

正负电子对撞多粒子末态的动力学起伏*

刘复明 刘峰 刘连寿

(华中师范大学粒子物理研究所 武汉 430079)

摘要 运用 Jetset 产生器分别在实验室系和冲度轴坐标系中对 e^+e^- 对撞多粒子末态中阶乘矩的标度性质进行了研究. 在这两种情况下, 用各向同性的相空间分割得到的三维 $\ln F_2 \sim \ln M$ 都近似于直线, 表明 e^+e^- 对撞末态相空间中的动力学起伏近似各向同性. 在实验室系中由 p_x, p_y, p_z 的 $F_2 \sim M$ 拟合 Ochs 公式得到的三个 γ 值近似相等; 在冲度轴系中, 在 φ 方向上适当选取起始拟合点, 三个 γ 值也比较相近, 进一步肯定了这一论断. 这一结果表明, 软、硬过程动力学起伏的本质特征——各向异性或(近似)各向同性, 可以通过碰撞过程中阶乘矩标度性质的研究而揭示出来. 因此, 深入研究各种碰撞过程中阶乘矩的标度性质, 对于了解碰撞动力学的本质有重要意义.

关键词 e^+e^- 对撞 多粒子产生 软、硬过程动力学起伏 自仿射分形 赫斯特指数

1 引言

1983年 JACEE 实验结果^[1]显示出在末态相空间存在着大的局域多重数起伏. 类似的现象后来在加速器实验中也被观察到. 例如 NA22 实验^[2]中的钉子事件, 它的末态相空间中有些 $\delta_y = 0.1$ 的小元胞中多重数竟高达 10, 相当于此事件中每个元胞内平均多重数的 60 倍. 如此大的局域起伏究竟是属于统计起伏还是非统计的动力学起伏呢? Bialas 和 Peschanski^[3]建议用归一化的阶乘矩来消去统计起伏, 考察我们感兴趣的动力学起伏. 归一化阶乘矩

$$F_q = \frac{1}{M} \frac{\sum_{m=1}^M \langle n_m(n_m - 1) \cdots (n_m - q + 1) \rangle}{\langle n_m \rangle^q} \quad (1)$$

在系统存在动力学起伏时会表现出反常标度性

$$F_q(M) \propto M^\phi, \quad M \rightarrow \infty, \quad (2)$$

1998-10-14收稿

* 国家自然科学基金资助项目

称为间歇现象. (1)式中 $\langle \dots \rangle$ 表示对事件求平均. n_m 是第 m 个元胞中的多重数, M 是相空间划分成的元胞的总数.

经过最近的研究已证明, 强子-强子碰撞事件的动力学起伏是各相异性的, 只有找出

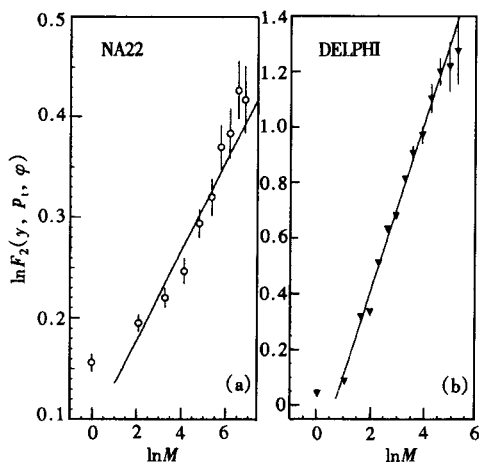


图 1 NA22(a)和DELPHI(b)实验的三维阶乘矩数据取自文献[5, 7], 直线是丢掉第一点线性拟合的结果.

相应的赫斯特指数进行自仿射分析, 才能得到三维 $\ln F_q(M) \sim \ln M$ 的线性关系^[4]. 例如, NA22 和 NA27 的实验结果^[5, 6]显示, 只有对相空间不同方向采用不同的分割方式(不同的收缩比)才可以得到高维(NA22 是三维 y, p_1, φ ; NA27 是二维 η, φ)的 $\ln F_q(M) \sim \ln M$ 是直线; 而如果对空间不同方向采用相同的分割方式(相同的收缩比), 高维的 $\ln F_q(M) \sim \ln M$ 就会向上弯. 图 1(a)上给出了一个强子-强子碰撞中各向同性地分割相空间得到的三维 $\ln F_2(M) \sim \ln M$ 向上弯的例子.

本文所要讨论的是正负电子对撞多粒子末态中的动力学起伏. 在这方面, 现有的实验文献有 DELPHI 组 $\sqrt{s} = 91\text{GeV}$ 的实验结果^[7]. 在这一实验中, 对三维 y, p_1, φ 空间

进行阶乘矩分析时采用了三个方向各向同性的相空间分割. 所得到的结果画在图 1(b)上. 除去 $M = 1$ 的点以消除动量守恒的影响^[8], 得到的 $\ln F_2(y, p_1, \varphi) \sim \ln M$ 很好地符合于一条直线. 这似乎表明, 正负电子对撞多粒子末态中的动力学起伏是各相同性的. 为了进一步考查这一结论是否正确, 用 Jetset 7.4 蒙特卡洛产生器产生了 100, 0000 个 $E_{\text{cm}} = 91.2\text{GeV}$ 的 e^+e^- 对撞事件, 进行模拟计算和分析研究.

2 实验室系中观察到的动力学起伏

此坐标系的 z 轴选在正负电子入射方向所在的直线上. 由于正负电子的动量大小相等, 方向相反, 因此这一坐标系也是质心系, 这一坐标系的坐标轴对于末态粒子动量分布不是优先方向, 没有理由将它们中的任意一个定义为“纵向”. 因此没有必要采用快度变量, 而可以直接用动量的 3 个分量 p_x, p_y, p_z 来分析其累积变量^[9]的阶乘矩.

图 2(a)中画出了三维相空间中的 $\ln F_2(p_x, p_y, p_z) \sim \ln M$. 当计算 $F_2(p_x, p_y, p_z)$ 时, 对 p_x, p_y, p_z 3 个方向采用了相同的分割方式. 由图可以看出, $\ln F_2(p_x, p_y, p_z) \sim \ln M$ 较好地符合于一条直线. 这说明, e^+e^- 对撞的动力学起伏是近似各向同性的.

图 2(b)的 3 个图中依次给出了 $F_2(p_x) \sim M, F_2(p_y) \sim M$ 和 $F_2(p_z) \sim M$. 它们符合于多维分形向低维投影时出现的饱和现象, 所以采用公式^[10, 11]

$$F_2(M) = A - BM^{-\gamma} \quad (3)$$

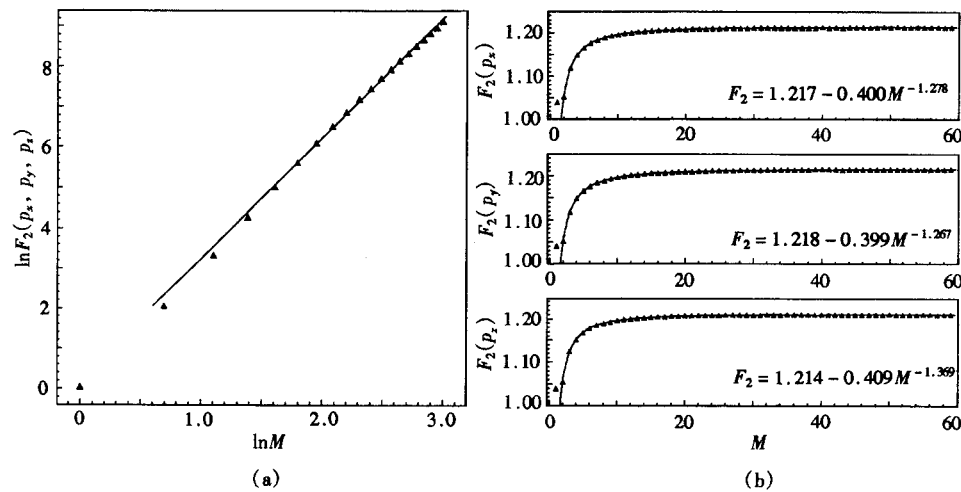


图 2 实验室系中的阶乘矩

(a) 三维, 直线是丢掉第一点的线性拟合; (b) 一维, 曲线是用式(3)的拟合, 所丢点数见表1.

对它们分别进行拟合. 拟合结果画在图 2(b)上. 拟合值列在表 1 中. 我们知道, 参数 γ 的值和不同方向上的空间分割数直接相关^[10,11]. 拟合得到的 3 个 γ 值相近(见表 1), 进一步证明动力学起伏近似地是各向同性的. 由此得到的赫斯特指数

$$H_{p_x, p_y} = \frac{1 + \gamma_{p_y}}{1 + \gamma_{p_x}} = 0.995 \pm 0.008,$$

$$H_{p_x, p_z} = \frac{1 + \gamma_{p_z}}{1 + \gamma_{p_x}} = 0.957 \pm 0.008,$$

$$H_{p_y, p_z} = \frac{1 + \gamma_{p_z}}{1 + \gamma_{p_y}} = 0.962 \pm 0.008$$

近似等于 1.

以上结果表明, 从实验室坐标系中看, e^+e^- 对撞末态相空间中的动力学起伏近似各向同性.

表1 对质心系中的一维阶乘矩用饱和公式拟合的结果

变量	A	B	γ	省略的点数
p_x	1.217 ± 0.001	0.400 ± 0.004	1.278 ± 0.010	1
p_y	1.218 ± 0.001	0.399 ± 0.004	1.267 ± 0.009	1
p_z	1.214 ± 0.001	0.409 ± 0.004	1.368 ± 0.010	1

3 冲度轴系中观察到的动力学起伏

我们感兴趣的电子正电子对撞强子末态的产生过程是: e^+e^- 对撞后湮没成虚光子或

Z^0 . 虚光子或 Z^0 首先变成一对正反夸克. 这一对正反夸克辐射胶子形成部分子簇射 (Parton shower), 最后碎裂为末态强子. 我们不能直接观察到正反夸克对和它们演化成的部分子, 但是可以通过末态强子的动量得到一些有关信息.

用公式

$$T = \max \frac{\sum_i |p_{\parallel i}|}{\sum_i |p_i|} \quad (4)$$

定义冲度, 可以得到 3 个冲度轴. 其中第一冲度轴的冲度值最大, 是虚光子最初变成的正反夸克运动方向所在直线. 第二冲度轴 (冲度值次大的轴) 和第一冲度轴所决定的平面称为“反应平面”. 对于多于两个喷注的事件, 它是原始正反夸克反射第一个硬胶子所在的平面. 第三冲度轴的冲度值最小, 是垂直于反应平面的轴.

对于每个碰撞事件, 建立一个坐标系. 这个坐标系以第一冲度轴为“纵向”, 定义快度

$$y = \ln \frac{1}{2} \frac{E + p_{\parallel}}{E - p_{\parallel}};$$

而以第二、三冲度轴所决定的平面为横向平面. 在横向平面中, 以第二、第三冲度轴方向分别作为 p_y 和 p_x 方向. 如果采用极坐标 p_t, φ , 则第三冲度轴方向 (冲度值最小的方向) 是计算方位角 φ 的起点.

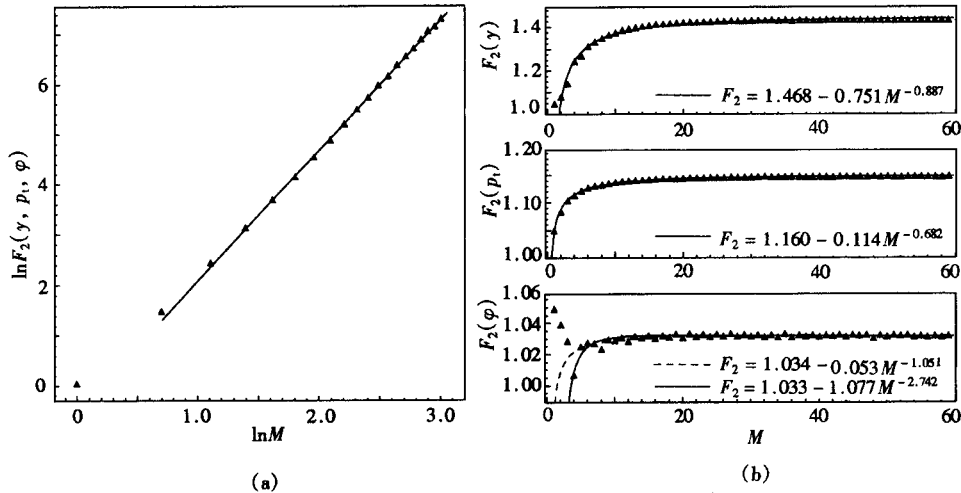


图 3 冲度轴系中的阶乘矩

(a) 三维, 直线是丢掉第一点的线性拟合; (b) 一维, 曲线是用式(3)的拟合, 所丢点数见表 2.

用新建的坐标系中的 y, p_t, φ 作为变量, 研究其累积变量的阶乘矩, 画在图 3(a) 上. 在求三维阶乘矩时, 对 y, p_t, φ 三个方向采用了相同的分割方式. 容易看出图中的 $\ln F_2(y, p_t, \varphi) \sim \ln M$ 也是较好地符合于一条直线, 再次证明 e^+e^- 对撞中的动力学起伏近似各向同性. 这与 DELPHI 组的结果^[7]一致.

图 3(b) 的三个图中依次给出了新坐标系中 $F_2(y) \sim M$, $F_2(p_t) \sim M$ 和 $F_2(\varphi) \sim M$, 以及用式 (3) 对它们进行的拟合(实线). 拟合值列在表 2 中.

表 2 对冲度轴系中的一维阶乘矩用饱和公式 (3) 拟合的结果

变量	A	B	γ	省略的点数
y	1.468 ± 0.001	0.751 ± 0.003	0.887 ± 0.004	1
p_t	1.160 ± 0.001	0.114 ± 0.001	0.682 ± 0.009	0
φ	1.033 ± 0.001	1.077 ± 0.037	2.742 ± 0.027	3
φ	1.034 ± 0.001	0.053 ± 0.005	1.051 ± 0.055	4

由表 2 可见, y 和 p_t 方向的 γ 值仍然相近, 而在 φ 方向, 如果按照通常消除动量守恒影响的方法^[5] 丢掉前三个点, 所得到的 γ 值比 γ_y, γ_{p_t} 的值大得多. 这似乎和动力学起伏的各向同性相矛盾. 为了理解出现这一矛盾的原因, 应注意建立新坐标的过程. 在这一过程中, 对于每个事件都在横向平面中作了转动, 将 y 轴人为地安放在原始正反夸克发射的第一个硬胶子所在平面, 并使 x 轴永远垂直于这一平面. 其结果, 对于任一事件, 发射第一个硬胶子的方位角都等于 90 度. 这样一来, 由于硬胶子发射所引起的 φ 方向的动力学起伏被人为地改变了, 因而使得用 (3) 式(丢掉前三个点) 拟合出的 φ 方向的 γ 值出现特异性.

人为地将发射第一个硬胶子的方位角固定在 90 度所产生的影响, 不仅表现在用 (3) 式(丢掉前三个点) 拟合得到的 γ 值大得不合理, 而且表现在所得到的参数 A, B 值不满足 Ochs 投影公式的要求. 按 Ochs 投影公式, (3) 式中的参数 A 和 B 为

$$A = \frac{\lambda - 1}{\lambda - C^{(2)}}, \quad B = \frac{C^{(2)} - 1}{\lambda - C^{(2)}}, \quad (5)$$

其中 $C^{(2)} = \langle \omega^2 \rangle / \langle \omega \rangle^2$ 是随机级联基元分割几率 ω 的归一化二阶矩. 由此有

$$A - B = 1. \quad (6)$$

过去得到的所有拟合结果, 包括文献 [5, 6] 中对强子-强子碰撞的拟合结果, 以及表 1 中电子正电子对撞在实验室系中的结果和表 2 第 1, 2 行列出的冲度轴系中变量 y 和 p_t 的结果, 都近似地满足这一条件. 然而, 冲度轴系中变量 φ (丢掉前三个点) 的结果: $A = 1.033 \pm 0.001$, $B = 1.077 \pm 0.037$ 完全违反了这一条件. 这样的一组参数值(表 2 的第三行)完全没有意义. 因此, 其中的 γ 值和 y, p_t 的 γ 值相差很远并不表明动力学起伏不是各向同性.

人为地将 y 轴安放在原始正反夸克发射的第一个硬胶子所在平面, 并使 x 轴永远垂直于这一平面, 所选成的影响在 φ 的整个区间 $[0, 2\pi]$ 被等分为 4 时表现最为突出. 因此, 在 $F_2(\varphi) \sim M$ 中丢掉前四个点, 重新进行拟合. 结果列在表 2 的第四行(图 3(b) 中的虚线). 可以看到, 条件 (6) 近似地满足, 且 γ 值明显地向 y, p_t 的 γ 值靠近.

用表 2 的第 1, 2, 4 行中的 $\gamma_y, \gamma_{p_t}, \gamma_\varphi$ 得到的赫斯特指数如下:

$$H_{y, p_t} = 0.891 \pm 0.007, \quad H_{y, \varphi} = 0.920 \pm 0.027, \quad H_{p_t, \varphi} = 0.820 \pm 0.027.$$

它们和 1 比较相近.

4 讨论

本文运用 Jetset 产生器产生了 100,0000 个 e^+e^- 对撞事件,并在实验室系中运用 p_x, p_y, p_z 的累积变量和冲度轴坐标系中运用 y, p_t, φ 的累积变量作了一维和三维的二阶阶乘矩分析.

在这两种情况下,用各向同性的相空间分割得到的三维 $\ln F_2 \sim \ln M$ 都近似于直线,表明 e^+e^- 对撞末态相空间中的动力学起伏近似各向同性.

在实验室系中由 p_x, p_y, p_z 的 $F_2 \sim M$ 拟合 Ochs 公式得到的 3 个 γ 值近似相等,进一步肯定了这一论断. 在冲度轴系中,丢掉前 3 个点得到的 γ_φ 和 γ_y, γ_{p_t} 相差很大是由于在每个事件中选定坐标系时,在横向平面中作了转动,使得发射第一个硬胶子的方位角固定在 90 度,从而人为地改变了由硬胶子发射所引起的 φ 方向的动力学起伏. 丢掉第四个点以减小这一影响,可以使 3 个 γ 值变得比较相近,从而支持了 e^+e^- 对撞末态相空间中的动力学起伏近似各向同性的结论.

从物理上看, e^+e^- 对撞经历了部分子簇射和强子化两个过程. 部分子簇射是一个二体分叉过程. 它产生各向同性的自相似分形是容易理解的. 对于强子化过程,目前还缺乏深入了解. 从强子-强子碰撞中存在各向异性的自仿射分形来看,强子化过程中很可能包含各向异性的动力学起伏. 但是,部分子簇射所产生的各个部分子分别指向不同的方向,它们的强子化过程中的动力学起伏分别在不同方向上各向异性. 从整个事件看,这些各向异性相互抵消,使得整体上的动力学起伏呈现为近似各向同性.

5 结论

质心能量 $\sqrt{s} = 22, 27\text{GeV}$ 的强子-强子碰撞是典型的软过程. 已经证明,这种过程中的动力学起伏各向异性(自仿射分形)^[5,6]. 电子-正电子对撞的基本过程是硬过程——部分子簇射,它具有各向同性的动力学起伏性质. 由簇射产生的部分子指向不同方向,它们的强子化过程中所包含的动力学起伏的各向异性相互抵消,使得整体上的动力学起伏呈现为近似各向同性.

各向异性和(近似)各向同性是软、硬过程动力学起伏的本质特征. 我们看到,它可以通过对碰撞过程中阶乘矩标度性质的研究而揭示出来. 因此,深入研究各种碰撞过程中阶乘矩的标度性质,对于了解碰撞动力学的本质有重要意义.

作者感谢 W. Kittel 和张阳的有益的讨论.

参 考 文 献

- 1 Burnett T H et al (JACEE). Phys. Rev. Lett., 1983, **50**:2062—2065
- 2 Adamus M et al (NA22). Phys. Lett., 1987, **B185**:200—204
- 3 Bialas A, Peschanski R. Nucl. Phys., 1986, **B273**:703—718; 1988, **B308**:857—867
- 4 Wu Yuanfang, Liu Lianshou. Phys. Rev. Lett., 1993, **70**:3197—3200

- 5 Agababyan N M et al (NA22). Phys. Lett., 1995, **B382**:305—311; 1998, **B431**:451—458
- 6 Wang S, Wang Z, Wu C. Phys. Lett., 1997, **B410**:323—326
- 7 Abreu P et al (DELPHI). Nucl. Phys., 1992, **B386**:471—492
- 8 Zhang Yang, Deng Yue, Liu Lianshou. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1997, **21**:130—137
(张阳, 邓越, 刘连寿. 高能物理与核物理, 1997, **21**:130—137)
- 9 Bialas A, Gazdzicki M. Phys. Lett., 1990, **B252**:483—486
- 10 Ochs W. Phys. Lett., 1990, **B247**:101—106
- 11 Wu Yuanfang, Liu Lianshou. Science in China, 1995, **A38**:435—455

On the Dynamical Fluctuations in the Multiparticle Final States of e^+e^- Collisions *

Liu Fuming Liu Feng Liu Lianshou

(Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430079)

Abstract The scaling property of factorial moments in the multiparticle final-states of e^+e^- collisions is studied in both the laboratory and the thrust-axis coordinate systems by using the Jetset generator. It turns out that in both of the two cases, the 3-dimensional $\ln F_2 \sim \ln M$ are approximately straight lines when the phase space are divided isotropically in different directions, showing that the dynamical fluctuations in the multiparticle final-state of e^+e^- collisions are approximately isotropic. In the lab system, the three γ parameters obtained by fitting $F_2 \sim M$ of p_x , p_y , p_z to Ochs formula respectively are approximately equal. In the thrust system, the three γ values obtained by fitting $F_2(y) \sim M$, $F_2(p_t) \sim M$ and $F_2(\varphi) \sim M$ are also close to each other provided the starting point in fitting $F_2(\varphi) \sim M$ is chosen appropriately. All of these provide further evidence for the above assertion. Our results show that the essential feature, i.e. anisotropy of (approximate) isotropy, of the dynamical fluctuations in soft and hard processes can be revealed by studying the scaling property of factorial moments in the collisions. Therefore, further investigation of the scaling properties of factorial moments in various kinds of collision processes is significant for the understanding of the essential characteristics of collision dynamics.

Key words e^+e^- collision, multiparticle production, dynamical fluctuation of soft and hard processes, self-affine fractal, Hurst exponent

Received 14 October 1998

* Project Supported by National Natural Science Foundation of China