第24卷 第5期　　高能物理与核物理　　Vol.24, No.5
2000年5月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　May, 2000

兰姆移位的一种半定量计算方法*

倪光炯[1)] 王海滨[2)] 严 军[3)] 李海龙[4)]
(复旦大学物理系 上海 200433)

摘要 考虑一个自由电子以动量 p 运动时因吸放虚光子而引起自能的辐射修正,用非协变形式的量子微扰论算出它有 b_2p^4 的形式. 在此基础上加上真空极化修正和核有限半径引起的修正,算得氢原子 $2S_{1/2}-2P_{1/2}$ 态的兰姆移位为 1056.522 MHz,比实验值 1057.845 MHz 仅小 0.13%。用 Dirac 方程作相对论性修正后,还计算了氢原子 $4D_{5/2}-4S_{1/2}$ 态的能级差,所谓"超兰姆移位"和 $1S$ 态的"绝对"兰姆移位. 误差最大达 6.7%,并分析了原因.

关键词 兰姆移位 量子电动力学 辐射修正 微扰论 虚光子 约化质量 重正化 自旋磁矩

1 引言

1947年发现的兰姆移位(Lamb Shift,以下简记为 LS),即氢(H)原子的 $2S_{1/2}$ 能级比 $2P_{1/2}$ 能级高出约 1057 MHz(用微波频率表示),对量子电动力学(QED)的建立和发展起了决定性的作用.

90年代后,随着激光研究中倍频分频等变频技术的进步,除对 H 或氘(D)原子的 LS 测量精度提高到[1—4]

$$L_{2S-2P}^{(\mathrm{H})}\equiv E_{\mathrm{H}}(2S_{1/2})-E_{\mathrm{H}}(2P_{1/2})=1057.845\ \mathrm{MHz} \tag{1}$$

$$L_{2S-2P}^{(\mathrm{D})}\equiv E_{\mathrm{D}}(2S_{1/2})-E_{\mathrm{D}}(2P_{1/2})=1059.230\ \mathrm{MHz} \tag{2}$$

外,还测量了如下的能级差:

$$\Delta\equiv E_{\mathrm{H}}(4S)-E_{\mathrm{H}}(2S)-\frac{1}{4}[E_{\mathrm{H}}(2S)-E_{\mathrm{H}}(1S)]=4797.338(10)\ \mathrm{MHz}, \tag{3}$$

$$\Delta'\equiv E_{\mathrm{H}}(4D_{5/2})-E_{\mathrm{H}}(2S)-\frac{1}{4}[E_{\mathrm{H}}(2S)-E_{\mathrm{H}}(1S)]=6490.144(24)\ \mathrm{MHz}, \tag{4}$$

1999-06-09收稿,1999-09-22收修改稿
*国家自然科学基金资助(19377102)

1)E-mail:gjni@fudan.ac cn
2)现在地址:Department of Physics, University of Michigan, Ann Arbor, MI 48109—1120, USA
3)现在地址:Department of Physics, New York University, 4 Washington Place, NY10003, USA
4)现在地址:Department of Physics, City College of New York, 137th St. & Convent Ave. NY 10031, USA

(对氘分别为 4801.693(20)MHz 和 6494.841(41)MHz)
上式中的组合使最重要的 Bohr 能级项彼此消去,并已扣除超精细结构的修正. 再除去由 Dirac 方程导出的相对论性修正 Δ_{DC}和核的有限质量的(约化质量)修正 Δ_{RM}后,记

$$\Delta = \Delta_{DC} + \Delta_{RM} + \frac{1}{4}L_{1S} - \frac{5}{4}L_{2S} + L_{4S}, \tag{5}$$

有时称后三项之和为超 LS(Hyper LS,记为 HLS),再由此推导出 1S 态的(绝对)LS,即 L_{1S}项,文献[3]给出:

$$L_{1S}^{(H)} = 8172.874(60)\ \text{MHz}, \tag{6}$$

$$L_{1S}^{(D)} = 8183.807(78)\ \text{MHz}. \tag{7}$$

理论上认为:对一个能级的 LS 作出贡献的辐射修正中,一个电子放、吸一个虚光子所引起的电子自能修正是最主要的;其次是真空极化修正,即一个光子与虚的正负电子对相互转变所引起的对电荷的修正. 电子自能的计算经 50 多年,仍感复杂,问题不少,见文献[5].

本文试图对电子自能修正探讨一种简单的半定量计算方法,目的是将计算值与实验值(1),(2)式及由(3),(4)式导出的实验值:

$$\Delta E_{4D-4S}^{(H)} \equiv E_N(4D_{5/2}) - E_H(4S_{1/2}) = 1692.806\ \text{MHz}, \tag{8}$$

$$\Delta E_{4D-4S}^{(D)} \equiv E_D(4D_{5/2}) - E_D(4S_{1/2}) = 1693.148\ \text{MHz}, \tag{9}$$

相比较,结果表明,计算值相对于实验值的误差对(1),(2)式小于 0.2%,而对(8)式则达 1.6%,再如将计算值与(3)式或(6)式比较,误差将更大些,最后将讨论其原因.

2　电子自能修正的非协变计算

我们采用非协变形式的理论来研究类氢原子,则零级近似下的定态薛定谔方程为:

$$H_0\psi_n = \varepsilon_n\psi_n, \tag{10}$$

$$H_0 = \frac{p^2}{2\mu} - \frac{Z\alpha}{r}, \alpha = 1/137.0359895, \tag{11}$$

$$\varepsilon_n = -\frac{Z^2\alpha^2\mu}{2n^2} = -\frac{Z^2}{n^2}Ry. \tag{12}$$

对氢($Z=1$)的 *Rydberg* 常数

$$Ry = R_H = \frac{1}{2}\alpha^2\mu = 3.28805128\times 10^9\ \text{MHz}. \tag{13}$$

通过规则 $\boldsymbol{p} \longrightarrow \boldsymbol{p} + \frac{e}{c}\boldsymbol{A}$(电子电荷 $-e$)引入与电磁场的耦合,则在 H_0 基础上,增加一项相互作用哈密顿量(取库仑规范条件$\nabla\cdot\boldsymbol{A}=0$);

$$H^{(1)} = \frac{e}{\mu c}\hat{\boldsymbol{A}}\cdot\hat{\boldsymbol{p}}, \tag{14}$$

再考虑电子有自旋磁矩,又与电磁场有相互作用:

(15)

其中 g 为电子的回转磁比率：

$$g = 2 \times 1.001159652193, \tag{16}$$

而 $\hat{\boldsymbol{A}}$ 为量子化的电磁场矢势：

$$\hat{\boldsymbol{A}}(\boldsymbol{r},t) = \int \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{k}}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}} \sum_{\lambda=1,2} \boldsymbol{\epsilon}_{\boldsymbol{k},\lambda} (\hat{a}_{\boldsymbol{k}}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} + \hat{a}^{+}_{\boldsymbol{k}}(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}), \tag{17}$$

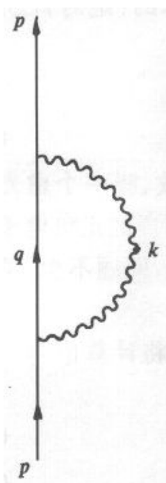

图1 在非协变形式QED中计算电子自能辐射修正的圈图（在两个顶角上用 $H^{(1)}$ 或 $H^{(2)}$，它们之间没有干涉项，因电子平面波态无极化.）

其中 $\boldsymbol{k}$ 为光子的波矢，$\omega_k = |\boldsymbol{k}| = k$ 是其能量，$(\hbar = c = 1)$，λ 表示两种横向极化态，而 $a_{\boldsymbol{k}}$ 和 $a^{+}_{\boldsymbol{k}}$ 则是光子的湮没和产生算符.

现在考虑在质心系中一个动量为 $\boldsymbol{p}$ 的自由电子，它通过放、吸一个虚光子而使其能量在 $\epsilon_p = \frac{1}{2\mu}p^2$ 基础上获得增量：

$$\Delta E^{(j)}_p = \sum_i \frac{|\langle \mathrm{i} | H^{(j)} | \boldsymbol{p} \rangle|^2}{\epsilon_p - \epsilon_i} \qquad (j = 1,2), \tag{18}$$

其中初态在体积 V 中归一化：$|\boldsymbol{p}\rangle = \frac{1}{\sqrt{V}}\exp(\mathrm{i}\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r})$，而 $|i\rangle$ 表示中间态，是一个动量为 $\boldsymbol{q}$ 的虚电子和一个动量为 $\boldsymbol{k}$ 的虚光子，如图1所示，中间态能量等于

$$\epsilon_i = \epsilon_q + \omega_k = \frac{1}{2\mu}q^2 + k, \tag{19}$$

$\boldsymbol{q}$ 和 $\boldsymbol{k}$ 都取连续谱，故对 $H^{(j)}$ 的矩阵元作空间积分后，可将一个 δ 函数 $\delta(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{q}-\boldsymbol{k})$ 用 $V/(2\pi)^3$ 代替，完成对 $\boldsymbol{q}$ 的积分，易得

$$\Delta E^{(1)}_p = -\frac{\alpha p^2}{\pi\mu}\int_{-1}^{1}\mathrm{d}\eta(1-\eta^2)I, \tag{20}$$

$$I = \int_0^\infty \frac{\mathrm{d}k}{k+\xi}, \tag{21}$$

其中 $\eta = \cos\theta$，θ 是 $\boldsymbol{k}$ 与 $\boldsymbol{p}$ 的夹角，$\xi = 2(\mu - p\eta)$.

3 “重正化”是“重新确认质量”的步骤

象对QED作协变计算时那样，这里也遇到发散的积分(21)，我们依照文献[6—10]中的精神，在下面采取一种十分简单而有效的正规化——重正化方法. 为此将(21)式对 ξ（具有质量量纲）求偏导一次：

$$\frac{\partial I}{\partial \xi} = -\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}k}{(k+\xi)^2} = -\frac{1}{\xi}, \tag{22}$$

它现在收敛了，再将它对 ξ 积分回到 I：

$$I = -\ln\xi + C_1, \tag{23}$$

其中出现一个任意常数 C_1. 将(23)式代回(20)式得到

$$\Delta E^{(1)}_p = \frac{\alpha\mu}{\pi}\Big[\Big(\frac{2}{3}\Big(\frac{p}{\mu}\Big)^2 + \frac{p}{\mu} - \frac{\mu}{3p}\Big)\ln\Big(1+\frac{p}{\mu}\Big) + \Big(\frac{2}{3}\Big(\frac{p}{\mu}\Big)^2 - \frac{p}{\mu} + \frac{\mu}{3p}\Big)\ln\Big(\Big|1-\frac{p}{\mu}\Big|\Big) - \frac{16}{9}\Big(\frac{p}{\mu}\Big)^2 + \frac{2}{3} + \Big(\frac{4}{3}\ln 2 + \frac{4}{3}\ln\mu - \frac{4}{3}C_1\Big)\Big(\frac{p}{\mu}\Big)^2\Big] =$$

$$b_1^{(1)} p^2 + b_2^{(1)} p^4 + \cdots, \tag{24}$$

$$b_1^{(1)} = \frac{\alpha}{\pi\mu}\left(\frac{4}{3}\ln 2 + \frac{4}{3}\ln\mu - \frac{4}{3}C_1\right), \tag{25}$$

$$b_2^{(1)} = \frac{\alpha}{\pi\mu^3}\left(-\frac{2}{15}\right), \tag{26}$$

注意:$b_1^{(1)} p^2$ 这一项将与原来(11)式中无自旋粒子的动能项合并,它们是不可分辨的,任意常数 C_1 的出现恰好反映了下述事实:我们不能通过微扰论计算 $\Delta E_p^{(1)}$ 来得到电子的约化质量. 所以选择 $b_1^{(1)}=0$ 来确认(11)式中 μ 的数值(但 μ 还不是最后可观察的质量,见下). 总之,μ 是由实验确定的而不是理论计算的.

类似地讨论 $H^{(2)}$,它会引起状态 $|\boldsymbol{p}, \pm\frac{1}{2}\rangle$ 与 $|\boldsymbol{q}, \pm\frac{1}{2}\rangle$ 之间的自旋 flip 过程,于是

$$\Delta E_p^{(2)} = \frac{1}{2}\sum \frac{|\langle i|H^{(2)}|\boldsymbol{p}, S_z\rangle|^2}{\epsilon_p - \epsilon_i} = -\frac{\alpha g^2}{8\pi\mu}\int_{-1}^{1}\mathrm{d}\eta J, \tag{27}$$

$$J = \int_0^\infty \frac{k^2\mathrm{d}k}{k+\xi}, \tag{28}$$

这个发散积分需要对 ξ 求三次偏导:

$$\frac{\partial^3 J}{\partial\xi^3} = -\frac{2}{\xi}, \quad J = -\xi^2\ln\xi + C_2\xi^2 + C_3\xi + C_4 \tag{29}$$

$$\begin{aligned}\Delta E_p^{(2)} = &\frac{g^2\alpha\mu}{4\pi}\left\{\frac{2\mu}{3p}\left[\left(1+\frac{p}{\mu}\right)^3\ln\left(1+\frac{p}{\mu}\right) - \left(1-\frac{p}{\mu}\right)^3\ln\left(\left|1-\frac{p}{\mu}\right|\right)\right] - \frac{22}{9}\left(\frac{p}{\mu}\right)^2\right.\\ &\left.\frac{4}{3} + 4(\ln 2 + \ln\mu) - 4C_2 - \frac{2C_3}{\mu} - \frac{C_4}{\mu^2} + \left(\frac{4}{3}\ln 2 + 2 + \frac{4}{3}\ln\mu - \frac{4}{3}C_2\right)\left(\frac{p}{\mu}\right)^2\right| = \\ &b_0^{(2)} + b_1^{(2)} p^2 + b_2^{(2)} p^4 + \cdots,\end{aligned} \tag{30}$$

$$b_0^{(2)} = \frac{g^2}{4}\frac{\alpha\mu}{\pi}\left[4(\ln 2 + \ln\mu) - 4C_2 - \frac{2C_3}{\mu} - \frac{C_4}{\mu^2}\right], \tag{31}$$

$$b_1^{(2)} = \frac{g^2}{4}\frac{\alpha}{\pi\mu}\left(\frac{4}{3}\ln 2 + 2 + \frac{4}{3}\ln\mu - \frac{4}{3}C_2\right), \tag{32}$$

$$b_2^{(2)} = \frac{g^2}{4}\frac{\alpha}{\pi\mu^3}\left(-\frac{1}{15}\right). \tag{33}$$

现在我们来确定三个任意常数 C_2,C_3 和 C_4. 首先,$b_1^{(2)} p^2$ 项应与 $\frac{p^2}{2\mu}$ 项合并,但 μ 既已确定,由于电子自旋引起的 $b_1^{(2)} p^2$ 项便会进一步对 μ 作修正,故 C_2 的唯一可能选择是消去 $b_1^{(2)}$ 和 $b_0^{(2)}$ 中的不确定项:$C_2 = \ln\mu$. 于是

$$b_1^{(2)} = \frac{\beta}{2\mu}, \qquad \beta = \frac{g^2\alpha}{2\pi}\left(\frac{4}{3}\ln 2 + 2\right), \tag{34}$$

另外,必须选择常数 C_3 和 C_4 使得 $b_0^{(2)} = 0$,这表示我们理论的出发点是没有静能项的方程(10),而电子和原子核的质量都确定了.

由此可见,$b_1^{(2)} p^2$ 使 μ 经过确定而有限的修正后变为可观察的

$$\mu_{\mathrm{obs}} = \frac{\mu}{1+\beta}. \tag{35}$$

然而,我们要考虑电子的相对论性能量(在质心系)

$$\sqrt{\mu^2+p^2}=\mu+\frac{p^2}{2\mu}-\frac{p^4}{8\mu^3}+\cdots, \tag{36}$$

第三项$\left(-\frac{p^4}{8\mu^3}\right)$在(11)式中虽未明显出现,(35)式所表示的对 μ 的修正也引起相应的改变$-\frac{1}{8}\left(\frac{1}{\mu_{\text{obs}}^3}-\frac{1}{\mu^3}\right)p^4$,它应作为看不见的"本底"从可观察的辐射修正引起的 p^4 项中减去,(相对论性修正是另外做的,见下). 所以,合并 $H^{(1)}$和 $H^{(2)}$的贡献,我们有

$$b_1=b_1^{(1)}+b_1^{(2)}=b_1^{(2)}, \tag{37}$$

而"重正化"后的

$$b_2^R=b_2^{(1)}+b_2^{(2)}+\frac{1}{8\mu^3}(3\beta+3\beta^2+\beta^3)\cong\frac{\alpha}{\pi\mu_{\text{obs}}^3}(1.998082), \tag{38}$$

最后一步中根据一阶微扰论的精神,略去 $O(\alpha^2)$的项并取 $\mu\approx\mu_{\text{obs}}$,以后简记 μ_{obs}为 μ,b_2^R 为 b_2.

4 相对于玻尔能级移位的半定量计算

1. 电子自能修正 $\Delta E_{Znl}^{\text{Rad}}$. 在导出(38)式后,我们不难计算在(10)式定态中 p^4 的期待值:

$$\bar{p}^4=\langle Znl\,|\,p^4\,|\,Znl\rangle=4\mu^2\langle Znl\,|\,(H_0-V)(H_0-V)\,|\,Znl\rangle=4\mu^2(\varepsilon_n^2-2\varepsilon_n\bar{V}+\bar{V}^2)$$

因 $\bar{V}=2\varepsilon_n$, $\bar{V}^2=\frac{2Z^4\alpha^4\mu^2}{n^3(2l+1)}$(文献[11]),

$$\Delta E_{Znl}^{\text{Rad}}=\left[\frac{8n}{(2l+1)}-3\right]\frac{b_2Z^4}{n^4a^4}, \tag{39}$$

其中 $a=\frac{1}{\alpha\mu}$是玻尔半径.

2. 相对论性修正由 Dirac 方程定态能量中 m 改成 μ 而给出[12,13]:

$$\Delta E_{Znj}^{\text{Rel}}=-Ry\frac{Z^4\alpha^2}{n^4}\left[\frac{n}{j+\frac{1}{2}}-\frac{3}{4}\right] \tag{40}$$

3. 真空极化修正,仍用协变形式 QED 中一圈图诱导 Uehling 势的结果[12,13],它只对 S 态有(负的)贡献:

$$\Delta E^{\text{VP}}=-\frac{8\alpha^3Z^4}{15\pi n^3}\left(\frac{\mu}{m}\right)^2Ry\delta_{l0}. \tag{41}$$

4. 原子核有半径 r_{N} 而引起对 S 态电子的能量修正[14]:

$$\Delta E^{\text{Nu}}=\frac{4}{5}\frac{Z^4}{n^3}\left(\frac{r_{\text{N}}}{a}\right)^2Ry\delta_{l0}. \tag{42}$$

这四项贡献中,1 和 2 是最主要的,3 次之,4 最小.

5. 对氢原子, $Z=1$, $m_p=1836.1527\ m_e$, $r_p=0.862$ fm:

$$\frac{b_2}{a^4} = 1625.2796\ \text{MHz}, \tag{43}$$

$$\Delta E^{\text{Rad}}_{2S_{1/2}-2P_{1/2}} = \frac{2}{3}\frac{b_2}{a^4} = 1083.5197\ \text{MHz},$$

$$\Delta E^{\text{VP}}_{2S_{1/2}} = -27.0845\ \text{MHz},$$

$$\Delta E^{\text{Nu}}_{2S_{1/2}} = 0.0865\ \text{MHz},$$

故 $2S_{1/2}-2P_{1/2}$ 态 LS 的理论值为

$$L^{(\text{H})\text{th}}_{2S-2P} = 1056.522\ \text{MHz}, \tag{44}$$

这比实测值(1)式约小 0.13%.

6. 对氘原子, $m_d=3670.4831\ m_e$, $r_d=2.115$ fm, 可得

$$L^{(\text{D})\text{th}}_{2S-2P} = 1057.229\ \text{MHz}, \tag{45}$$

这比实验值(2)式约小 0.19%.

7. 对氢原子 $4D_{5/2}-4S_{1/2}$ 的能级差((8)式), 相对论性修正是最大的一项:

$$\Delta E^{\text{Rel}}_{4D-4S} = 1823.8875\ \text{MHz},$$

而电子自能贡献居第二位, 且为负值:

$$\Delta E^{\text{Rad}}_{4D-4S} = -\frac{1}{10}\frac{b_2}{a^4} = -162.528\ \text{MHz},$$

再加上较小的 $\Delta E^{\text{VP}}_{4D-4S}=3.3856$ MHz 及更小的 $\Delta E^{\text{Nu}}_{4D-4S}=-0.0108$ MHz, 最后得到

$$\Delta E^{(\text{H})\text{th}}_{4D-4S} = 1664.734\ \text{MHz}, \tag{46}$$

这比实验值(8)式小 1.66%.

8. 如果直接与实测的(3)式比较(简记为 HLS), 则

$$\Delta E^{\text{Rel}}(\text{HLS}) = 3932.7576\ \text{MHz},$$

$$\Delta E^{\text{Rad}}(\text{HLS}) = 565.0386\ \text{MHz},$$

$$\Delta E^{\text{VP}}(\text{HLS}) = -23.6989\ \text{MHz},$$

$$\Delta E^{\text{Nu}}(\text{HLS}) = 0.0757\ \text{MHz},$$

加起来得理论值

$$\Delta^{\text{th}} = E_{4S} - \frac{5}{4}E_{2S} + \frac{1}{4}E_{1S} = 4474.173\ \text{MHz}, \tag{47}$$

这比实验值(3)式小了 6.7%.

9. 如果从理论上直接算氢原子 $1S$ 态的 LS, 则

$$\Delta E^{\text{Rad}}_{1S} = 5\frac{b_2}{a^4} = 8126.398\ \text{MHz},$$

此时按文献[3]定义, 不计相对论性修正, 但加上 $\Delta E^{\text{VP}}_{1S}$ 和 $\Delta E^{\text{Nu}}_{1S}$, 得

$$L^{(\text{H})\text{th}}_{1S} = 7910.414\ \text{MHz}, \tag{48}$$

这比文献[3]所给之(6)式(是实验结合理论分析的值)约小 3.2%.

5　总结与讨论

1.对类氢原子能级与玻尔能级偏离值的半定量计算是(39),(40),(41)和(42)四式之和,其中(39)式是本文新导出的对电子自能的修正.

2.关键之点在于:电子自能的辐射修正诱导出一项 $b_2 p^4$,而系数 b_2 可以在非协变的QED微扰论计算中得出.

3.计算中对发散的处理清楚地表明:所谓质量重正化乃是对质量的重新确认过程.电子质量是我们所不能计算的,我们只能算它的修正,事实上,LS可视为电子在不同束缚状态下的质量修正.还要注意,我们只能在令 $b_1^{(1)}=0$ 后,才能确认(11)式中无自旋粒子的质量 μ,它已吸收了 $H^{(1)}$ 引起的辐射修正,在此基础上才能考虑因自旋引起的 $H^{(2)}$ 的修正.我们不能跳过第一步(否则 μ 没有定义),也不能两步并一步走.

4.(46)—(48)等式的计算结果系统地偏小,原因可能是:(a)我们用了非相对性的电子波函数算自能修正,这对 S 态引起的误差可能较大(尤其是 $1S$ 态,Dirac波函数在原点发散,它包含有比Bohr波函数更多的 p^4 成分);(b)用Dirac方程计算相对论性修正(用 m 换成 μ 计入核的有限质量)也值得怀疑.在我们看来,电子被核束缚时,电子内部隐藏的反粒子成分随结合能增大而增大[15],但在Dirac方程中核被当成一个不变的势场中心,而实际上核也应该有一些变化(也有一些反粒子成分).(c)其它高阶QED修正等等.

5.本文用非协变QED一阶微扰论计算的公式连同图1,并没有出现明显的反粒子虚态.事实上,QED不允许在一个顶角上湮没一个电子而产生一个正电子;同时湮没或产生一对正负电子虽然是允许的,却又会在所谓"时间反向"的费曼图中出现同一时间内存在两个同样动量($\boldsymbol{p}$)的电子,而这是Pauli不相容原理所禁戒的.

我们将在以后的文章中进一步讨论这些问题.

参考文献(References)

1　Weitz M, Schmidt-Kaler F, Hansch T W. Phys. Rev. Lett., 1992, **68**(8): 1120—1123

2　Weitz M, Huder A, Schmidt-Kaler F et al. Phys. Rev. Lett., 1994, **72**(3): 328—331

3　Weitz M et al. Phys. Rev., 1995, **A52**(4): 2664—2681

4　De Beauvoir B et al. Phy. Rev. Lett., 1997, **78**(3): 440—443

5　Jentschura U D, Mohr P J, Soff G. Phys. Rev, Lett., 1999, **82**(1): 53—56

6　YANG JiFeng, Thesis for PhD, Fudan University 1994 (in Chinese); Preprint, hep-th/9708104; hep-th/9801005, hep-th/9807037; YANG JiFeng, Ni Gj. Acta Physica Sinica (Overseas Edition), 1995, **4**(1): 88－98
(杨继锋,博士论文,复旦大学,1994)

7　NI G J, CHEN S Q. Acta Physica Sinica (Overseas Edition), 1998, **7**(6): 401—413; (hep-th/9708155)

8　NI G J, LOU S Y, LU W F et al. Science in China (Series A), 1998, **41**(11): 1206—1215 (hep-ph/9801264)

9　NI G J. Kexue (Science)(in Chinese), 1998, **50**(3): 36—40(quant-ph/9806009)
(倪光炯.科学,1998,**50**(3):36—40)

10　NI G J, WANG HaiBin. Why We Encounter Infinity in Quantum Field Theory and How to Deal with it? Physics Since Parity Symmetry Breaking in Memory of Professor C. S. Wu Edit: F. Wang. World Scientific, 1998. 436—442

11　ZENG J Y. Quantum Mechanics, Vol I, Beijing: Science Press(in Chinese), 1995, Chapt 6

(曾谨言. 量子力学,卷 I,北京:科学出版社,1995,第六章)

12 Bjorken J D, Drell S D. Relativistic Quantum Mechanics, McGraw-Hill Book Company, 1964. 55, 158

13 Sakurai J J. Advanced Quantum Mechanics, Addison-Wesley Publishing Company, 1967. 127, 280

14 QIAN B C, ZENG J Y. Selection and Analysis of Problems in Quantum Mechanics, Beijing: Science Press(in Chinese), 1995, 391

(钱伯初, 曾谨言. 量子力学习题精选与剖析, 北京:科学出版社, 1995. 391)

15 NI G J, ZHOU W M, YAN J. Procesding of International Workshop "Lorentz Group. CPT, and Neutrinos", World Scientific. to be published

Lamb Shift Calculated by a Semiquantitative Method

NI GuangJiong[1)] WANG HaiBin YAN Jun[3)] LI HaiLong[4)]

(*Department of Physics, Fudan University, Shanghai 200433, China*)

Abstract The radiative correction of self-energy of an electron moving with momentum $\boldsymbol{p}$ and emitting-absorbing the virtual photon is calculated by the noncovariant quantum perturbation theory to have the form being $b_2 p^4$. After adding modifications arising from the vacuum polarization and finite nucleus size, we find the Lamb shift (LS) of $2S_{1/2}-2P_{1/2}$ states in Hydrogen atom being 1056.522 MHz, smaller than the experimental value 1057.845 MHz by 0.13%. Taking the relativistic modification by Dirac equation into account, the energy differences of $4D_{5/2}$-$4S_{1/2}$ states, the so-called Hyper LS and absolute LS of $1S$ state in Hydrogen are also calculated with maximum discrepancy up to 6.7%. The reasons are analyzed. For dealing with the divergence, we propose a simple but effective regularization-renormalization method, showing that we have to reconfirm the reduced mass first before bringing a finite and fixed modification to it via radiative corrections.

Key words Lamb shift, quantum electrodynamics, radiation correction, perturbation theory, virtual photon, reduced mass, renormalization, spin magnetic moment

---

Received 9 June 1999, Revised 22 September

* Supported by National Natural Science Foundation of China(19377102)

1) E-mail: gjni@fudan.ac.cn

2) Prcscnt address: Department of Physics, University of Michigan, Ann Arbor, MI48109 - 1120, USA

3) Prcscnt address: Department of Physics, New York University, 4 Washington Place, NY10003, USA

4) Prcscnt address: Department of Physics, City College of New York, 137th St. & Convent Ave. NY 10031, USA