

带首转动惯量系统学与超变形转动 带自旋的系统指定

刘树新 曾谨言

(兰州重粒子加速器国家实验室原子核理论研究中心 兰州 730000)

(北京大学物理系 北京 100871)

摘要 用确定转动带自旋的3种方案,即最佳拟合法,图解法和带首转动惯量系统学,对 $A \approx 190$ 区已测出的超变形带的自旋进行了系统的分析.绝大多数(约70条)超变形带的自旋已经可靠地指定.对于实验上已经测定自旋的超变形带,自旋指定与实验完全一致.详细地分析了这些超变形带的带首转动惯量系统学.

关键词 超变形转动带 两类转动惯量 带首转动惯量系统学

迄今,已提出超变形(SD)转动带自旋指定的3种方案,即最佳拟合法(best-fit method, BFM)^[1-4],图解法(graphic method, GM)^[5,6],带首转动惯量(J_0)系统学^[7].目前流行第一种方案.本文分析表明,后两种方案优于第一种方案.特别是近两年来,少数SD转动带的自旋已在实验上测定, J_0 系统学的优越性更为明显.本文根据这3种方案,对迄今为止在 $A \approx 190$ 区已测出的SD转动带进行了系统的分析.除极少数SD带外,绝大多数(约70条)SD带的自旋能够可靠地指定.这为进一步研究SD核的结构提供了可靠的依据.

这3种方案的详细介绍可分别参阅文献[1-7],这里不再赘述.以下只对它们的优缺点进行比较.

BFM方案的基本思想是:根据不同的自旋指定,利用理论公式计算某一物理量,然后与实验观测值进行比较,计算值与实验值的方均根偏差最小的情况,即为正确的自旋指定值.在Becker等^[1]的方案中,是利用Harris ω^2 展开公式^[8](二参数或三参数)计算转动惯量,转动惯量的实验值是利用实验观测到的带内 γ 跃迁能量 E_γ ,按下列公式提取

$$J^{(1)}(I-1) / \hbar^2 = (2I-1) / E_\gamma (I \rightarrow I-2), \quad (1)$$

$$J^{(2)}(I) / \hbar^2 = 4 / [E_\gamma (I+2 \rightarrow I) - E_\gamma (I \rightarrow I-2)] = 4 / \Delta E_\gamma, \quad (2)$$

由(2)式可知,尽管 E_γ 本身的精度较高,但由于 ΔE_γ 的相对误差比较大,因而所提取的 $J^{(2)}$ 值的误差也比较大. 此外 ω 本身并非实验观测值,所以利用 Becker 等的方案有时难以作出确切的自旋指定. 在文献 [2, 3] 的方案中,直接利用转动谱的 ab 公式或 abc 公式计算带内 γ 跃迁能量 $E_\gamma (I+2 \rightarrow I)$ 本身,由于 E_γ 观测值的精度比 ΔE_γ 高得多,因此有可能较为确切地指定自旋. 对于各种 BFM 方案,计算值与实验值的方均根偏差与拟合过程中所采用的跃迁能量 E_γ 的数目 n 有关. 尽管对于多数 SD 带,能用 BFM 给出确切的自旋指定. 但对于某些转动带,特别是出现带混合的情况下,随 n 变化,所定出的自旋可能不同,因而有时也难以给出确切的自旋指定值.

图解法的优点是,它只研究从实验 E_γ 值按式(1)和(2)提取的 $J^{(1)}$ 和 $J^{(2)}$ 随角动量 I 变化的局域行为,从而确定自旋,因而不受所采用 E_γ 数据的数目的影响. 即使在转动带出现明显带混合的那些能级范围中,不能用此方法直接确定自旋,人们也可以研究不发生明显带混合的能谱区域中 $J^{(1)}$ 和 $J^{(2)}$ 随角动量的变化规律,从而确定出可靠自旋,然后再外推到带混合较明显的能级. 这个方案可能会碰到的困难是: E_γ 实验值本身的精确度较差或者在整个转动谱范围中带混合都很强烈,此时就难以作出确切的自旋判定.

与 BFM 方案相比, J_0 系统学方案的突出优点是, J_0 值总是相当灵敏地依赖于自旋指定,而 BFM 方案中,计算值与实验值的方均根偏差 χ 有时对自旋指定不敏感. 当然, J_0 系统学要求实验上有一定数量的转动带的自旋已测定. 值得指出的是,近两年来有一些超变形带的自旋已陆续测定^[9-14]. 此外,利用正常形变核转动带 J_0 系统学中呈现出的规律,也可以作为指定 SD 转动带的自旋的参考. 本文对 $A \approx 190$ 区所有已报道的(1997 年底前)超变形带的自旋,分别用 3 种方案进行了分析. 结果表明,绝大多数超变形带(约 70 条)的自旋能够自洽地和可靠地指定.

第一种方案所采用的转动谱的 abc 公式^[15]为

$$E(I) = a(\sqrt{1 + bI(I+1)} - 1) + cI(I+1), \quad (3)$$

它是 ab 公式^[16]的改进. 无论正常形变核或超变形核转动带,大量计算已肯定^[17-19] ab 公式和 abc 公式明显优于国际上流行的 Harris 公式. 与(3)式相应的转动惯量公式为

$$\hbar^2 / J^{(1)} = ab[1 + bI(I+1)]^{-1/2} + 2c, \quad (4)$$

$$\hbar^2 / J^{(2)} = ab[1 + bI(I+1)]^{-3/2} + 2c, \quad (5)$$

而带首转动惯量 J_0 为

$$J_0 = \hbar^2 / (ab + 2c). \quad (6)$$

表 1 给出了对 $A \approx 190$ 区已测出的偶偶核晕 SD 带按 3 种方案所作出的自旋指定的比较. 表中“no”为按该自旋指定由(1)式和(2)式提取的 $J^{(1)}$ 和 $J^{(2)}$ 随角动量的变化不符合由可靠的理论所得出的 5 条规则^[5-7]. 用 abc 公式(3)计算 $E_\gamma (I+2 \rightarrow I)$ 时,计算值与实验值的方均根偏差 χ 列于表 1 中, χ 取最小值所对应的自旋指定,即 BFM 定出的自旋. 表中所列 J_0 值是根据 BFM 定出的参数值 a, b 和 c 按公式(6)提取. 人们发现, χ 值有时对自旋指定 I_0 的取值不敏感(例如 $^{190}\text{Hg}(1)$ 带),但 J_0 值总是灵敏地依赖于自旋指定. 由表 1 看

表1 偶偶核的晕SD带自旋指定的3种方案(GM J_0 系统学和BFM)的比较

晕SD带	$E_\gamma (J_0+2 \rightarrow I_0) /$ keV(实验值)	自旋指定 I_0	GM	$J_0 /$ $\hbar^2 \text{MeV}^{-1}$	χ (10^{-3})
$^{198}\text{Po}(1)$	175.91	5	no	68.9	3.42
		6	yes	84.2	0.88
		7	no	94.5	9.06
$^{198}\text{Pb}(1)$	305.1	11	no	77.5	1.09
		12	yes	86.8	0.39
		13	no	93.8	2.84
$^{196}\text{Pb}(1)$	171.5	5	no	74.6	7.71
		6	yes	87.2	1.20
		7	no	95.4	13.75
$^{194}\text{Pb}(1)$	124.9	3	no	75.2	2.09
		4	yes	87.6	0.68
		5	no	96.6	6.11
$^{194}\text{Hg}(1)$	253.93	9	no	80.0	2.48
		10	yes	88.6	0.67
		11	no	96.2	4.36
$^{192}\text{Hg}(1)$	214.4	7	no	76.8	3.56
		8	yes	87.1	0.26
		9	no	95.4	5.98
$^{192}\text{Pb}(1)$	262.5	9	no	73.2	1.31
		10	yes	84.5	0.65
		11	no	93.8	1.64
$^{190}\text{Hg}(1)$	316.9	11	no	75.3	0.56
		12	yes	82.5	0.23
		13	no	89.1	0.33

表中GM表示用图解法的分析结果,“yes”表示按GM法所确定的自旋,“no”表示该自旋指定为GM方案所否定。

出,对于自旋已由实验测定的偶偶核晕SD带, J_0 值彼此很相近,例如 $J_0(^{194}\text{Hg}(1)) = 88.6\hbar^2\text{MeV}^{-1}$, $J_0(^{194}\text{Pb}(1)) = 87.6\hbar^2\text{MeV}^{-1}$.在正常形变核中(稀土区和铜系区),相邻偶偶核的基带 J_0 相当接近是极常见的.由表1还看出,按照本文指定的自旋值,计算出的偶偶晕SD带的 J_0 值都很接近, $J_0 \approx (85 \pm 3)\hbar^2\text{MeV}^{-1}$.但如把自旋指定 I_0 人为地提高1,则 J_0 会增大到 $J_0 \approx 95\hbar^2\text{MeV}^{-1}$ 左右.反之,如人为地把自旋 I_0 减少1, J_0 会减小到 $J_0 \approx 76\hbar^2\text{MeV}^{-1}$.这都与 $^{194}\text{Hg}(1)$ 和 $^{194}\text{Pb}(1)$ 的 J_0 实验值相差颇大,从系统学的角度来看,这是极不合理的.我们还注意到,所有晕SD带的旋称signature都是 $\alpha = 0$,即 I 取偶数.这与正常形变核的基带自旋的实验观测结果完全一致.

表2给出了4对典型的旋称对偶带(signature partner)的类似分析.可以看出,同一对旋称对偶带中2条带的 J_0 非常接近($\delta J_0 / J_0 \approx 10^{-3}$),这是很合理的,因为2条带的微观结构,除旋称差别外,是完全相同的.

利用3种方案所定出 $A \approx 190$ 区的SD带的自旋,分别列于表3(偶偶核),表4(奇中子

表2 4对超变形旋称对偶带的自旋指定

超变形旋称对偶带	$E_\gamma (I_0+2 \rightarrow I_0) /$ keV(实验值)	自旋指定 I_0	GM	$J_0 /$ $\hbar^2 \text{MeV}^{-1}$	χ (10^{-3})
$^{194}\text{Hg}(2)$	200.79	7	no	83.3	4.50
		8	yes	93.8	0.42
		9	no	101.2	9.70
$^{194}\text{Hg}(3)$	262.27	10	no	84.9	2.21
		11	yes	93.9	0.15
		12	no	100.8	4.84
$^{193}\text{Tl}(1)$	227.3	8.5	no	85.2	1.92
		9.5	yes	95.8	0.81
		10.5	no	103.2	7.39
$^{193}\text{Tl}(2)$	206.6	7.5	no	85.3	3.15
		8.5	yes	95.8	1.13
		9.5	no	103.3	9.42
$^{193}\text{Pb}(5)$	212.9	7.5	no	80.9	1.89
		8.5	yes	92.8	0.66
		9.5	no	101.1	7.12
$^{193}\text{Pb}(6)$	234.1	8.5	no	81.5	1.58
		9.5	yes	92.4	0.52
		10.5	no	100.5	5.12
$^{192}\text{Tl}(c)$	233.4	9	no	86.6	1.45
		10	yes	97.5	0.86
		11	no	105.1	6.62
$^{192}\text{Tl}(d)$	213.4	8	no	86.0	2.06
		9	yes	97.5	0.61
		10	no	105.4	8.03

表3 偶偶核超变形带的自旋指定和带首转动惯量的系统学

晕SD带	$E_\gamma (I_0+2 \rightarrow I_0) /$ keV(实验值)	自旋指定 I_0	$J_0 /$ $\hbar^2 \text{MeV}^{-1}$
$^{198}\text{Po}(1)$	175.91	6	84.2
$^{198}\text{Pb}(1)$	305.1	12	86.8
$^{196}\text{Pb}(1)$	171.4	6	87.2
$^{194}\text{Pb}(1)$	124.9	4	87.6
$^{194}\text{Hg}(1)$	253.93	10	88.6
$^{192}\text{Hg}(1)$	214.4	8	87.1
$^{192}\text{Pb}(1)$	262.5	10	84.5
$^{190}\text{Hg}(1)$	316.9	12	84.2
激发SD带			
$^{198}\text{Pb}(2)$	204.5	8	91.6
$^{196}\text{Pb}(3)$	226.7	9	91.6
$^{194}\text{Pb}(2a)$	241.2	10	94.4
$^{194}\text{Pb}(2b)$	260.9	11	94.1
$^{194}\text{Hg}(2)$	200.79	8	93.8
$^{194}\text{Hg}(3)$	262.27	11	93.9
$^{192}\text{Hg}(2)$	282.4	12	93.8
$^{192}\text{Hg}(3)$	333.1	14	89.9
$^{190}\text{Hg}(2)$	481.1	(23)	88.6
$^{190}\text{Hg}(3)$	318.0	13	87.7
$^{190}\text{Hg}(4)$	446.3	(20)	92.6

括号中的 I_0 值表示自旋指定尚不十分肯定。

表4 奇 N 核超变形带的自旋指定

超变形带	$E_{\gamma} (I_0+2 \rightarrow I_0) /$ keV(实验值)	自旋指定 I_0	$J_0 /$ $\hbar^2 \text{MeV}^{-1}$
$^{197}\text{Pb}(1)$	184.4	7.5	97.5
$^{197}\text{Pb}(2)$	205.5	8.5	97.2
$^{195}\text{Pb}(1)$	182.13	7.5	98.8
$^{195}\text{Pb}(2)$	162.58	6.5	98.2
$^{195}\text{Pb}(3)$	236.19	9.5	91.5
$^{195}\text{Pb}(4)$	213.58	8.5	91.7
$^{193}\text{Pb}(3)$	250.6	10.5	94.8
$^{193}\text{Pb}(4)$	273.0	11.5	93.4
$^{193}\text{Pb}(5)$	212.9	8.5	92.8
$^{193}\text{Pb}(6)$	234.1	9.5	92.4
$^{195}\text{Hg}(a)$	333.9	14.5	92.8
$^{195}\text{Hg}(b)$	273.9	11.5	92.9
$^{195}\text{Hg}(c)$	284.5	12.5	97.6
$^{195}\text{Hg}(d)$	341.9	15.5	97.9
$^{193}\text{Hg}(1)$	233.2	9.5	92.7
$^{193}\text{Hg}(2a)$	254.0	10.5	93.0
$^{193}\text{Hg}(2b)$	254.0	10.5	93.0
$^{193}\text{Hg}(3)$	233.5	9.5	92.8
$^{191}\text{Hg}(2)$	252.4	10.5	94.1
$^{191}\text{Hg}(3)$	272.0	11.5	93.7
$^{193}\text{Pb}(1)$	277.2	11.5	92.0
$^{193}\text{Pb}(2)$	190.5	(7.5)	94.1
$^{193}\text{Hg}(4)$	291.0	(12.5)	92.3
$^{193}\text{Hg}(5)$	240.5	9.5	91.2
$^{191}\text{Hg}(1)$	310.9	13.5	95.0
$^{189}\text{Hg}(1)$	366.4	15.5	90.9

表5 奇 Z 核超变形带的自旋指定

超变形带	$E_{\gamma} (I_0+2 \rightarrow I_0) /$ keV(实验值)	自旋指定 I_0	$J_0 /$ $\hbar^2 \text{MeV}^{-1}$
$^{197}\text{Bi}(1)$	166.2	6.5	95.8
$^{197}\text{Bi}(2)$	186.7	7.5	95.7
$^{195}\text{Tl}(1)$	146.2	5.5	95.3
$^{195}\text{Tl}(2)$	167.5	6.5	95.1
$^{193}\text{Tl}(1)$	227.3	9.5	95.8
$^{193}\text{Tl}(2)$	206.6	8.5	95.8
$^{191}\text{Tl}(1)$	358.9	13.5	92.6
$^{191}\text{Tl}(2)$	417.2	16.5	92.5
$^{191}\text{Au}(2)$	397.8	17.5	92.4
$^{191}\text{Au}(3)$	382.7	16.5	90.4
$^{191}\text{Au}(1)$	186.8	7.5	94.9

表6 奇奇核超变形带的自旋指定

超变形带	$E_r (I_0+2 \rightarrow I_0) /$ keV (实验值)	自旋指定	
		I_0	$J_0 /$ $\hbar^2 \text{MeV}^{-1}$
^{194}Tl (1a)	268.0	12	99.7
^{194}Tl (1b)	209.3	9	99.7
^{194}Tl (2a)	240.5	10	94.6
^{194}Tl (2b)	220.3	9	94.4
^{194}Tl (3a)	187.9	8	100.2
^{194}Tl (3b)	207.0	9	101.1
^{192}Tl (a)	283.0	13	102.8
^{192}Tl (b)	337.5	16	103.6
^{192}Tl (c)	233.4	10	97.3
^{192}Tl (d)	213.4	9	97.5

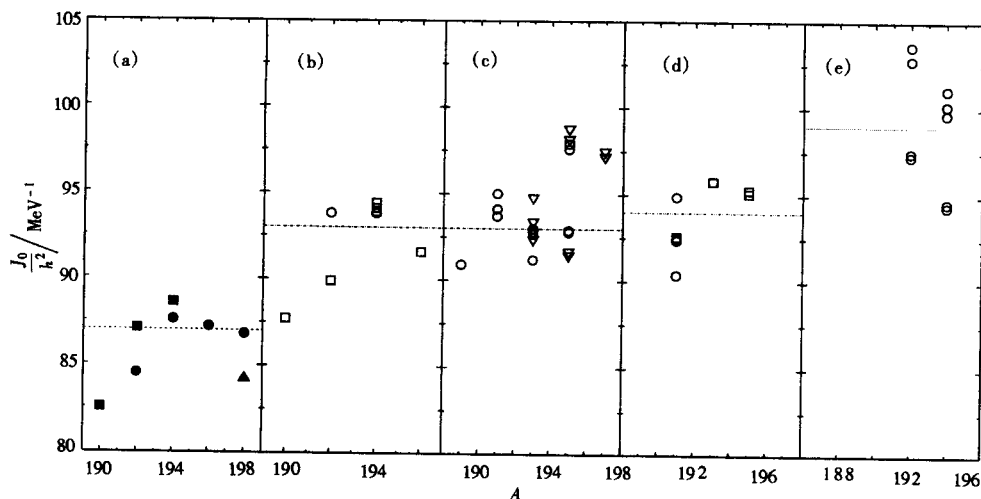


图1 190区超变形带的带首转动惯量系统学

- (a) 偶偶核的晕 SD 带: ■Hg, ●Pb, ▲Po;
 (b) 偶偶核的激发 SD 带: ○Hg, □Pb;
 (c) 奇 N 核的 SD 带: ○Hg, ▽Pb;
 (d) 奇 Z 核的 SD 带: ○Au, □Tl;
 (e) 奇奇核的 SD 带: ○Tl.

核), 表 5(奇质子核)和表 6(奇奇核)中. 其中所采用的数据是截止到 1997 年底以前最新的结果. 图 1 给出了 J_0 系统学的分析. 从这些分析可以得出下列结论:

(1) 与 ND 偶偶核的情形极为类似, 在偶偶核 (Hg, Pb, Po) 中, 所有晕 SD 带的旋称 (signature) 都是 $\alpha = 0$, 而且它们的带首转动惯量相当接近, 即 $J_0 \approx (85 \pm 3)\hbar^2\text{MeV}^{-1}$.

(2) 在奇 A 核中, 大多数观测到的 SD 带都是旋称对偶带. 每对旋称对偶带的带首转动惯量几乎全同, 而且系统地大于相邻偶偶核的晕 SD 带. 但不同旋称对偶带的 J_0 有较大涨落, 这反映它们的内部组态 (奇核子所处轨道) 有较大的差异.

(3) 类似地, 观测到的奇奇核的 SD 带和偶偶核的激发 SD 带, 大多都是旋称对偶带. 带首转动惯量也都系统地大于相邻偶偶核的晕 SD 带.

另外需要指出的是:

(1) 有几条 SD 带, 目前的自旋指定与以往文献不同. 例如, Ducroux 等^[20]指定 $^{193}\text{Pb}(1)$ 带观测到最低能级的自旋为 13.5, 但本文指定为 11.5.

(2) 有几条 SD 带的自旋, 用 Becker 的 BFM 方案难以唯一地确定. 例如, 用 Becker 的 BFM, $^{192}\text{Pb}(1)$ 的自旋被定为 10 或 11^[21], 但采用 GM, 并结合 J_0 系统学和我们的 BFM, $^{192}\text{Pb}(1)$ 的自旋肯定为 10, 这与最近的 McNabb 等^[14] 的实验测定相符.

(3) 对于 Bi 同位素中观测到的 3 条 SD 带^[22, 23], 我们的分析支持 Clark 等^[22] 的同位素指定, 并进一步指出, 它们中的 2 条是 ^{197}Bi 中的旋称对偶带, 自旋指定分别为 $I_0 = 6.5$, ($E_\gamma(I_0 + 2 \rightarrow I_0) = 166.2\text{keV}$) 和 $I_0 = 7.5$, ($E_\gamma(I_0 + 2 \rightarrow I_0) = 186.7\text{keV}$).

有极少数 SD 带的自旋目前还不能唯一地指定, 例如 $^{191}\text{Hg}(4)$, $^{193}\text{Hg}(4)$, $^{192}\text{Pb}(2)$ 等. 这有待于更精确的实验测定和进一步仔细分析.

参 考 文 献

- 1 Becker J A et al. Phys. Rev., 1992, **C46**:889; Drapper J E et al. Phys. Rev., 1991, **C42**: R179
- 2 Xing Zheng, Chen Xingqu. High Energ. Phys. And Nucl. Phys. (in Chinese), 1991, **15**:1020
(邢正, 陈星渠. 高能物理与核物理, 1991, **15**: 1020)
- 3 Zeng J Y et al. Phys. Rev., 1991, **C44**:R1745; Wu C S et al. Phys. Rev., 1992, **C45**:261
- 4 Xu F R, Hu J M. Phys. Rev., 1994, **C49**:1449
- 5 Zeng J Y, Lei Y A, Zhao E G. Commu. Theor. Phys., 1995, **24**:425
- 6 Lei Y A, Lin C Z, Zeng J Y. High Energ. Phys. And Nucl. Phys. (in Chinese), 1997, **21**:648
(雷奕安, 林纯镇, 曾谨言. 高能物理与核物理, 1997, **21**: 648)
- 7 Lei Y A, Zeng J Y. Nuclear Science and Technologies, 1997, **8**:65
- 8 Harris S M. Phys. Rev. Lett., 1964, **13**:663; Phys. Rev., 1965, **138**:509
- 9 Khoo T L et al. Phys. Rev. Lett., 1996, **76**:1583
- 10 Hauschild K et al. Phys. Rev., 1997, **C55**:2819
- 11 Lopez-Martens A et al. Phys. Lett., 1996, **B380**:18
- 12 Brinkman M J et al. Phys. Rev., 1996, **C53**:R1461
- 13 Hackman G et al. Phys. Rev. Lett., 1997, **79**:4100
- 14 McNabb D P et al. Phys. Rev., 1997, **C56**:2474
- 15 Huang H X, Wu C S, Zeng J Y. Phys. Rev., 1989, **C39**:1617
- 16 Wu C S, Zeng J Y. Commn. Theor. Phys., 1987, **8**:51
- 17 Xu F X, Wu C S, Zeng J Y. Phys. Rev., 1989, **C40**:2337
- 18 Hu Z X, Zeng J Y. Phys. Rev., 1997, **C56**:2523
- 19 Lei Y A, Zeng J Y. High Energ. Phys. And Nucl. Phys. (in Chinese), 1993, **17**:636
(雷奕安, 曾谨言. 高能物理与核物理, 1993, **17**: 636)
- 20 Ducroux L et al. Phys. Rev., 1996, **C53**:2701
- 21 Ducroux L et al. Z. Phys., 1995, **A352**:13
- 22 Clark R M et al. Phys. Rev., 1995, **C51**:R1052
- 23 Clark R M et al. Phys. Rev., 1996, **C53**:117

Bandhead Moments of Inertia Systematics and Systematic Spin Assignments of Superdeformed Bands in $A \approx 190$ Region

Liu Shuxin Zeng Jinyan

(*Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000*)

(*Department of Physics, Peking University, Beijing 100871*)

Abstract Using three methods (the best-fit method, the graphic method and the bandhead moments of inertia J_0 systematics), the spin assignments of the available superdeformed bands observed in $A \approx 190$ region have been analyzed systematically. The spins of most (~ 70) SD bands have been assigned reliably and consistent with the experimental values. The J_0 systematics are investigated in detail.

Key words superdeformed band, two kinds of moments of inertia, bandhead moments of inertia systematics