第24卷 第9期 高能物理与核物理 Vol.24, No.9
2000年9月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Sep., 2000

分析QGP相变级次的一种可能方法*

鄢文标 杨纯斌 蔡 勖
(华中师范大学粒子物理研究所 武汉 430079)

摘要 在推广的Ginzburg-Landau理论框架内,解析地研究了在QGP转化为强子的相变过程中多重数差关联矩F_q与相空间间隔δ的依赖关系,提出了一种在实验中判断QGP相变级次的可能方法.此方法的特点在于它不依赖系统温度这个未知的参量,对于低维和高维的实验数据均可以得出相同的相变信息.

关键词 Ginzburg-Landau模型 QGP相变 多重数差关联矩

超相对论重离子碰撞的主要目的之一是研究夸克-胶子等离子体(QGP).但是这样形成的QGP只有很短的寿命,随着系统的膨胀冷却,它将变为实验中探测到的末态强子,即出现由QGP相到强子相的相变.如何从碰撞生成的末态强子寻找有关QGP相变信息是当前QGP物理研究的一个重要方面.到目前为止,尽管理论上提出的QGP相变信号很多,但都不是QGP形成的充分条件.而且在QGP相变是一级相变还是二级相变这个更基本的问题上也存在着争议.纯规范场理论的计算给出QGP相变是二级相变,排除了一级相变的可能性[1].格点QCD的计算表明,夸克的味道数对相变的性质有很大影响.对于二味无质量夸克,相变是二级相变,对于三味无质量夸克则是一级相变[2].当将四维QCD的临界行为有效地描述成三维的三自旋态,经过不失普遍性的讨论,也得出相变是一级相变的结论[3].同时,人们还发现存在着一级相变向二级相变的转化[4].由于现有的超相对论重离子碰撞实验有可能制造出格点QCD预言的QGP相变发生的条件.因此从实验分析的角度讲,我们需要一个能用到实验中判断QGP相变级次的判据.

与QGP相变相联系的强子化过程必然存在大多重数起伏,这种起伏在不同的相变类型中应有不同的特征.因此,通过研究末态强子的多重数起伏,有可能发现某些新的量来反映不同类型的相变过程的特征.文献[5]的作者将描述相变过程的Ginzburg-Landau(GL)理论用于讨论高能重离子碰撞中强子产生.随后,在GL理论框架范围内,关于末态强子的多重数起伏得以广泛的研究[6—16,20].研究多重数起伏与关联的一种常用方法是讨论标度化阶乘矩随相空间间隔变化的行为[17].这一方法在研究e^+e^-,强子-强子等过程中比较成功,但在研究超相对论重离子碰撞中的多重数起伏时未能取得预期的效果[6,18].为

1999-07-05收稿
* 国家自然科学基金(19875019)和湖北省科委自然科学基金资助

此文献[6]的作者结合阶乘矩和小波分析的特点，提出可以通过多重数差关联矩(MDC)来研究大多重数起伏．文献[6—8,15,20]指出，多重数差关联矩 F_q 并不满足反常标度律，即不存在间歇现象，但却存在 $F_q \propto (F_2)^{\beta_q}$ 这种标度规律，且对于一级和二级相变过程都有 $\beta_q = (q-1)^{\gamma}$，其中 γ 为一常数．

考虑相隔为 Δ 的两个小相空间间隔，它们可以是一维快度间隔 δ_y，也可以是三维区域 $\delta_y \delta_{p\perp}$ 等等，本文将用 δ 统一表示间隔的大小．n_1 和 n_2 分别是在一次事件中在这两个小相空间间隔内的多重数．m 定义为多重数差的绝对值，即 $m = |n_1 - n_2|$，其分布函数为 Q_m．定义多重数差关联矩(MDC)为[6]：

$$F_q = \frac{f_q}{f_1^q}, \quad f_q = \sum_{m=q}^{\infty} m(m-1)\cdots(m-q+1)Q_m . \tag{1}$$

本文仅考虑相空间间隔充分小，以致于其中的平均多重数远小于 1 的情形．在理论上，相空间间隔的大小，较小这一条件是 Ginzburg-Landau 理论的自洽性所要求的．在实验上，相空间间隔的大小确实也可以选得较小．例如，在 200A GeV S + Em 碰撞中，在 7 个快度间隔内产生的带电粒子大约 70 个[19]，而 EMU01 实验的快度分辨率能够高到 0.01 个快度单位．因此在实验分析过程中，相空间间隔也可以很小使得其中的平均多重数远小于 1．即使在目前最高能量的 Pb-Pb 碰撞中，虽然每个事例中产生的粒子数目高达 1500 以上，但是单个小相空间间隔中的平均多重数仍可能比 1 小得多．在一般情况下，如果平均多重数的密度 ρ 较小，满足 $\rho \ll 1/r$(r 为实验中能达到的最高分辨率)，则相空间间隔中的平均多重数远小于 1 是可以满足的．因此从理论分析和实验分析角度来看，我们都可以只考虑两个相空间间隔中的平均多重数均远小于 1 的情形．

作为一种初步的讨论，我们仅考虑两个相隔足够远的相空间间隔，并且它们的大小均为 δ，处于相同的动力学区域．在这种前提下，由文献[6—8]可得到多重数差关联矩的解析表达式

$$f_q = 2Z^{-1}\int D\phi e^{-\delta\tau|\phi|^2}(\delta\tau|\phi|^2)^q e^{-\mathscr{F}[\phi]}, \tag{2}$$

其中 $Z = \int D\phi \exp(-\mathscr{F}[\phi])$，$\mathscr{F}[\phi]$ 为相空间间隔 δ 内系统的自由能，τ 是描述部分子系统寿命的参数．采用推广的 Ginzburg-Landau 理论中的自由能表达式[16]：

$$\mathscr{F}[\phi] = \delta[a|\phi|^2 + b|\phi|^4 + c|\phi|^6], \tag{3}$$

其中参数 a 对系统温度的依赖形式为 $a = a_1(T - T_c)$，且 $a_1 > 0$．在临界温度 T_c 附近，参数 a_1, b, c 可以看成不依赖于温度的未知常数．由于推广的 GL 理论采用包括 $|\phi|^6$ 的扩充的自由能，为了保证自由能有下界，$|\phi|^6$ 项的系数 c 必须大于零．但是参数 b 可以有不同的符号，即 $b<0$ 和 $b>0$ 两种情形，系统分别经历一级相变过程和二极相变过程．在描述连续相变的 Ginzburg-Landau 理论中，自由能中的 $|\phi|$ 的最大指数是 4，则 $|\phi|^4$ 项的系数要大于零，因而序参量是温度的连续函数，反映出相变是连续相变．

用 ϕ_0 表示自由能取极小值时的场．当 b 大于零时，在 $T > T_c$ 即 $a > 0$ 时，系统的自由能在 $|\phi_0|^2 = 0$ 处最小，即系统处于夸克－胶子相；在 $T < T_c$ 即 $a < 0$ 时，系统的自由能在 $|\phi_0|^2$ 等于有限非零值 $(\sqrt{b^2 + 4|a|c} - b)/2c$ 时最小，对应于强子相．因此在 $b > 0$ 时，

序参量$|\phi|^2$作为温度的函数可以连续变化,并且在$T=T_c$处其值为零,因此系统的相变是二级相变. 当b小于零时,在系统由高温($T>T_c$)向低温($T<T_c$)冷却时,有一个特殊的温度$T_t=T_c+\frac{1}{4}\frac{b^2}{a_1 c}$. 当$T>T_t$时,自由能在$|\phi_0|^2=0$处为最小值,在$T=T_t$时,存在两个极值点($|\phi_0|^2=0, \frac{|b|}{2c}>0$). 因此随着系统的冷却,系统可以从$|\phi_0|^2=0$的夸克-胶子相突然变为$|\phi_0|^2=\frac{|b|}{2c}$的强子相. 故序参数$|\phi|^2$出现了不连续性,这就表明系统经历了一个一级相变过程.

为了方便地讨论MDC,我们定义

$$H_q(u,x)=\int_0^\infty \mathrm{d}y y^q \exp(-y^3+ux^2y+xy^2), \tag{4}$$

其中$x=-b\delta^{1/3}/c^{2/3}$和$u=|a|c/b^2$. 显然x的大小反映了相空间间隔的大小,x的符号反映了相变的类型. 在一级相变中$b<0$,因此$x>0$;$x<0$对应于二级相变. 参数u的大小对应于不同的系统温度. 利用上述公式,可以将多重数差关联矩F_q表示成为x的函数

$$\ln F_q=(q-1)(\ln H_0(u,x)-\ln 2)+\ln H_q(-(\tau-1)u,x)-q\ln H_1(-(\tau-1)u,x). \tag{5}$$

利用公式(5),在参数$u=1$和$\tau=10$的前提下,用数值计算的方法研究多重数差关联矩F_q对x的依赖关系,其中x的取值范围要满足小相空间间隔内的平均多重数小于0.1. 由图1(对应于一级相变)和图2(对应于二级相变)可以看出,$\ln F_q$对$\ln x$并不存在线性依赖关系,这种行为与通常的间歇现象是不同的[17]. 从图1可观察到当x减小时,$\ln F_q$随之减小,从定性的角度讲,这一点是与间歇现象是相反的;但是在图2中,$\ln F_q$随x的减小而增大,这表明在不同的相变类型中,多重数差关联矩$\ln F_q$对x(即相空间间隔δ)的依

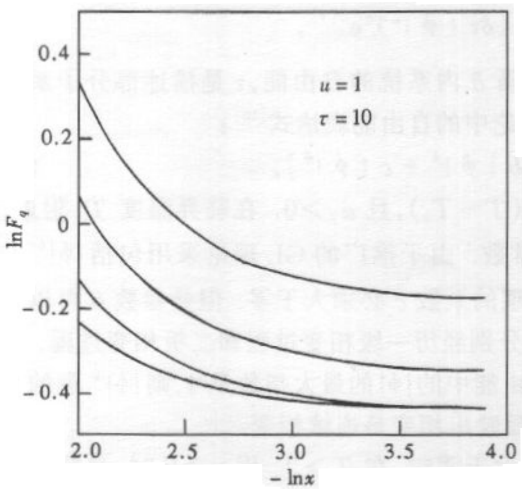

图1 一级相变中$\ln F_q$对$\ln x$的依赖关系
由下到上q分别为3到6.

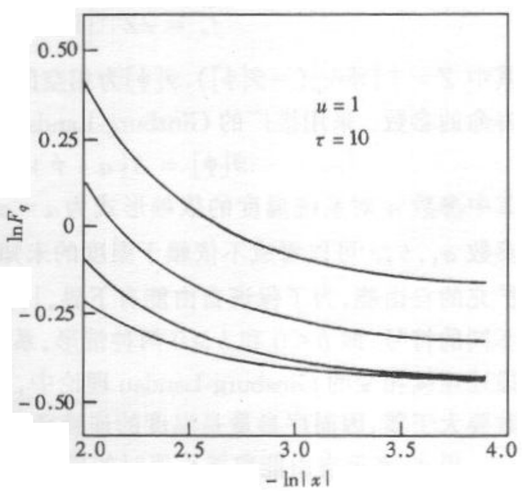

图2 二级相变中$\ln F_q$对$\ln|x|$的依赖关系
由下到上q分别为3到6.

赖关系是不同的. 通过对参数 τ 和 u 不同的取值进行数值计算,结果表明:对于一级相变和二级相变,多重数差关联矩 F_q 与相空间间隔的依赖关系是相反的. 因此有必要解析的研究 MDC 对 x 的依赖关系,也许由此我们可找到一种判断相变级次的方法.

为了解析地研究 F_q 随 x 的变化关系,我们沿用文献[9—11]中的方法研究 MDC. 将 H_q 展开为 x 的幂级数,

$$H_q(u,x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_{q,k} x^k$$

其中

$$a_{q,k} = \frac{1}{3}\sum_{m,n\geq 0}^{2m+n=k} \frac{u^m}{m!n!}\Gamma\left(\frac{m+2n+q+1}{3}\right), \tag{7}$$

$\Gamma(t)$是 Γ 函数. 由公式(7)可知:$a_{q,0}=\frac{1}{3}\Gamma\left(\frac{q+1}{3}\right)$和 $a_{q,1}=\frac{1}{3}\Gamma\left(\frac{q+3}{3}\right)$与参数 u 无关,并且不依赖推广的 GL 理论中的参数,但是,$a_{q,k}(k\geq 2)$是参数 u 的函数. 将公式(6)代入 F_q 的表达式(5)则得

$$\ln F_q = \sum_{k=0}^{\infty} b_{q,k} x^k, \tag{8}$$

其中

$$b_{q,0} = (q-1)\ln\frac{a_{0,0}}{a_{1,0}} + \ln\frac{a_{q,0}}{a_{1,0}} - (q-1)\ln 2,$$

$$b_{q,1} = (q-1)\frac{a_{0,1}}{a_{0,0}} + \frac{a_{q,1}}{a_{q,0}} - q\frac{a_{1,1}}{a_{1,0}}.$$

由 $b_{q,k}$的表达式可以看出:$b_{q,0}$和 $b_{q,1}$与参数 u 无关,即与系统的温度无关,并且仅为 q 的函数,不依赖推广的 GL 理论中的参数. 但是 $b_{q,k}(k\geq 2)$的值与 $a_{q,k}$有关,因而与参数 u 的取值有关. 在表 1 中,我们给出 $b_{q,k}(k=0,1)$的有关值.

表 1　$\ln F_q$ 的幂级数展开的前两个系数

q	2	3	4	5
$b_{q,0}$	-0.286	0.253	-0.032	-0.059
$b_{q,1}$	1.763	-0.485	0.021	1.581

在推广的 GL 模型中,参数 b 和 c 均为未知量,所以 x 并不能直接测量. 为了便于与实验数据相比较,我们将 $\ln F_q$ 表示成相空间间隔 $\delta^{1/3}$的函数,即

$$\ln F_q = \sum_{k=0}^{\infty} c_{q,k}(\delta^{1/3})^k$$

其中

$$c_{q,k} = b_{q,k}\left(\pm\frac{|b|}{c^{2/3}}\right)^k, \tag{10}$$

式中正负号分别对应于一级相变和二级相变.

从上面的讨论可以看出,如果 QGP 相变过程确实发生,并可用推广的 GL 模型描述,则对于不同的相变类型,F_q 对 δ 的依赖关系是不同的,并具有如下新特征.

首先,公式(10)表明零次幂的系数 $c_{q,0}$ 和一次幂的系数 $c_{q,1}$ 与参数 u 无关,即与系统的温度无关,并且 $c_{q,1}$ 的符号对一级相变和二级相变正好相反. 因此比较拟合实验数据给出的一次幂系数 $c_{q,1}$ 与理论计算出的 $b_{q,1}$ 之间的符号,就可以判断相变的类型. 若两者全都相同则为一级相变,全部相反则为二级相变. 这种判断方法的优点在于它不依赖系统的温度这个不确定的量的大小.

其次,从公式(5)可知,$\ln F_q$ 也是参数 a, b 和 c 的函数,对于参数的不同取值,$\ln F_q$ 对 x 的依赖关系是不一样的[6—8,15,20],并且推广的 GL 理论中的参数 a_1, b 和 c 是依赖相空间的维数. 因此在不同的相空间中 $\ln F_q$ 与相应的相空间 δ 的依赖关系是不一样的. 相应拟合得到的 $c_{q,k}$ 也是不同的,它对相空间维数的依赖关系表现为与 $|b|/c^{2/3}$ 的幂次成正比. 但是从 $c_{q,k}$ 的表达式(10)可看出:展开系数的比 $c_{q,1}/c_{2,1}$ 和 $c_{q,0}/c_{2,0}$ 分别等于 $b_{q,1}/b_{2,1}$ 和 $b_{q,0}/b_{2,0}$,并且仅为 q 的函数,与推广的 GL 理论中的参数无关,也不依赖于相空间的维数. 这表明利用拟合系数的比值,可以从一维和高维的实验数据中得出相同的相变信息.

这提示我们,为了方便地抽取与 QGP 相变级次有关的信息,在进行实验数据分析时,一种较合适的方法是将 $\ln F_q$ 表示成为 $\delta^{1/3}$ 的函数,然后用 $\delta^{1/3}$ 的多项式来拟合. 比较拟合得到的一次幂系数 $c_{q,1}$ 与表 1 中的 $b_{q,1}$ 之间的符号,就可以判断出相变的类型;对于一维和高维的实验数据也可以通过研究拟合系数的比值 $c_{q,1}/c_{2,1}$ 和 $c_{q,0}/c_{2,0}$ 获得相变的级次. 若按照通常的做法,将 $\ln F_q$ 用 δ 或 $\ln\delta$ 的多项式拟合,得到的系数的大小和符号将依赖于系统的温度和相变的类型,因而难以给出有关相变级次的信息.

本文利用能描写 QGP 相变的推广的 Ginzburg-Landau 理论,讨论了多重数差关联矩 $\ln F_q$ 对相空间间隔 δ 的依赖关系,提出一种能判断 QGP 相变级次的方法,即将 $\ln F_q$ 用 $\delta^{1/3}$ 的多次项拟合,将拟合给出的一次项系数 $c_{q,1}$ 与理论计算出的 $b_{q,1}$ 进行符号上的比较,两者全都相同则表明系统经历一级相变,反之说明系统经历二级相变. 并且利用拟合系数的比值 $c_{q,1}/c_{2,1}$ 和 $c_{q,0}/c_{2,0}$ 进行分析是可以从一维和高维的实验数据中得出相同的相变信息. 如果在同一过程中对不同阶及不同维数相空间的多重数关联矩拟合给出的一次项系数 $c_{q,1}$ 的符号有些与 $b_{q,1}$ 相同,另一些相反,则表明推广的 GL 理论不能描述该过程,说明该过程没有发生相变.

参考文献(References)

1 Celik T, Engels J. Phys Lett., 1983, **B133**: 427

2 Matsui T. Satz. Z. Phys., 1988, **C37**: 617

3 Gottlieb S, Kuti J, Toussaint D et al. Phys. Rev. Lett., 1985, **55**: 1958

4 WU E Y. Rev. Mod. Phys., 1982, **54**: 235

5 HWA R C, Nazirov M T. Phys. Rev. Lett., 1992, **69**: 742

6 HWA R C. Phys. Rev., 1998, **D57**: 1831

7 YANG ChunBin CAI XU. Phys. Rev., 1998, **C57**: 2049

8 YANG ChunBin CAI XU. J. Phys., 1998, **G24**: 195

9 CAI Xu, YANG ChunBin, ZHOU ZhuoMei. Phys. Rev., 1996, **C54**: 2775

10 CAI Xu, WANG XiaoRong, YANY ChunBin et al. Nucl Phys., B(Pro. Suppl), 1999, **71**: 319

11 YANG ChunBin, WANG XiaoRong, CAI Xu. Science in China, 1997, **A40**: 1065; YANG ChunBin, WANG XiaoRong, CAI Xu. Science in China (in China), 1997, **A27**: 625
(杨纯斌，王晓荣，蔡勖. 中国科学，1997, **A27**: 625)

12 YANG ChunBin, YAN WenBiao, CAI Xu. Science in China, 1999, **A42**: 646;
YANG ChunBin, YAN WenBiao, CAI Xu. Science in China (in China), 1999, **A29**: 450
(杨纯斌，鄢文标，蔡勖. 中国科学，1999. **A29**: 450)

13 YANG ChunBin. CAI Xu. Phys. Rev., 1998, **C58**: 1183

14 YANG ChunBin, CAI Xu. J. Phys., 1999, **C25**: 485

15 YAN WenBiao, YANG ChunBin, CAI Xu. Chin Phys. Lett., 1999, **16**: 253

16 Mohanty A K, Kataria S K. Phys. Rev. Lett., 1994, **73**: 2672

17 Bialas A, Peschanski R. Nucl. Phys. 1986, **B273**: 703; 1988, **B308**: 857

18 Eggers H C, Elze H T. Sarcevic I. Int. J. Mod. Phys., 1994, **A9**: 3821

19 Adamovich M I et al. (EMU01 Collaboration) Phys. Lett., 1991, **B262**: 369

20 YAN WenBiao YANG ChunBin CAI Xu. Int. J. Mod. Phys. A(Accepted)

A Poissible Method to Determine the Order of QGP Phase Transitions *

YAN WenBiao YANG ChunBin CAI Xu

(*Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan* 430079, *China*)

Abstract In the framework of the extended Ginzburg-Landau model, the dependence of the multiplicity difference correlators F_q on phase space intervals δ is different in first-and second-order QGP phase transitions. Once ln F_q are expressed as functions of $\delta^{1/3}$ and data-fitting by polynomials, one can determine the order of the phase transition by comparing the signs of the coefficients of the first power from fitting and from theoretical calculations. One virtue of this method is the independence of the unknown temperature parameter, and one can get the same information about the phase transition from one and higher dimensional analyses of the experimental data.

Key words Ginzburg-Landau model, QGP phase transitions, multiplicity difference correlators

---

Received 5 July 1999

* Supported by NSFC (19875019) and Hubei NSF