

# 一种同位旋相关的核物质状态方程\*

张丰收<sup>1,2,3</sup> 陈列文<sup>1,2</sup>

1 (兰州重离子加速器国家实验室原子核理论研究中心 兰州 730000)

2 (中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

3 (中国高等科学技术中心 北京 100080)

**摘要** 在 Hartree-Fock 近似下, 从扩展的 Skyrme 有效相互作用出发, 给出了一种同位旋相关的核物质状态方程。分析了在不同相对中子过剩时的核物质状态方程。发现在核物质的饱和点处, 许多物理量的同位旋相关性能够近似地与相对中子过剩满足抛物线规律。

**关键词** 同位旋相关 核物质状态方程 抛物线规律

## 1 引言

随着次级束流装置, 如 HIRFL 的 RIBLL<sup>[1]</sup>, RIKEN 的 RIPS<sup>[2]</sup>, GSI 的 FRS<sup>[3]</sup>, GANIL 的 LISE, SISSI 和 SPIRAL<sup>[4]</sup>, MSU 的 A1200<sup>[5]</sup>相继建成并投入使用, 人们能够探索远离β稳定线核的性质及其引起的核反应中的同位旋效应, 并希望以此来检验传统核模型在远离β稳定线区和高同位旋时的适应性, 进一步发展相关的核模型。关于这方面的综述性讨论可见文献 [6—9]。

近来, 人们在实验上和理论上对中能重离子碰撞中的同位旋效应进行了一系列探索<sup>[10—14]</sup>, 尤其是对同位旋相关的集体流引起了极大的兴趣<sup>[15—18]</sup>。人们试图通过同位旋相关的集体流的研究来探索核物质状态方程中的同位旋相关部分, 以及介质中核子-核子碰撞截面的同位旋相关性。在以前的工作中, 采用推广的 Skyrme 有效相互作用, 在 Hartree-Fock 近似下, 讨论了密度、温度和动量相关的核物质状态方程<sup>[19, 20]</sup>。本文试图强调同位旋自由度, 探讨核物质状态方程的同位旋相关性。

## 2 理论模型

在扩展的 Skyrme 有效相互作用<sup>[21]</sup>下, 对核物质的波函数采用平面波近似, 应用

1998-10-13收稿

\* 国家自然科学基金(19609033、19875068和19847002), 中国科学院科学基金和国家教委基金资助项目

Hartree–Fock理论, 可以得到温度、密度及同位旋自由度相关的平均场<sup>[19, 20]</sup>

$$U_{\tau_a}(\rho, T) = a_{\tau_a}^1 \rho + a_{\tau_a}^2 \rho^{\gamma+1} + a_{\tau_a}^3 \rho^{5/3} + a_{\tau_a}^4 \rho^{\gamma+5/3}, \quad (1)$$

其中,

$$a_{\tau_a}^1 = \frac{1}{4} t_0 [3 \mp (2x_0 + 1)\delta], \quad (2)$$

$$a_{\tau_a}^2 = \frac{1}{24} t_3 [3 \mp (2x_3 + 1)\delta], \quad (3)$$

$$\begin{aligned} a_{\tau_a}^3 &= \frac{1}{16\pi^2} [t_1(1 - x_1) + 3t_2(1 + x_2)] (1 \pm \delta)^{5/3} \left(\frac{2\sqrt{\pi}}{\lambda}\right)^5 C_{3/2}(\mu_{\tau_a}) + \\ &\quad \frac{1}{8\pi^2} \left[ t_1 \left(1 + \frac{x_1}{2}\right) + t_2 \left(1 + \frac{x_2}{2}\right) \right] (1 \mp \delta)^{5/3} \left(\frac{2\sqrt{\pi}}{\lambda}\right)^5 C_{3/2}(\mu_{-\tau_a}), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} a_{\tau_a}^4 &= \frac{1}{16\pi^2} [t_4(1 - x_4) + 3t_5(1 + x_5)] (1 \pm \delta)^{5/3} \left(\frac{2\sqrt{\pi}}{\lambda}\right)^5 C_{3/2}(\mu_{\tau_a}) + \\ &\quad \frac{1}{8\pi^2} \left[ t_4 \left(1 + \frac{x_4}{2}\right) + t_5 \left(1 + \frac{x_5}{2}\right) \right] (1 \mp \delta)^{5/3} \left(\frac{2\sqrt{\pi}}{\lambda}\right)^5 C_{3/2}(\mu_{-\tau_a}), \end{aligned} \quad (5)$$

式中下标 $\tau_a$ 表示 n,  $-\tau_a$ 表示 p; 对中子(质子)取上(下)面符号;  $\gamma, t_0 \cdots t_5, x_0 \cdots x_5$ 为 Skyrme 势参数;  $\delta$ 为相对中子过剩,  $\lambda$ 为核子平均热波长,  $C_i(\mu_{\tau_a})$ 为 Fermi–Dirac 积分, 其表达式如下:

$$\delta = \frac{\rho_{\tau_a} - \rho_{-\tau_a}}{\rho}, \quad (6)$$

$$\lambda = \hbar \sqrt{\frac{2\pi}{mT}}, \quad (7)$$

$$C_i(\mu_{\tau_a}) = \int_0^\infty \frac{x^i}{1 + e^{\left(x - \frac{\mu_{\tau_a}}{T}\right)}} dx, \quad (8)$$

$\mu_{\tau_a}$ 为自由核子(质子或中子)气体的化学势参数, 由下式给出:

$$\rho_{\tau_a} = \frac{g}{(2\pi)^3} \int_0^\infty d^3k \frac{1}{1 + e^{\left(\frac{\hbar k^2}{2m_{\tau_a}} - \mu_{\tau_a}\right)/T}}, \quad (9)$$

式中  $g$  为简并度.

对相对中子过剩为  $\delta$  的无穷大核物质, 取式(1)时的单核子能量为:

$$\varepsilon(\rho, T, \alpha) = \frac{1}{2} T \left[ \frac{C_{3/2}(\mu_{\tau_a})}{C_{1/2}(\mu_{\tau_a})} (1 + \delta)^{5/3} + \frac{C_{3/2}(\mu_{\tau_a})}{C_{1/2}(\mu_{\tau_a})} (1 - \delta)^{5/3} \right] +$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{4} [a_{\tau_a}^1 (1 + \delta) + a_{-\tau_a}^1 (1 - \delta)] \rho + \\
 & \frac{1}{4} [a_{\tau_a}^2 (1 + \delta) + a_{-\tau_a}^2 (1 - \delta)] \rho^{\gamma+1} + \\
 & \frac{1}{4} [a_{\tau_a}^3 (1 + \delta) + a_{-\tau_a}^3 (1 - \delta)] \rho^{5/3} + \\
 & \frac{1}{4} [a_{\tau_a}^4 (1 + \delta) + a_{-\tau_a}^4 (1 - \delta)] \rho^{\gamma+5/3}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

(10)式给出了密度、温度及同位旋相关的核物质状态方程。由(10)式可以得到核物质的压强  $p$  及不可压缩系数  $K$ :

$$p = \rho^2 \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho}, \tag{11}$$

$$K = 9\rho^2 \left. \frac{d^2 \epsilon}{d \rho^2} \right|_{\rho = \rho_0}. \tag{12}$$

### 3 同位旋相关的核物质状态方程

采用 Skyrme 相互作用参数 SKM, 在图 1 中给出了温度  $T = 0$  及不同相对中子过剩  $\delta$  时单核子能量  $\epsilon$  与密度  $\rho$  的关系。可以看到, 随着  $\delta$  的增大, 核物质结合得愈来愈松散, 饱和密度愈来愈低。当  $\delta$  很大时(约 0.85), 核物质已不存在束缚态。为了更清楚地看到不同温度下核物质状态方程的同位旋相关性, 图 2(a)–(c) 分别给出了  $\delta = 0.0, 0.3$  和  $0.5$  时, 在不同温度下压强  $p$  与密度  $\rho$  的关系。从图中可以看到, 对不同  $\delta$  下的无穷大非对称核物质, 不同温度下的压强和密度关系(等温线)表现出典型的范德瓦尔斯(Van der Waals)形状, 但其形状随  $\delta$  的增加已强烈地改变。

随着  $\delta$  的增加, 核物质的饱和密度减小, 这表明核物质的同位旋相关部分是贡献斥力的。在饱和点处等温曲线的曲率与核物质的不可压缩系数是成正比的, 但随  $\delta$  的增加反而变小, 这表明  $\delta$  的增加会使核物质变得更软。临界温度  $T_c$  在  $\delta$  增加时变小, 对于对称核物质,  $T_c = 12.60\text{MeV}$ ;  $\delta = 0.4$  时,  $T_c = 10.60\text{MeV}$ ; 当  $\delta = 0.85$  时,  $T_c = 0\text{MeV}$ , 将不存在 Spinodal 区域, 如图 3 所示。从以上的讨论可以看到, 在不同温度下, 核物质状态方程具有较强的同位旋相关性。

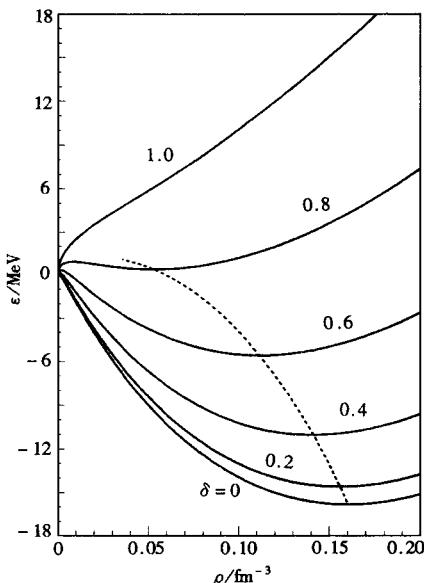
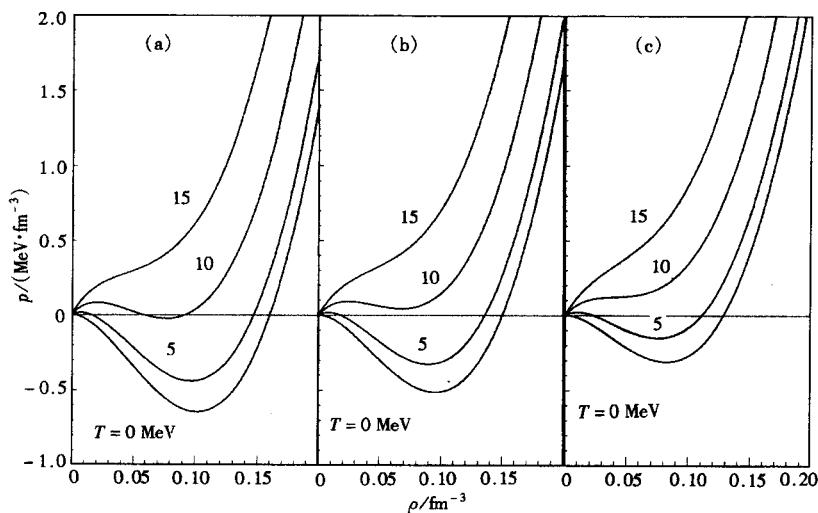
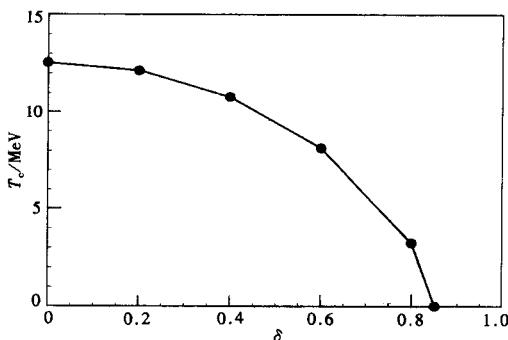


图 1 温度  $T=0$  及不同相对中子过剩  $\delta$  时单核子能量  $\epsilon$  与密度  $\rho$  的关系  
虚线代表核物质的饱和点。

图 2 不同温度下压强  $p$  与密度  $\rho$  的关系(a)  $\delta=0.0$ ; (b)  $\delta=0.3$ ; (c)  $\delta=0.5$ .图 3 在SKM相互作用下,核物质临界温度  $T_c$  随相  
对中子过剩  $\delta$  的变化关系

#### 4 抛物线规律

通过不同模型的计算,人们已逐渐认识到,当相对中子过剩  $\delta$  较小时,在核物质饱和点的许多物理性质的同位旋相关性都符合抛物线规律。例如,饱和点处核物质的不可压缩系数  $K_0(\delta)$ 、饱和密度  $\rho_0(\delta)$ 、单核子能量  $\varepsilon_0(\delta)$  可以较好地参数化为:

$$K_0(\delta) = K_0(0)(1 - a\delta^2), \quad (13)$$

$$\rho_0(\delta) = \rho_0(0)(1 - b\delta^2), \quad (14)$$

$$\varepsilon_0(\delta) = \varepsilon_0(0) + \varepsilon_{\text{sym}}\delta^2. \quad (15)$$

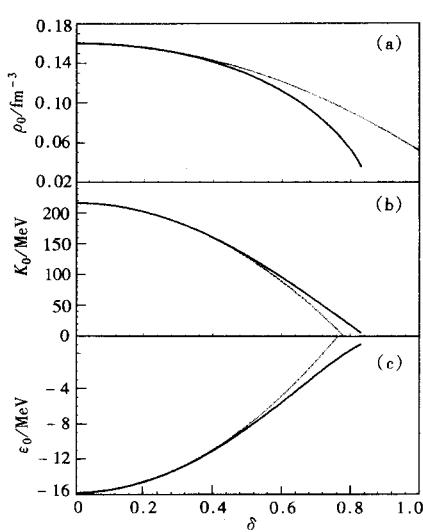


图4 温度  $T=0$  时饱和点处核物质的饱和密度  $\rho_0(\delta)$  (a), 不可压缩系数  $K_0(\delta)$  (b) 和单核子能量  $\varepsilon_0(\delta)$  (c) 作为相对中子过剩  $\delta$  的函数  
虚线为抛物线拟合的结果.

采用 Skyrme 相互作用参数 SKM, 图 4(a)–(c) 分别给出了温度  $T = 0$  时饱和点处核物质的饱和密度  $\rho_0(\delta)$ 、不可压缩系数  $K_0(\delta)$  和单核子能量  $\varepsilon_0(\delta)$  作为相对中子过剩  $\delta$  的函数, 同时用 (13)–(15) 式进行最小二乘拟合得到的结果也表示在图中 (用虚线表示, 拟合范围为  $\delta = 0$ – $0.1$ ). 由图 4 可以清楚地看到, 在相对中子过剩  $\delta$  较小时, 抛物线规律 (13)–(15) 式能够很好地得到满足. 令人感到惊奇的是, 当相对中子过剩  $\delta$  较大时 (0.5), 抛物线规律似乎仍然成立. 利用 (13) 和 (14) 式对图 4(a) 和 (b) 进行最小二乘拟合, 可以得到参数  $a$  和  $b$  的值. 在表 1 中给出了本工作中计算得到的  $K_0(0)$ 、 $a$  和  $K_0(1/3)$ , 同时还给出了采用 Paris 势时非相对论 Brueckner–Bethe–Goldstone 理论<sup>[22]</sup> 相应的计算结果以及变分多体理论<sup>[23]</sup> 分别采用 Argonne 和 Urbana 两体势 AV14 和 UV14, 同时采用 Urbana 三体势 UVII 时的计算结果 (表中分别用 AV14+UVII 和 UV14+

UVII 表示). 表 1 说明, 不同模型或相同模型不同相互作用所给出的  $K_0(0)$  和  $a$  是有明显差别的,  $K_0(1/3)$  较  $K_0(0)$  约要小 20%. 同时从式 (13) 及表 1 也可以看到, 不同的模型都预言, 中子浓度越高, 饱和点处核物质状态方程越软. 事实上  $K_0(1/3)$  具有特殊的核天文学意义. 按照超新星的瞬间爆炸模型<sup>[24]</sup>, 由于中微子俘获, 在致密星体塌陷的过程中会形成一个丰中子系统, 这个丰中子系统的相对中子过剩几乎为一个常数, 即  $\delta \approx 1/3$ . 人们发现由于较大的相对中子过剩而导致了一个较软的核物质状态方程, 从而成功地产生了一个瞬间爆炸. 这可能是至今人们知道的唯一一个支持理论模型所预言的饱和点处核物质不可压缩系数的同位旋相关性的天文现象.

表1 不同模型预言的(13)式中的参数  $K_0$  和  $a$

参数	SKM	Paris	AV14+UVII	UV14+UVII
$K_0(0)$	216.6	185	209	202
$a$	1.635	2.027	2.196	2.049
$K_0(1/3)$	177.3	143.3	158	156

在表 2 中列出了不同模型计算所得到的  $\rho_0(0)$  和  $b$ . SKM 和 Paris 表示的意义同表 1, DHF(b) 和 DHF(e) 分别表示只包括同位旋标量介子 ( $\sigma, \omega$ ) 和同时包括同位旋标量介子和同位旋矢量介子 ( $\pi, \rho$ ) 时的相对论 Dirac–Hartree–Fock 理论<sup>[25]</sup> 的计算结果. 从表 2 可以看出, 不同模型或相同模型不同相互作用所给出的  $\rho_0(0)$  和  $b$  也存在着较大的差别.

利用 (15) 式对图 4(c) 进行最小二乘拟合, 可以得到参数  $\varepsilon_{\text{sym}}$  的值, 结果为  $\varepsilon_0(0) = -15.77 \text{ MeV}$ ,  $\varepsilon_{\text{sym}} = 30.47 \text{ MeV}$ . 事实上,  $\varepsilon_{\text{sym}}$  就是所谓的对称能强度系数,  $\varepsilon_{\text{sym}} \delta^2$  项即对称能,

表2 不同模型预言的(14)式中的参数 $\rho_0(0)$ 和 $b$ 

参数	SKM	Paris	DHF( $b$ )	DHF( $e$ )
$\rho_0(0)$	0.1603	0.289	0.1484	0.1484
$b$	0.6805	1.115	0.65	0.9

它代表核物质状态方程的同位旋相关部分. 关于对称能我们将另文进行较细致的讨论.

不同模型或相同模型不同相互作用所给出的核物质状态方程同位旋相关性都存在着较大的差别, 因此, 人们需要通过实验手段来验证不同理论模型, 进而得到更可靠的关于核物质状态方程同位旋相关性的知识. 在这方面, 半中子核或放射性核引起的反应研究将是一个重要的工具.

## 5 小结

在扩展的 Skyrme 有效相互作用下, 对核物质的波函数采用平面波近似, 应用 Hartree-Fock 理论, 得到了一个温度、密度和同位旋自由度相关的核物质状态方程. 结果表明, 核物质状态方程对同位旋自由度有着较强的依赖关系. 在温度  $T=0$  时, 通过对核物质饱和点处核物质的饱和密度  $\rho_0(\delta)$ 、不可压缩系数  $K_0(\delta)$  和单核子能量  $\varepsilon_0(\delta)$  作为相对中子过剩  $\delta$  的函数的研究表明, 这些物理量在饱和点处与相对中子过剩  $\delta$  都近似地满足抛物线规律. 中子浓度越高, 核物质状态方程越软(饱和点处核物质不可压缩系数越小), 饱和点密度越低. 这些结果与其它模型计算的结果是定性符合的, 但定量上存在较大差别, 这些都有待于实验的进一步证实.

## 参 考 文 献

- 1 Zhang W L et al. Science in China, 1999, A42(5):528—536
- 2 Kubo T et al. Nucl. Instrum. Methods In Phys. Res., 1992, B70:309—319
- 3 Geissel H et al. Nucl. Instrum. Methods In Phys. Res., 1992, B70:286—297
- 4 Mueller A C, Anne R. Nucl. Instrum. Methods In Phys. Res., 1991, B56/57:559—563
- 5 Sherrill B M et al. Nucl. Instrum. Methods In Phys. Res., 1991, B56/57:1106—1110
- 6 Bertulani C A et al. Phys. Rep., 1993, 226(6):281—376
- 7 Zhukov M V et al. Phys. Rep., 1993, 231:151—199
- 8 Tanihata I. Prog. Part. Nucl. Phys., 1995, 35:505—573
- 9 Li B A, Ko C M, Bauer W. Inte. J. Mod. Phys., 1998, E7(2):147—229
- 10 Chen L W, Zhang X D, Ge L X. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1996, 20(12):1091—1096  
(陈列文, 张晓东, 葛凌霄. 高能物理与核物理, 1996, 20(12):1091—1096)
- 11 Kunde G J et al. Phys. Rev. Lett., 1996, 77(14): 2897—2900
- 12 Li B A, Ko C M, Ren Z Z. Phys. Rev. Lett., 1997, 78(9):1644—1647
- 13 Li B A, Yennello S J. Phys. Rev., 1995, C52(4):R1746—R1749
- 14 Chen L W et al. J. Phys., 1997, G23:211—218
- 15 Li B A et al. Phys. Rev. Lett., 1996, 76(24):4492—4495
- 16 Pak R et al. Phys. Rev. Lett., 1997, 78(6):1022—1025

- 
- 17 Pak R et al. Phys. Rev. Lett., 1997, **78**(6):1026—1029  
 18 Chen L W, Zhang F S, Jin G M. Phys. Rev., 1998, **C58**(4):2283—2291  
 19 Zhang F S, Ge L X. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chineses), 1992, **16**(7):666—669  
 (张丰收, 葛凌霄. 高能物理与核物理, 1992, **16**(7):666—669)  
 20 Zhang F S. Z. Phys., 1996, **A356**:163—170  
 21 Ge L X, Zhuo Y Z, Norenberg W. Nucl. Phys., 1986, **A459**(1):77—92  
 22 Bombaci I, Lombardo U. Phys. Rev., 1992, **C44**(5):1892—1900  
 23 Wiringa R B, Fiks V, Fabrocini A. Phys. Rev., 1988, **C38**(2):1010—1037  
 24 Baron E, Cooperstein J, Kahana S. Phys. Rev. Lett., 1985, **55**(1):126—129  
 25 Lopez-Quelle M et al. Nucl. Phys., 1988, **A483**(3,4):479—492

## An Isospin-Dependent Nuclear Equation of State \*

Zhang Fengshou<sup>1,2,3</sup> Chen Liwen<sup>1,2</sup>

1 (*Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000*)

2 (*Institute of Modern Physics, The Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000*)

3 (*CCAST (World Laboratory), Beijing 100080*)

**Abstract** Within the framework of Hartree-Fock approximation an isospin-dependent nuclear equation of state is obtained by using the extended Skyrme effective interaction. The nuclear equation of state is analyzed at different relative neutron excesses. It is found that the binding energy increases with increment of the relative neutron excess, and the nuclear matter critical temperature, saturation density and the incompressibility at saturation decrease as a function of the relative neutron excess. It is indicated that the properties at saturation as a function of relative neutron excess satisfy the parabolic law.

**Key words** isospin dependence, nuclear equation of state, parabolic law

---

Received 13 October 1998

\* Project (19609033, 19875068 and 19847002) Supported by National Natural Science Foundation of China, the Science Foundation of the Chinese Academy of Sciences and the Science Foundation of the Chinese Educational Commission