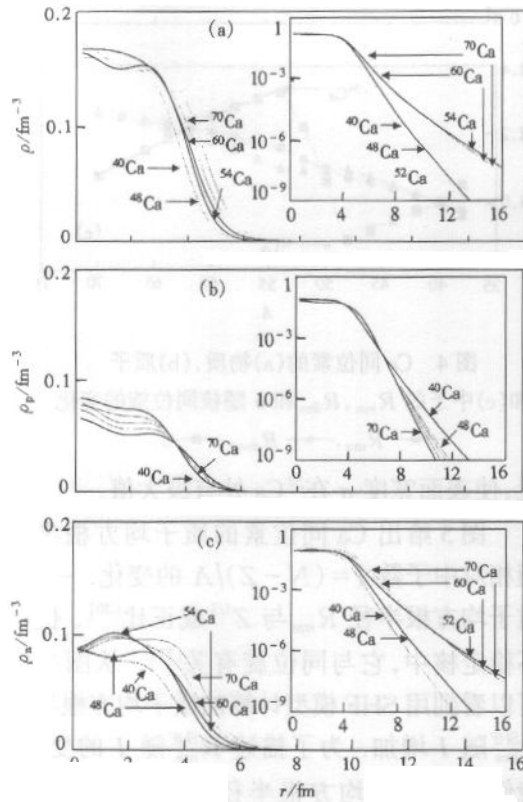


图 6 Ca 同位素的(a)物质,  
(b)质子和(c)中子密度分布  
(插图是在对数坐标下的同样的图)

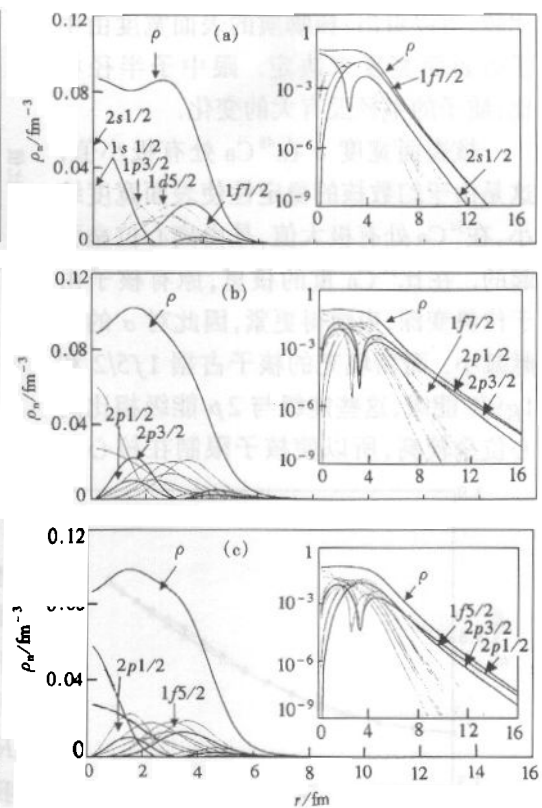


图 7 (a)  $^{48}\text{Ca}$ , (b)  $^{54}\text{Ca}$  和 (c)  $^{60}\text{Ca}$  的单粒子能级  
对 中子密度的贡献  
(插图是在对数坐标下的同样的图)

影响表面以及表面以外核密度分布的因素很多,包括外围核子所占据能级的能量(即该核子的分离能)和离心位垒,连续态的贡献以及对关联的影响等. 为理解 Ca 同位素的中子密度在核表面以外的变化,我们考察被外围核子占据的单粒子能级对中子密度的贡

献. 图 7 给出了(a)  $^{48}\text{Ca}$ , (b)  $^{54}\text{Ca}$  和 (c)  $^{60}\text{Ca}$  的单粒子能级对核密度的贡献, 由图 7 (a), 在核表面以外,  $^{48}\text{Ca}$  的中子密度主要由  $1f7/2$  能级决定. 在核表面以外,  $1f7/2$  与  $2s1/2$  能级的中子密度(决定  $^{40}\text{Ca}$  的核表面以外的中子密度)有相近的斜率, 所以在核表面以外  $^{48}\text{Ca}$  的中子密度与  $^{40}\text{Ca}$  差别不大(见图 7(c)). 与  $1f7/2$  能级相反, 由于离心位垒较低,  $2p$  能级在核表面以外的密度分布很大(见图 7(b)), 因此  $2p$  能级对  $^{54}\text{Ca}$  的核表面以外的中子密度贡献很大, 这就是  $^{48}\text{Ca}$  和  $^{54}\text{Ca}$  的核表面密度相差较大的原因. 对于  $^{60}\text{Ca}$ , 最外围的核子占据的  $1f5/2$  能级的离心位垒比  $2p$  能级高, 所以  $1f5/2$  能级对核表面以外的中子密度的贡献比  $2p$  能级小, 这使得在表面以外  $^{60}\text{Ca}$  的中子密度与  $^{54}\text{Ca}$  相差很小.

## 5 总结

用 Skyrme-Hartree-Fock 模型系统地研究了 Ca 同位素的基态性质. 计算了从  $^{40}\text{Ca}$  到  $^{70}\text{Ca}$  中所有偶偶核的结合能、半径和密度分布. 结果发现: 质子束缚随中子数的增加越来越强, 中子能级的变化则不大; 双中子分离能  $S_{2n}$ 、原子核的表面宽度明显地受到壳效应的影响; Ca 同位素的质子均方根半径  $R_{\text{ms}}$  与相对中子数  $I = (N - Z)/A$  满足如下关系

$$R_{\text{ms}} = \sqrt{\frac{3}{5}}(1 + \alpha I + \beta I^2)r_p Z^{1/3}.$$

对远离稳定线的核素, 壳效应主要影响核表面以外的核密度分布, 弱幻数  $N = 40$  对核半径和密度分布的影响不如  $N = 20$  和  $28$  明显; 离心位垒对核表面以外的密度分布有很大影响(例如在核表面以外,  $p$  和  $f$  轨道的密度分布有很明显的不同).

## 参考文献 (References)

- 1 YANG Si-Chun, MENG Jie. Nuclear Physics Review, 1999, **16**(3):187(in Chinese)  
(杨泗春, 孟杰. 原子核物理评论, 1999, **16**(3):187)
- 2 Meng J, Ring P. Phys. Rev. Lett., 1996, **77**:3963; 1998, **80**:460
- 3 Meng J. Nucl. Phys., 1998, **A635**:3
- 4 Fukunishi N, Otsuka T, Taniguchi I. Phys. Rev., 1993, **C48**:1648
- 5 Meng J, Taniguchi I, Yamaji S. Phys. Lett., 1998, **B419**:1
- 6 Habs D et al. Nucl. Phys., 1997, **A616**:29c
- 7 Motobayashi T et al. Phys. Lett., 1995, **B346**:9
- 8 Hofmann S et al. Nucl. Phys., 1997, **A616**:370c
- 9 Skyrme T H R. Phil. Mag., 1956, **1**:1043; Nucl. Phys., 1959, **9**:615
- 10 Gogny D. Nucl. Phys., 1975, **A237**:399
- 11 Vautherin D, Brink D M. Phys. Rev., 1972, **C5**:626
- 12 Reinhard P G. Computational Nuclear Physics I: Nuclear Structure, Edited by Langanke K, Maruhn J A, Koonin S E. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1991. 28
- 13 Beiner M, Flocard H, Giai N V et al. Nucl. Phys., 1975, **A238**:29
- 14 Friedrich J et al. Phys. Rev., 1986, **C33**:335
- 15 Bartel J et al. Nucl. Phys., 1982, **A386**:79
- 16 Brown B A. Phys. Rev., 1998, **C58**:220

- 17 Aboussir Y et al. Nucl. Phys. , 1992, **A549**:155
- 18 Audi G, Wapstra A H. Nucl. Phys. , 1995, **A595**:409
- 19 Friedrich J, Voegler N. Nucl. Phys. , 1982, **A373**:192
- 20 ZENG Jin-Yang. High Energy Phys. and Nucl. Phys. , 1983, 7(1):101(in Chinese)  
(曾谨言. 高能物理与核物理, 1983, 7(1):101)
- 21 Warda M, Nerlo-Pomorska B, Pomorski K. Nucl. Phys. , 1998, **A635**:484

## **Skyrme-Hartree-Fock Description of the Nuclear Structure in Ca Isotopes ( I ) Binding Energy and Shell Effects, Radii and Density Distributions\***

Soojae Im MENG Jie<sup>1)</sup> ZHOU Shan-Gui YANG Si-Chun LONG Wen-Hui

*(Department of Technical Physics and Institute of Heavy Ion Physics, Peking University, Beijing 100871, China)*

*(Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000, China)*

*(Institute for Theoretical Physics, Chinese Academy of Science, Beijing 100080, China)*

**Abstract** The ground-state properties of Ca isotopes far from stability line were systematically studied using the Skyrme-Hartree-Fock model. The shell effects on the binding energy and two neutron separation energy are discussed. The isospin dependency of the nuclear radii and nucleon density distributions and the shell effects on these properties are also studied. It is shown that the neutron magic number affects the width of nuclear surface and the nucleon density distributions beyond the nuclear surface. The change of proton rms radii  $R_{ms}$  with neutron number excess  $I = (N - Z)/A$  follows  $R_{ms} = \sqrt{\frac{3}{5}}(1 + \alpha I + \beta I^2)r_p Z^{1/3}$ . The effect of the centrifugal potential on the nuclear density in the outer-reach of nuclear surface is clearly shown.

**Key words** Skyrme-Hatree-Fock model, Ca isotopes, nuclei far from the stability line, binding energy and shell effects, radii and density distribution

---

Received 15 March 2000, Revised 28 August 2000

\* Supported by National Natural Science Foundation in China (19847002, 19935030)

1) E-mail: mengj@pku.edu.cn