

# 基于关联度的高阶集合流关联分析方法\*

张伟刚

(广西工业学院教务处 柳州 545005)

**摘要** 基于关联度概念,建立了可以分别检测高阶集合流的方位角关联、横向动量模关联和横向关联的新方法.采用新方法分别分析了1.2A GeV Ar + BaI<sub>2</sub> 碰撞的Bevalac流光室4 $\pi$ 实验事件中末态粒子分布的方位角关联与粒子横向动量模的关联对高阶集合流关联的贡献.研究表明:对于这组碰撞实验,末态粒子分布的方位角关联相对横向动量模的关联在高阶集合流关联中起主要作用;末态粒子横向动量模的关联不但可以使粒子群高阶关联的强度有所增加,而且还为在更为狭窄的区间上确定集合流集体性的范围提供了重要信息.

**关键词** 关联度 横向动量模关联 高阶集合流关联 粒子群关联

## 1 引言

相对论重离子碰撞实验中,末态粒子的横向动量分布为人们分析集合侧向流(以下简称集合流)的性质、探讨高阶集合流关联的起因提供了重要的信息<sup>[1-3]</sup>.集合流的性质与末态粒子的非对称横向运动密切相关,且由末态粒子的方位角和横向动量模两种分布性质共同决定.近年来,人们提出了诸如横向动量分析<sup>[4-6]</sup>、方位角关联函数<sup>[7-9]</sup>、横向运动关联函数<sup>[10,11]</sup>以及粒子群关联函数<sup>[12-14]</sup>等方法,对末态粒子的方位角、横向动量模及横向运动等诸多关联进行了研究.研究指出:集合流的强度、集体性和关联度是描述集合流性质的三个重要参量,它们从不同的层面揭示了集合流的本质属性<sup>[15,16]</sup>.集合流的强度反映了末态粒子集体定向运动的性质,它表征了粒子集体关联的强弱程度;集合流的集体性揭示了参与集体定向运动的粒子数的百分比率,它表征了粒子集体关联的范围;粒子关联度是最新提出的描述集合流性质的重要概念<sup>[15]</sup>,它描述了末态粒子之间关联的性质,表征了粒子之间关联的强弱程度,其参数化形式的描述与“流参量”的形式及坐标系的选择有关.集合流的强度、集体性、关联度从不同的层面揭示了集合流的性质.集合流的强度反映了集合流的外在属性,而集合流的集体性、关联度则揭示了集合流的内在本质.

文献[9]采用方位角高阶关联函数对高阶集合流关联进行了定量研究.然而,由于只

1999-08-02 收稿

\* 广西自然科学基金资助(桂科青 9811016)

是利用了末态粒子的方位角信息而没有计及粒子的横向动量模因素, 因而不能检测粒子横向动量模的关联对高阶集合流关联的贡献程度. 为了深入研究高阶集合流关联的起因和性质, 有必要将末态粒子横向动量分布中的粒子方位角和横向动量模两种因素分离开来进行研究. 因此, 定量分析、检测粒子横向动量模的关联对集合流及高阶集合流关联的贡献, 以便进一步揭示高阶集合流关联的本质属性是一个值得深入探讨的课题.

分析的实验数据取自 1.2 A GeV Ar + BaI<sub>2</sub> 碰撞的 Bevalac 流光室 4 $\pi$  实验事件. 分析时共得到带电粒子的多重数大于 30 的事件 786 个. 对应于简单的几何图象, 其碰撞参数的范围是 0—6.0 fm. 为了避免粒子质量鉴别的失误<sup>[17]</sup>、靶的吸收和粒子能量的损失等实验因素对分析结果的影响, 我们对实验数据进行了极角截断: 本文取  $\theta_{lab} > 8^{\circ}$ <sup>[1,7,14]</sup>. 于是, 相应于该截断下的核子多重数  $M$  的取值范围为 6—53, 平均多重数  $\langle M \rangle = 24$ . 关于实验的详尽描述可参见文献[1,7,14].

首先简介关联度概念, 提出通过流参量唯象变换产生唯象集合流事件的方法; 然后, 从横向运动关联的角度, 定义粒子群  $N$  阶关联函数; 进而, 采用粒子群  $N$  阶关联函数分析实验事件中粒子横向动量模的关联对高阶集合流关联的贡献; 最后, 给出本文结论.

## 2 关联度与唯象变换

为了描述末态粒子之间关联的性质, 文献[15]提出了关联度概念. 关联度的形式化描述可以有多种选择, 它既与“流参量”的形式有关, 也与坐标系的选择相关. 一般而言, 关联度越高, 则粒子之间的关联越强, 其值的大小表征了末态粒子在“流参量”相空间中相互聚集的程度.

### 2.1 粒子关联度

粒子关联度定义的主要思想是<sup>[15]</sup>: 在多重数为  $M$  的碰撞事件中, 任取两个粒子构成一个粒子对. 设粒子对中两个粒子的横向动量模分别为  $p_a^i$  和  $p_b^i$ , 方位角分别为  $\phi_a, \phi_b$ , 则该粒子对的方位角差为  $\Psi = |\phi_b - \phi_a|$ . 于是, 定义碰撞事件中方位角差为  $\Psi$  的第  $i$  个粒子对的关联度为

$$\beta_{i,\Psi} = (p_a^i p_b^i) / \langle p^i \rangle^2, \quad (1)$$

式中  $\langle p^i \rangle$  为碰撞事件中粒子的平均横向动量:

$$\langle p^i \rangle = (\sum p_k^i) / M \quad (k=1, 2, \dots, M), \quad (2)$$

关于关联度意义的详尽阐述可参见文献[15].

### 2.2 唯象变换

蒙特卡罗方法是集合流研究中的重要方法<sup>[18]</sup>. 在对比分析实验事件之前, 需产生蒙特卡罗模拟事件, 而流参量的唯象变换则是一种有效的方法. 本文唯象变换的思想是: 按照一定的条件, 通过对粒子的方位角与横向动量模进行唯象变换产生唯象集合流事件. 具体方法如下:

在多重数为  $M$  的无集合流的蒙特卡罗事件中, 随机选取两个粒子构成一个粒子对, 其关联度  $\beta_{i,\psi}$  如(1)式所示. 对于该粒子对, 有如下 3 种唯象变换:

#### (1) 方位角变换

按照文献[9]提出的方法, 如果该粒子对的方位角差  $\Psi$  满足  $\pi/2 \leq \Psi \leq \pi$ , 则随机地旋转其中一个粒子的方位角. 方位角变换可产生具有方位角关联的唯象集合流事件.

#### (2) 横向动量模变换

当粒子对的关联度  $\beta_{i,\psi} \leq 1$  时, 对于该粒子对中小于或等于平均横向动量  $\langle p^t \rangle$  的粒子, 将其横向动量模在反应平面内的投影叠加大小为  $f_0 \cdot p^{\text{low}}$  的集体定向运动分量<sup>[1,12,13]</sup>.  $f_0$  是控制集合流强度的参量, 本文取  $f_0 = 350 \text{ MeV}^{[1,14]}$ , 关于  $f_0$  和  $p^{\text{low}}$  的确定方法参见文献[1,9,12,13]. 横向动量模变换可产生具有横向动量模关联的唯象集合流事件.

模变换的实质在于, 对具有某一关联度(如  $\beta_{i,\psi} \leq 1$ )的粒子, 可将其横向动量模关联的作用转化为加权后的方位角关联之中, 这使得在方位角相空间中研究粒子横向动量模的关联成为可能, 且为研究粒子横向动量模的关联对集合流及高阶集合流关联的贡献带来了方便.

#### (3) 横向(复合)变换

横向变换是指按照上述(1)和(2)的方法对粒子的方位角和横向动量模进行的复合唯象变换, 亦称复合变换. 该变换可产生具有横向关联(同时计及方位角关联与横向动量模关联)的唯象集合流事件. 显然, 若取  $f_0 = 0$ , 即为文献[9]的方法.

### 3 高阶集合流关联分析

在本文中, 分析粒子横向动量模的关联对高阶集合流关联的贡献, 是通过比较粒子群  $N$  阶 ( $N \geq 3$ ) 关联函数的蒙特卡罗结果与实验数据而唯象地确定的.

#### 3.1 粒子群 $N$ 阶关联函数

将多重数为  $M$  的碰撞事件随机地分成  $N$  个粒子群, 各粒子群中的粒子数尽量一致. 对于每个粒子群, 定义  $N$  阶群矢量为:

$$Q_i = \left( \sum_{j=1}^N \omega_j p_j^t \right) \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (3)$$

式中  $p_j^t$  为第  $i$  个粒子群中第  $j$  个粒子的横向动量,  $\omega_j$  的意义参见文献[1,10,11]. 因为  $N$  个  $Q_i$  矢量对应着  $N$  个群矢量方位角  $\varphi(Q_i)$ , 于是, 定义粒子群  $N$  阶关联角变量为:

$$\Psi_N = \left( \prod_{i=1}^K \Delta\phi \right)^{1/K} \quad K = (1/2)N(N-1), \quad (4)$$

式中  $\Delta\phi = \cos^{-1}[(Q_i \cdot Q_j)/(|Q_i| \cdot |Q_j|)]$ ,  $0 \leq \Delta\phi \leq \pi$ . 乘积符号  $\prod$  是对  $N$  个粒子群可能形成的全部  $K$  个  $\Delta\phi$  进行求积. 于是, 定义粒子群  $N$  阶关联函数为:

$$CS(\Psi_N) = PS(\Psi_N)/PSM(\Psi_N), \quad (5)$$

式中  $PS(\Psi_N)$  和  $PSM(\Psi_N)$  分别表示实验事件和蒙特卡罗事件按  $\Psi_N$  的分布几率. 这里

采用的蒙特卡罗事件是由不同实验事件(多重数相同)的轨迹随机组合产生的<sup>[1,7,9,12]</sup>. 由(4)式可知,角变量  $\Psi_N$  包含了粒子分布的方位角和横向动量的大小两个方面的信息. 当关联阶  $N$  变化时,通过对比分析实验事件与唯象集合流事件的  $CS(\Psi_N)$  分布,可以定量分析粒子横向动量模的关联对粒子群高阶关联的贡献程度.

### 3.2 实验事件与唯象集合流事件的分析

在对比分析实验数据之前,需产生唯象集合流事件. 其方法是:利用 Cascade 模型<sup>[1,12,13]</sup>产生 5 倍于实验样本的无集合流的蒙特卡罗事件(具体方法详见文献[1,12,13]),按照本文 2.2 节介绍的唯象变换方法,对粒子的方位角与横向动量模进行唯象变换,分别产生具有方位角关联、横向动量模关联和横向关联的唯象集合流事件.

对于唯象变换以前的 Cascade 事件,经计算  $CS(\Psi_N) \approx 1$ . 这一结果表明:内核级联模型预言的集合流对  $CS(\Psi_N)$  随  $\Psi_N$  变化的贡献可以忽略不计. 因此,可以认为  $CS(\Psi_N)$  的特征主要是由集合流的强度、集体性和关联度的大小决定的. 那么,粒子横向动量模的关联、粒子分布的方位角关联及粒子横向关联对高阶集合流关联的作用如何呢? 可否利用粒子群  $N$  阶关联函数  $CS(\Psi_N)$  进行定量分析呢?

图 1 给出了  $N=2-10$  时的实验事件与唯象集合流事件  $CS(\Psi_N)$  的计算结果. 其中,带误差的圆点是实验事件  $CS_{\text{exp}}(\Psi_N)$  的计算结果. 受实验事件统计性的影响,关联阶  $N=10$  是实验样本分析所允许的最大值. 由于  $N=7,8$  时的  $CS_{\text{exp}}(\Psi_N)$  值在  $0 \leq \Psi_N \leq \pi/18$  区间内的误差及  $N=9,10$  时的  $CS_{\text{exp}}(\Psi_N)$  值在  $0 \leq \Psi_N \leq \pi/6$  区间内的误差均超过了 80%,因此,在图 1 中对应于上述关联阶在分析  $CS_{\text{exp}}(\Psi_N)$  时,去掉了该误差区内的计算点. 虚线、折线和点划线对应点的误差大约是实验点误差的一半. 由图 1 分析可知:

(1) 随着关联阶  $N$  的增大,粒子群  $N$  阶关联函数  $CS(\Psi_N)$  在  $0 \leq \Psi_N \leq \pi/2$  区间上的分布较整个  $0 \leq \Psi_N \leq \pi$  区间上的分布差异明显增强,它们更明显地反映了集合流高阶关联程度. 高阶集合流关联强度可用下式定量描述<sup>[9]</sup>:

$$F(N) = S_N - S_{N-1}, \quad (6)$$

式中  $S_N$  的形式如下:

$$S_N = \sum_{\Psi_{\min} < \Psi_N < (\pi/2)} |CS(\Psi_N) - 1|, \quad (7)$$

$S_N$  是当关联阶  $N=3-10$  时在相同的  $\Psi_N$  区间(bin)上对  $|CS(\Psi_N) - 1|$  的求和值,  $\Psi_{\min}$  是在实验误差范围内对实验事件  $CS_{\text{exp}}(\Psi_N)$  计算时  $\Psi_N$  所允许的最小值,它与关联阶  $N$  有关.

(2) 经横向(复合)变换的粒子数(关联度  $\beta_{i,\psi} > 1$ )占事件总粒子数的比率约为 30% 时,即可使  $CS_{\text{exp}}(\Psi_2)$  与  $CS_{\text{max}}(\Psi_2)$  的分布在统计误差范围内相符合. 保持关联度  $\beta_{i,\psi} > 1$  的粒子数占事件总粒子数的比率 30% 不变,则当关联阶  $N=3-10$  时,  $CS_{\text{max}}(\Psi_N) < CS_{\text{exp}}(\Psi_N)$ . 这说明,横向(复合)变换的粒子数占事件总粒子数的比率有一个下界,当横向(复合)变换达到这一下界值时,即可产生与实验事件  $CS_{\text{exp}}(\Psi_2)$  分布相一致的集合流效应;虽然少数携带较大横向动量模的粒子(或粒子群)可以产生集合流效应,

但高阶集合流关联确不受其支配,而是多数关联粒子(或粒子群)集体贡献的结果.

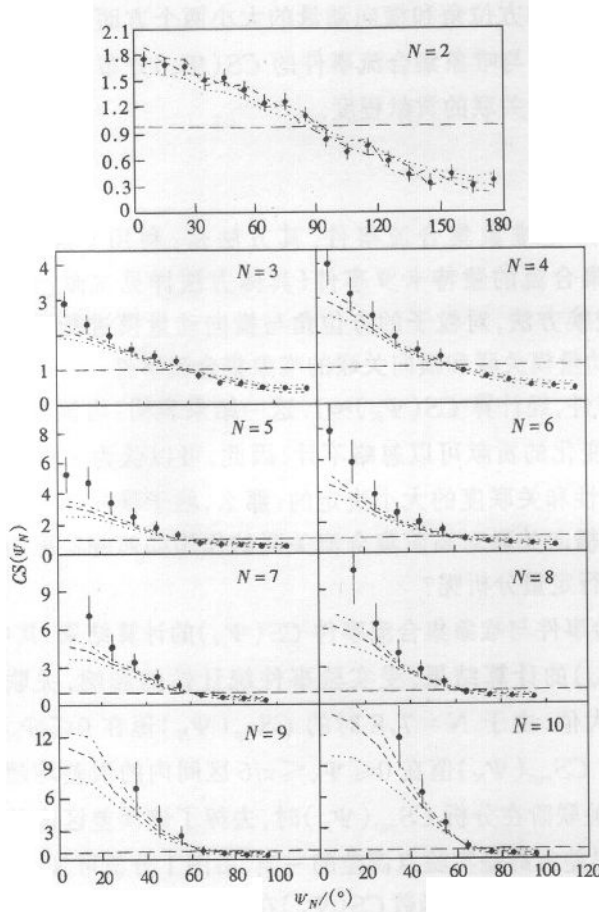


图 1  $N=2-10$  时关联函数  $CS(\Psi_N)$  的实验事件与唯象集合流事件计算结果的比较

• 为实验事件  $CS_{\text{exp}}(\Psi_N)$ , ... 为具有横向动量模关联的唯象集合流事件  $CS_{\text{mag}}(\Psi_N)$ , --- 为具有方位角关联的唯象集合流事件  $CS_{\text{ang}}(\Psi_N)$ , - · - · - 为具有横向关联的唯象集合流事件  $CS_{\text{mot}}(\Psi_N)$ .

图 2 给出了  $N=3-10$  时高阶集合流关联强度的计算结果,其中  $F_{\text{exp}}(N)$ ,  $F_{\text{mag}}(N)$ ,  $F_{\text{ang}}(N)$  和  $F_{\text{mot}}(N)$  分别是实验事件、具有横向动量模关联的唯象集合流事件、具有方位角关联的唯象集合流事件和具有横向关联的唯象集合流事件的计算结果.

(4) 采用文献 [1, 12, 13] 提出的方法,通过将实验事件粒子群  $N$  阶关联函数  $CS_{\text{exp}}(\Psi_N)$  与唯象集合流模拟事件粒子群  $N$  阶关联函数  $CS(\Psi_N)$  的计算结果进行比较,可以推测实验事件集合流集体性  $\alpha$  的取值范围.在本文中,我们分别将实验事件的  $CS_{\text{exp}}(\Psi_N)$  与具有方位角关联的唯象集合流模拟事件的  $CS_{\text{ang}}(\Psi_N)$  和具有横向关联的唯象集合流模拟事件  $CS_{\text{mot}}(\Psi_N)$  的计算结果进行了对比分析.结果表明,采用  $CS_{\text{ang}}(\Psi_N)$  分析推测  $\alpha$  的取值范围在 80%—100% 之间,而采用  $CS_{\text{mot}}(\Psi_N)$  分析推测  $\alpha$  的取值范围却

(3) 在  $0 \leq \Psi_N \leq \pi/2$  区间上,对于相同的关联阶  $N(N \geq 3)$ ,有  $CS_{\text{mag}}(\Psi_N) < CS_{\text{ang}}(\Psi_N) < CS_{\text{mot}}(\Psi_N)$ .图 2 给出了根据 (6) 式对实验事件和唯象集合流事件计算的高阶集合流关联强度  $F(N)$  的结果.考虑到实验样本的统计性及分析的可比性,在具体计算  $F(N)$  时,将关联阶  $N$  分为三个区间:当  $N=3-6$  时,取  $\Psi_{\text{min}} = \pi/60$ ;  $N=7, 8$  时,  $\Psi_{\text{min}} = \pi/18$ ;  $N=9, 10$  时,  $\Psi_{\text{min}} = \pi/6$ .由图 2 分析可知,随着关联阶  $N$  的增大,  $CS_{\text{mag}}(\Psi_N)$  与  $CS_{\text{ang}}(\Psi_N)$  的差值迅速增大,而  $CS_{\text{ang}}(\Psi_N)$  与  $CS_{\text{mot}}(\Psi_N)$  的差值则早缓慢增加.这说明,考虑末态粒子横向动量模的关联后,粒子群高阶关联的强度较仅考虑粒子分布的方位角关联的强度有所增加;对于本文分析的实验事件,粒子分布的方位角关联相对横向动量模关联在粒子群高阶关联 ( $N \geq 3$ ) 中起着主要作用,亦即方位角关联相对横向动量模关联对高阶集合流关联的贡献是主要的,这与文献 [9, 10, 15, 16] 的分析结果是一致的.

在 80%—95% 之间<sup>[1,15]</sup>. 这说明了一个重要事实: 末态粒子横向动量模的关联为在更为狭窄的区间上确定集合流集体性  $a$  的范围提供了重要的信息, 它使得仅仅依

的取值范围缩小了约 5%.

## 4 结论

本文基于关联度概念, 提出了通过流参量唯象变换产生集合流模拟事件的新方法. 该方法可以产生具有粒子  $N$  阶方位角关联、 $N$  阶横向动量模关联和  $N$  阶横向关联的集合流模拟事件, 建立了可以分别检测末态粒子分布的方位角关联、横向动量模关联和横向关联的新方法. 粒子群  $N$  阶方位角关联函数  $CS_{\text{ang}}(\Psi_N)$ ,  $N$  阶横向动量模关联函数  $CS_{\text{mag}}(\Psi_N)$  和  $N$  阶横向关联函数  $CS_{\text{cor}}(\Psi_N)$  分别反映了集合流及高阶集合流关联的不同属性.

采用粒子群  $N$  阶关联函数  $CS(\Psi_N)$  分析了 1.2 A GeV Ar + BaI<sub>2</sub> 碰撞的 Bevalac 流光室  $4\pi$  实验事件中粒子横向动量模的关联对高阶集合流关联的贡献程度. 研究表明: 少数携带较大横向动量的粒子(或粒子群)可以产生集合流效应, 但高阶集合流关联确不受其支配, 而是多数关联粒子(或粒子群)集体贡献的结果.

对于这组碰撞实验, 粒子分布的方位角关联相对粒子横向动量模关联在高阶集合流关联中起着主要作用; 末态粒子横向动量模的关联不但可以使粒子群高阶关联的强度有所增加, 而且还为在更为狭窄的区间上确定集合流集体性  $a$  的范围提供了重要的信息.

## 参考文献(References)

- 1 ZHANG WeiGang. Phys. Rev., 1998, C58:3560
- 2 Barrette J et al. Phys. Rev., 1997, C55:1420
- 3 WANG Shan et al. Phys. Rev. Lett., 1996, 76:3911
- 4 Beckmann P et al. Mod. Phys. Lett., 1987, A2:163
- 5 LIU QingJun et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1993, 17:912  
(刘庆军等. 高能物理与核物理, 1993, 17:912)
- 6 ZHANG WeiGang. Journal of Guangxi Institute of Technology, (in Chinese), 1994, 5:51  
(张伟刚. 广西工学院学报, 1994, 5:51)
- 7 WANG Shan et al. Phys. Rev., 1991, C44:1091
- 8 WANG Shan et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1990, 14:907  
(王山等. 高能物理与核物理, 1990, 14:907)
- 9 JIANG J et al. Phys. Rev. Lett., 1992, 68:2739
- 10 LIU YiMing et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1994, 18:167

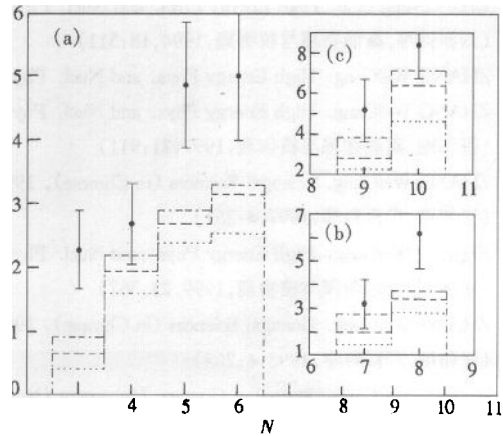


图 2 对实验事件  $F_{\text{exp}}(N)$  和唯象集合流事件  $F_{\text{mag}}(N), F_{\text{ang}}(N), F_{\text{cor}}(N)$  的计算结果  
(a)  $N = 3-6, \Psi_{\text{min}} = \pi/60$ ; (b)  $N = 7, 8, \Psi_{\text{min}} = \pi/18$ ; (c)  $N = 9, 10, \Psi_{\text{min}} = \pi/6$ .

- 11 LIU YiMing et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1994, **18**:511  
(刘亦铭等. 高能物理与核物理, 1994, **18**:511)
- 12 ZHANG WeiGang. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1997, **21**:65
- 13 ZHANG WeiGang. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1997, **21**:911  
(张伟刚. 高能物理与核物理, 1997, **21**:911)
- 14 ZHANG WeiGang. Guangxi Sciences (in Chinese), 1997, **4**:251  
(张伟刚. 广西科学, 1997, **4**:251)
- 15 ZHANG WeiGang. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1999, **23**:367  
(张伟刚. 高能物理与核物理, 1999, **23**:367)
- 16 ZHANG WeiGang. Guangxi Sciences (in Chinese), 1998, **4**:264  
(张伟刚. 广西科学, 1998, **4**:264)
- 17 ZHANG WeiGang. Journal of Guangxi University (Natural Science Edition) (in Chinese), 1995, **20**:325  
(张伟刚. 广西大学学报(自然科学版), 1995, **20**:325)
- 18 ZHANG WeiGang. Journal of Guangxi University (Natural Science Edition) (in Chinese), 1997, **22**:124  
(张伟刚. 广西大学学报(自然科学版), 1997, **22**:124)

## Analysis Method of High – Order Collective-Flow Correlations Based on the Concept of Correlative Degree \*

ZHANG WeiGang

(Dean's Office of Guangxi Institute of Technology, Liuzhou 545005, China)

**Abstract** Based on the concept of correlative degree, a new method of high-order collective-flow measurement is constructed in this paper, with which azimuthal correlations, correlations of final state transverse momentum magnitude and transverse correlations can be inspected respectively. Using the new method the contributions of the azimuthal correlations of particles distribution and the correlations of transverse momentum magnitude of final state particles to high-order collective-flow correlations are analyzed respectively with  $4\pi$  experimental events for 1.2A GeV Ar + BaI<sub>2</sub> collisions at the Bevalac stream chamber. Comparing with the correlations of transverse momentum magnitude, the azimuthal correlations of final state particles distribution dominate high-order collective-flow correlations in this experimental samples. The contributions of correlations of transverse momentum magnitude of final state particles not only enhance the strength of the high-order correlations of particle group, but also provide important information for the measurement of the collectivity of collective flow within the more constraint district.

**Key words** correlative degree, correlations of transverse momentum magnitude, high-order collective-flow correlations, particle group correlations

---

Received 2 August 1999

\* Supported by Natural Science Foundation of Guangxi Province of China under Contract/Grant (GSY-9811016)