

张量耦合在改进的标量微分耦合模型中的作用

郭 华^{1,2}

1(北京大学技术物理系,北京大学重离子物理所 北京 100871)

2(兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

摘要 研究了改进的标量微分耦合模型中, ω 介子与核子张量耦合对于有限核计算的影响. 张量耦合改善了标量微分耦合模型中有限核的自旋与轨道分裂; 同时该张量耦合在核的中心区域表现为吸引作用, 在核的表面区域表现为排斥作用, 这一结果导致有限核填充在很低单粒子轨道的一些核子的能量因张量耦合而增大, 填充在靠近费密面轨道的一些核子的能量因张量耦合而减小.

关键词 张量耦合 有限核 自旋与轨道分裂

1 引言

在平均场近似下, 标量微分耦合(DSC)模型^[1]是非常有用的一个相对论核物理模型. 在饱和密度处, 它能够给出合理的核物质压缩模数($K_v \approx 225 \text{ MeV}$)和较大的有效核子质量($\frac{M^*}{M} \approx 0.85 \text{ MeV}$)^[2,3]. 实际上, DSC模型可以看作是对线性 Walecka模型的改进^[4], 其中的标量耦合常数可以等效地看作是通过 σ 场而与密度相关联. 这种密度相关性对于描述重离子碰撞是非常成功的^[5]. 但正像文献[6,7]所指出的那样, 由于DSC模型中的平均场比较弱, 导致有限核的自旋与轨道分裂能的计算值相当小^[7]. 为了克服这一缺陷 Biró与 Zimányi^[8]提出了改进的标量微分耦合(MDSC)模型, 并引入了 ω 介子与核子的张量耦合. MDSC模型保留了DSC模型描述核物质的一些好的特点, 同时还改善了限核的自旋与轨道分裂. 最近在MDSC模型的基础上, 我们研究了 ω 介子与核子张量耦合对于半无穷大核物质表面特性^[9]及有限核自旋与轨道分裂的影响^[10]. 结果表明, 对于MDSC模型来说, 张量耦合的引入是必要的. 本文主要讨论了张量耦合对于有限核单粒子能级的影响以及张量耦合在MDSC模型中的作用.

2 MDSC 模型

在文献[9,10]中我们给出了 MDSC 模型的拉氏密度

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi} \left\{ \gamma_{\mu} \left[i\partial^{\mu} - e \frac{1 + \tau_3}{2} A^{\mu} \right] - g_{\omega} \omega^{\mu} - g_{\rho} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{b}^{\mu} \right\} - M^* - \frac{f_v}{4M} g_{\omega} \sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \left\{ \psi + \right. \\ & \frac{1}{2} (\partial_{\mu} \phi \partial^{\mu} \phi - m_{\sigma}^2 \phi^2) + \frac{1}{2} m_{\omega}^2 \omega_{\mu} \omega^{\mu} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ & \left. \frac{1}{2} m_{\rho}^2 \mathbf{b}_{\mu} \cdot \mathbf{b}^{\mu} - \frac{1}{4} \mathbf{G}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{G}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} A_{\mu\nu} A^{\mu\nu} \right\} \end{aligned} \quad (1)$$

式中 f_v 表示张量耦合常数, ϕ , ω_{μ} 及 \mathbf{b}_{μ} 分别为 σ , ω 与 ρ 介子场; $A_{\mu\nu} \equiv \partial_{\mu} A_{\nu} - \partial_{\nu} A_{\mu}$ 为电磁场张量; 并定义 $\sigma_{\mu\nu} \equiv \frac{i}{2} [\gamma_{\mu}, \gamma_{\nu}]$.

值得注意的是, 如果拉氏密度中张量耦合项中的自由核子质量 M 用有效核子质量 M^* 来代替, 则可以给出 Biró 和 Zimányi 提出的张量耦合形式^[8]. 而本文采用的张量耦合形式的优点在于可以简化有限核的方程与计算.

MDSC 或 DSC 模型中有效核子质量 M^* 的定义为

$$M^* = M - m^* g_{\sigma} \phi, \quad (2)$$

其中 g_{σ} 为 σ 介子与核子的耦合常数, 参数 m^* 可以表示为

$$m^* = \frac{1}{1 + \frac{g_{\sigma} \phi}{M}}. \quad (3)$$

根据(1)式, 在平均场近似下可以推导出有限核的方程组为

$$\frac{d^2}{dr^2} \phi(r) + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \phi(r) - m_{\sigma}^2 \phi(r) = -g_{\sigma} m^{*2}(r) \rho_s(r), \quad (4)$$

$$\frac{d^2}{dr^2} \omega_0(r) + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \omega_0(r) - m_{\omega}^2 \omega_0(r) = -g_{\omega} \left(\rho(r) + \frac{f_v}{2M} \frac{d}{dr} \rho_t(r) \right), \quad (5)$$

$$\frac{d^2}{dr^2} b_0(r) + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} b_0(r) - m_{\rho}^2 b_0(r) = -g_{\rho} \rho_3(r), \quad (6)$$

$$\frac{d^2}{dr^2} A_0(r) + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} A_0(r) = -e \rho_p(r), \quad (7)$$

式中

$$\rho(r) = \sum_a \frac{2j_a + 1}{4\pi r^2} (|G_a(r)|^2 + |F_a(r)|^2), \quad (8)$$

$$\rho_s(r) = \sum_a \frac{2j_a + 1}{4\pi r^2} (|G_a(r)|^2 - |F_a(r)|^2), \quad (9)$$

$$\rho_3(r) = \sum_a \frac{2j_a + 1}{4\pi r^2} (-1)^{\frac{\tau_a - 1}{2}} (|G_a(r)|^2 + |F_a(r)|^2), \quad (10)$$

$$\rho_p(r) = \sum_a \frac{2j_a + 1}{4\pi r^2} \left(\frac{\tau_a + 1}{2} \right) (|G_a(r)|^2 + |F_a(r)|^2), \quad (11)$$

$$\rho_1(r) = \sum_a \frac{2j_a + 1}{4\pi r^2} 2G_a(r)F_a(r), \quad (12)$$

$$\frac{d}{dr}G_a(r) + \frac{\kappa}{r}G_a(r) - (\epsilon_a - V(r) + M^*(r))F_a(r) - \frac{f_v g_\omega}{2M} \frac{d\omega_0(r)}{dr}G_a(r) = 0, \quad (13)$$

$$\frac{d}{dr}F_a(r) - \frac{\kappa}{r}F_a(r) + (\epsilon_a - V(r) - M^*(r))G_a(r) + \frac{f_v g_\omega}{2M} \frac{d\omega_0(r)}{dr}F_a(r) = 0, \quad (14)$$

其中有效核子质量 $M^*(r)$ 由方程(2)给出, 矢量势 $V(r)$ 定义为

$$V(r) = g_\omega \omega_0(r) + t_\alpha g_\rho b_0(r) + \left(\frac{\tau_\alpha + 1}{2}\right) eA_0(r). \quad (15)$$

式中 α 表示一组完备的好量子数 $\{n, \kappa, t_\alpha = \tau_\alpha/2\}$ ^[4]. $G_a(r)$ 和 $F_a(r)$ 分别为 Dirac 方程解的上下分量

$$\psi_a = \begin{pmatrix} i \frac{G_a(r)}{r} y_{\kappa m} \\ \frac{F_a(r)}{r} y_{-\kappa m} \end{pmatrix} \xi_{\tau_\alpha},$$

式中 ξ_{τ_α} 为同位旋二分量子, $\tau_\alpha = 1, -1$ 分别对应于质子和中子. $y_{\kappa m}$ 为自旋球谐函数. Dirac 方程解的归一化条件为

$$\int_0^\infty dr (|G_a(r)|^2 + |F_a(r)|^2) = 1. \quad (17)$$

系统的总结合能为

$$E = \sum_a (2j_a + 1) \epsilon_a - \frac{1}{2} \int d^3r \left[-m^*(r)^2 g_\sigma \rho_s(r) \phi(r) + g_\omega \omega_0(r) \left(\rho(r) + \frac{f_v}{2M} \frac{d}{dr} \rho_1(r) \right) + g_\rho b_0(r) \rho_3(r) + eA_0(r) \rho_p(r) \right]. \quad (18)$$

方程(4)–(18)构成完备的耦合的非线性微分方程组, 可以通过迭代的程序来求解.

把 Dirac 方程组(13)和(14)中的 $F(r)$ 消掉, 可以得到关于 $G(r)$ 的二阶微分方程, 并按照文献[11]的定义:

$$h_{1s} = V_{1s} l \cdot s,$$

可以给出自旋与轨道耦合势为

$$V_{1s} = \frac{\frac{dV(r)}{dr} - \frac{dS(r)}{dr}}{2m_{\text{eff}}^2(r)r} + \frac{f_v g_\omega}{m_{\text{eff}}(r)Mr} \frac{d\omega_0(r)}{dr}, \quad (20)$$

式中矢量势 $V(r)$ 由(15)式给出, 标量势 $S(r)$ 及 $m_{\text{eff}}(r)$ 分别为

$$S(r) = -m^*(r)g_\sigma \phi(r) \quad (21)$$

和

$$m_{\text{eff}}(r) = M - \frac{1}{2}(V(r) - S(r)). \quad (22)$$

类似于自旋与轨道耦合势, 我们可以给出中心势为^[11]

$$V_0(r) = S(r) + V(r). \quad (23)$$

3 结果与讨论

MDSC 模型的参数 $C_i^2 = \frac{M^2}{m_i^2} g_i^2$ ($i = \sigma, \omega, \rho$) 由表 1 给出^[10] 由于张量耦合并不影响各向同性无限大核物质的性质, 因此 MDSC 模型与 DSC 模型在描述各向同性无限大核物质方面是等价的, 在饱和密度处的无限大核物质的计算结果由表 2 给出.

表 1 MDSC 模型的参数取值

C_σ^2	C_ω^2	C_ρ^2	M/MeV	m_σ/MeV	m_ω/MeV	m_ρ/MeV
177.396	63.478	29.550	938.27	525	783	770

表 2 在饱和密度处无限大核物质的结果

(单位: MeV)

e_0	M^*	K_v	S	V
-15.69	799.17	220.80	-138.72	83.10

e_0 为每核子能量, 饱和密度 $\rho_0 = 0.15 \text{fm}^{-3}$.

为了检验张量作用(或张量耦合的效应), 表 3 分别给出了对¹⁶O 及²⁰⁸Pb 核的计算结果. 从中可以看出, 随着张量耦合常数 f_v 的增大自旋与轨道分裂能逐渐增大并接近于实验值. 这一结果与图 1 的计算相自治, 即自旋与轨道耦合势的势阱深度随 f_v 的增大而变深. 同时从表 3 中可知, 随着张量耦合常数 f_v 的增大, 原子核的电荷半径缓慢减少, 每核子平均结合能则缓慢增加. 这是由于 f_v 的增大, 将导致原子核表面张力系数及表面厚度的减少, 必然引起原子核结合能的增加与电荷半径的减少.

表 3 对¹⁶O 和²⁰⁸Pb 的计算结果与张量耦合常数 f_v 之间的关系

	f_v	0	1	2	3	实验值
¹⁶ O	$\frac{B}{A}/\text{MeV}$	8.43	8.89	9.39	9.91	7.98
	r_c/fm	2.64	2.61	2.58	2.55	2.74
	$\epsilon_{1p_{1/2}} - \epsilon_{1p_{3/2}}/\text{MeV}$	1.43(1.43)	2.63(2.62)	3.96(3.94)	5.43(5.39)	6.1(6.3)
²⁰⁸ Pb	$\frac{B}{A}/\text{MeV}$	7.83	8.03	8.23	8.44	7.87
	r_c/fm	5.55	5.53	5.51	5.49	5.50
	$\epsilon_{1p_{1/2}} - \epsilon_{1p_{3/2}}/\text{MeV}$	0.22(0.22)	0.39(0.39)	0.56(0.55)	0.74(0.74)	0.5
	$\epsilon_{2f_{7/2}} - \epsilon_{2f_{5/2}}/\text{MeV}$	0.52	0.90	1.30	1.74	1.8
	$\epsilon_{3p_{1/2}} - \epsilon_{3p_{3/2}}/\text{MeV}$	0.19	0.33	0.47	0.61	0.9

B/A 为原子核的每核子平均结合能, r_c 为均方根电荷半径; 括号内的值对应于质子, 其余对应于中子.

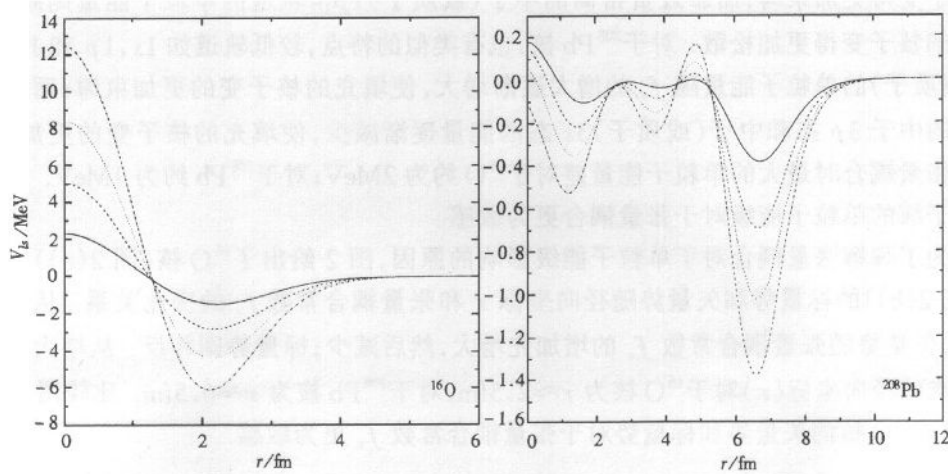


图 1 自旋轨道耦合势(定义见(20)式)与径向坐标 r 及张量耦合常数的关系

— $f_v=0$, - - - $f_v=1.0$, ... $f_v=2.0$, -·-· $f_v=3.0$.

表 4 ^{16}O 和 ^{208}Pb 核的单粒子能量与张量耦合常数 f_v 的关系

	f_v	0	1	2	3	实验值
^{16}O	$1s_{1/2}$	35.45(31.22)	36.12(31.84)	36.82(32.49)	37.53(33.14)	47.0(40±8)
	$1p_{3/2}$	19.63(15.64)	20.36(16.32)	21.13(17.03)	21.95(17.79)	21.8(18.4)
	$1s_{1/2}$	18.20(14.22)	17.73(13.70)	17.17(13.09)	16.52(12.40)	15.7(12.3)
^{208}Pb	$1s_{1/2}$	45.04(35.52)	45.13(35.72)	45.21(35.93)	45.29(36.14)	
	$1p_{3/2}$	40.92(31.77)	41.10(32.07)	41.27(32.37)	41.45(32.68)	
	$1p_{1/2}$	40.80(31.63)	40.88(31.83)	40.96(32.03)	41.03(32.23)	
	$1d_{5/2}$	35.80(26.91)	36.06(27.29)	36.33(27.68)	36.60(28.08)	
	$1d_{3/2}$	35.52(26.61)	35.59(26.77)	35.65(26.95)	35.71(27.13)	
	$1f_{7/2}$	29.84(21.13)	30.19(21.60)	30.55(22.07)	30.92(22.56)	
	$1f_{5/2}$	29.34(20.61)	29.34(20.70)	29.34(20.80)	29.35(20.92)	
	$1g_{9/2}$	23.16(14.59)	23.60(15.12)	24.04(15.68)	24.50(16.25)	
	$1g_{7/2}$	22.40(13.79)	22.28(13.75)	22.16(13.73)	22.06(13.73)	(11.4)
	$1h_{11/2}$	15.90(8.44)	16.40(8.25)	16.92(8.05)	17.46(7.83)	(9.4)
	$1h_{9/2}$	14.81	14.53	14.24	13.98	10.8
	$1i_{13/2}$	8.15	8.70	9.27	9.86	9.0
	$2s_{1/2}$	33.14(23.68)	33.24(23.85)	33.36(24.03)	33.47(24.22)	
	$2p_{1/2}$	25.59(16.28)	25.51(16.27)	25.43(16.26)	25.36(16.26)	
	$2p_{3/2}$	25.81(16.50)	25.90(16.66)	25.99(16.83)	26.09(17.00)	
	$2d_{5/2}$	18.09(7.38)	18.12(7.98)	18.14(8.60)	18.17(9.24)	(9.7)
	$2d_{3/2}$	17.70(8.82)	17.45(8.92)	17.17(9.01)	16.88(9.11)	(8.4)
$2f_{7/2}$	10.14	10.09	10.02	9.94	9.7	
$2f_{5/2}$	9.62	9.19	8.72	8.20	7.9	
$3s_{1/2}$	16.29(6.56)	16.13(6.56)	15.94(6.41)	15.73(6.24)	(8.0)	
$3p_{3/2}$	7.81	7.58	7.31	7.02	8.3	
$3p_{1/2}$	7.62	7.25	6.84	6.40	7.4	

单粒子的能量单位为 MeV.

在表 4 中,分别计算了 ^{16}O 和 ^{208}Pb 核的单粒子能级随 f_v 的变化. 从中可以看出, ^{16}O 核较低轨道的中子(或质子) $1s_{1/2}$ 和 $1p_{3/2}$ 轨道的单粒子能量随 f_v 的增大逐渐增大,使填充

的核子变得更加束缚;而靠近费密面的中子(或质子) $1p_{1/2}$ 轨道的单粒子能量则减少,使填充的核子变得更加松散. 对于 ^{208}Pb 核,也有类似的特点,较低轨道如 $1s, 1p$ 和 $1d$ 的中子(或质子)的单粒子能量随 f_v 的增大逐渐增大,使填充的核子变的更加束缚;而靠近费密面的中子 $3p$ 态和中子(或质子) $3s$ 态的能量逐渐减少,使填充的核子变的更加松散. 有无张量耦合时最大的单粒子能量差对于 ^{16}O 约为 2MeV ;对于 ^{208}Pb 约为 1MeV . 这说明小原子核的单粒子能级对于张量耦合更为敏感.

为了理解张量耦合对于单粒子能级影响的原因,图 2 给出了 ^{16}O 核(图 2(a))和 ^{208}Pb 核(图 2(b))的标量势和矢量势随径向坐标 r 和张量耦合常数 f_v 的变化关系. 从中可以看出,矢量势随张量耦合常数 f_v 的增加先增大,然后减少;标量势则相反. 从增大到减少转换点的径向坐标(r)对于 ^{16}O 核为 $r \approx 2.5\text{fm}$,对于 ^{208}Pb 核为 $r \approx 6.5\text{fm}$. 比较图 2(a)与(b)可知 ^{16}O 核的矢量势和标量势对于张量耦合常数 f_v 更为敏感.

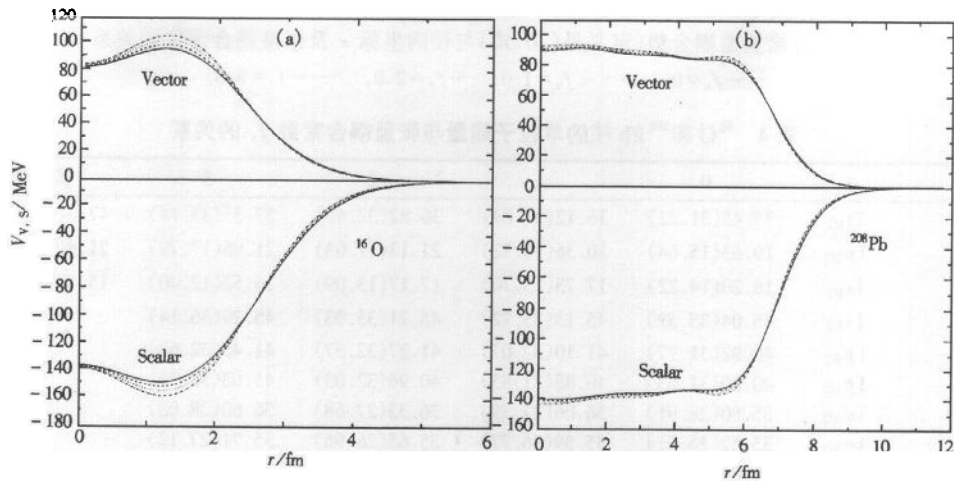


图 2 标量势和矢量势(定义分别见(21)和(15)式)与径向坐标 r 及张量耦合常数的关系
图中说明同图 1.

图 3 分别给出了 ^{16}O 与 ^{208}Pb 核的中心势. 对于 ^{16}O 核来说,中心势在 $r \approx 0.2-2.25\text{fm}$ 区域内,由于张量耦合常数的增大而变深,在 $r > 2.25\text{fm}$ 的区域内转而变浅. 这意味着张量耦合的效应在 ^{16}O 核的中心区域主要表现为吸引力,而在表面区域呈排斥性. 对于 ^{208}Pb 核来说,张量作用受壳效应的影响比较显著,但随着 f_v 的增大,在中心区域 $r \leq 6.2\text{fm}$ 仍然是吸引起主导作用,而在表面区域 $r \geq 6.2\text{fm}$ 则变成排斥作用. 张量作用的这一特点使得原子核填充在较低轨道的一些核子变的更加束缚,而填充在离费密面较近轨道的一些核子变的更加松散(参见表 4). 值得注意的是张量作用的强度正比于 ω 介子场对径向坐标的微分,即 $\propto \frac{d\omega_0(r)}{dr}$,而 $\omega_0(r)$ 在大原子核内变化缓慢,因此与 ^{16}O 核相比,张量作用在 ^{208}Pb 核中是较弱的.

图 4 分别计算了有效核子质量在 ^{16}O 与 ^{208}Pb 核中随径向坐标及张量耦合常数的变化. 由于有效核子质量定义为 $M^*(r) = M + S(r)$,其中标量势 $S(r)$ 随 f_v 的变化已由

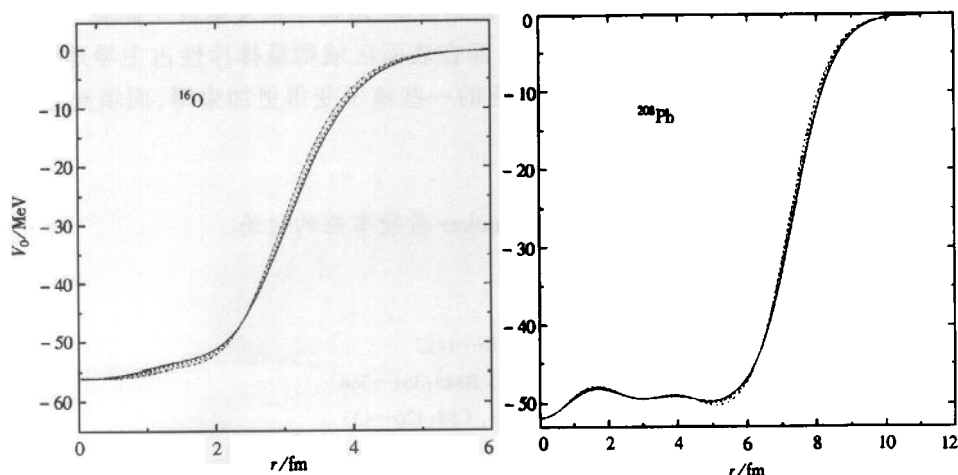


图 3 中心势(定义见(23)式)与径向坐标 r 及张量耦合常数的关系
图中说明同图 1.

图 2 给出,它导致有效核子质量随 f_v 的增加先减小,然后增大. 对于不同的 f_v 取值,有效核子质量在 $r=0$ 处的平均值对于 ^{16}O 核 $\frac{M^*}{M} \approx 0.85$,对于 ^{208}Pb 核 $\frac{M^*}{M} \approx 0.84$,这说明较大的有效核子质量(相对于 Walecka 模型来说)所引起小的自旋与轨道分裂,可以通过引入张量耦合而得到改善(自旋与轨道分裂见表 3).

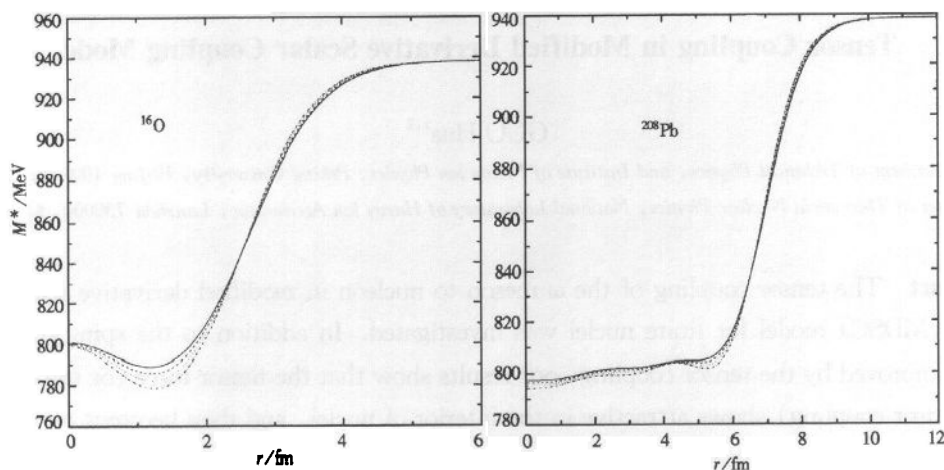


图 4 有效核子质量(定义见(2)式)与径向坐标 r 及张量耦合常数的关系
图中说明同图 1.

4 小结

本文着重讨论了张量耦合在 MDSC 模型中的作用. 张量耦合明显地改善了有限核自

旋与轨道分裂,并且影响原子核的每核子平均结合能、电荷半径及单粒子能级.在原子核的中心区域张量作用是吸引力占主导地位,而在表面区域则是排斥性占主导地位.张量作用的这一特点导致填充在原子核较低轨道的一些核子变得更加束缚,而填充在靠近费密面轨道的一些核子变得更加松散.

作者感谢与慕尼黑大学 Chossy 博士和 Stocker 教授有益的讨论.

参考文献 (References)

- 1 Zimányi J, Moszkowski S. *Phys. Rev.*, 1990, **C42**:1416—1422
- 2 Delfino A, Coelho C T, Malheiro M. *Phys. Lett.*, 1995 **B345**:361—366
- 3 Malheiro M, Delfino A, Coelho C T. *Phys. Rev.*, 1998, **C58**:426—433
- 4 Serot B D, Walecka J D. *Adv. Nucl. Phys.*, 1986, **16**:1—321; Serot B D, Walecka J D. *Int. J. Mod. Phys.*, 1997, **E6**:515—631
- 5 Németh J, Papp G, Feldmeier H. *Nucl. Phys.*, 1999, **A647**:107—137
- 6 Koepf W, Sharma M M, Ring P. *Nucl. Phys.*, 1991, **A533**:95—105
- 7 Chiapparini M, Delfino A, Malheiro M, Gattone A. *Z. Phys.*, 1997, **A357**:47—52
- 8 Biró T S, Zimányi J. *Phys. Lett.*, 1997, **B391**:1—4
- 9 GUO H. *High Energy Phys. and Nucl. Phys.* (in Chinese), 2000, **24**(11):1030
(郭华. *高能物理与核物理*, 2000, **24**(11):1030)
- 10 GUO H, Chossy T V, Stocker W. *Phys. Rev.*, 2000 **C61**:014307—1—014307—8
- 11 Ring P. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 1996 **37**:193—263

Tensor Coupling in Modified Derivative Scalar Coupling Model

GUO Hua^{1,2}

¹(*Department of Technical Physics, and Institute of Heavy Ion Physics, Peking University, Beijing 100871, China*)

²(*Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000, China*)

Abstract The tensor coupling of the ω meson to nucleon in modified derivative scalar coupling (MDSC) model for finite nuclei was investigated. In addition to the spin-orbit splittings improved by the tensor coupling, our results show that the tensor force (or the effect of the tensor coupling) shows attractive in the interior of nuclei, and then becomes repulsive in the surface region. As a result, the single-particle states are more bound for very deeplying orbits, and less bound for those very near the Fermi energies.

Key words tensor coupling, finite nuclei, spin-orbit splitting