

2+1 维 $SU(2)$ 格点规范场胶球质量及 胶球波函数的收敛行为

惠 萍

(广东教育学院物理系 广州 510303)

摘要 采用截断本征方程的方法研究 2+1 维 $SU(2)$ 格点规范场的胶球质量及胶球波函数. 计算结果表明: 五阶胶球质量 $\Delta m / e^2$ 与五阶真空波函数的 μ_0 一样没有表现出良好的收敛行为, 在 $1/g^2 > 0.8$ 区间, 胶球质量逐渐下降; 胶球波函数 μ_0^F 和 μ_2^F 在 $1/g^2 > 0.8$ 时, 趋于平稳, 有较好的标度行为.

关键词 格点规范理论 胶球质量 胶球波函数

1 引言

胶球质量的计算一直是人们关注的重要课题之一. 近年来理论和实验研究都取得许多有意义的结果, 但仍然没有肯定的答案. 文献 [1] 发展了一种保持连续性极限的格点规范场的本征方程的截断方法, 用这种方法计算出的 (2+1) 维 $SU(2)$ 和 $SU(3)$ 低价格点规范场的真空波函数和胶球质量都取得很大成功^[1,2,6-10]. 例如, 计算出的 (2+1) 维 $SU(2)$ 三阶真空波函数的 μ_0 和 μ_2 及胶球质量 $\Delta m / e^2$ 表现出良好的标度行为, 预计更高阶计算结果应显示更好的标度行为. 但在对 (2+1) 维 $SU(2)$ 格点规范场的四阶计算中, 我们发现, 真空波函数 μ_0 的收敛行为不如三阶结果, 而胶球质量仍有良好的标度行为^[2,4,6]. 这说明同一阶的胶球质量的收敛行为与真空波函数的收敛行为不一定一致. 五阶计算极为复杂, 其结果对我们判断此截断方法的收敛性极为重要. 五阶真空波函数的计算结果^[5] 表明, μ_0 的收敛性不能令人满意, 而 μ_2 的五阶结果与三阶和四阶计算结果相差不多. 但根据五阶真空波函数的收敛行为仍无法判断胶球质量和胶球波函数的收敛行为. 本文计算出的胶球质量和胶球波函数展示了 (2+1) 维 $SU(2)$ 五阶计算结果更多的信息, 对于是否能把这种方法推广到高阶 (3+1) 维 $SU(3)$ 的实际物理中有重要参考价值. 又因为胶球半径是固定的物理量, 为了进行有效的计算, 需要采用高阶图 (即较大尺寸的大方块) 才能填满胶球所占据的空间. 这是我们努力把计算推向高阶的另一个主要原因. 另外, 在四阶真空波函数的计算中, 利用么模条件可使连接图与不连接图相互合理的交换, 采用连接图可使 μ_0 的计算结果的

算胶球质量和胶球波函数的独立方程 388 条, 这 388 条方程对胶球波函数的计算都有贡献, 其中包含重叠图的方程 (174 条) 对胶球质量的计算有贡献. 在 388 个变量中, 有 13 个变量 $Q(1) \cdots Q(13)$ 做为数值计算的独立变量, 其余 375 个变量可通过独立方程表示为这 13 个独立变量的函数 (附录列出 13 个主要的方程, 其余 375 条方程没有列出). 计算所有图的连续极限得到胶球波函数长波展开系数 μ_0^F 和 μ_2^F 的公式 (略).

3 计算结果及讨论

采用分立图方式计算出五阶胶球质量如图 2 所示, 五阶胶球质量 $\Delta m / e^2$ 在 $1/g^2 > 0.8$ 时开始逐渐下降, 在 $1/g^2 < 0.8$ 时, 三阶、四阶和五阶图的胶球质量相差不多. 由此看到, 五阶胶球质量在 $1/g^2 > 0.8$ 时同真空波函数的 μ_0 一样没有表现出良好的收敛行为.

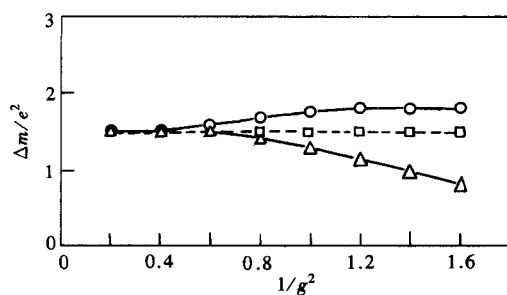


图 2 三至五阶胶球质量 $\Delta m / e^2$
---□--- 三阶, —○— 四阶, —△— 五阶.

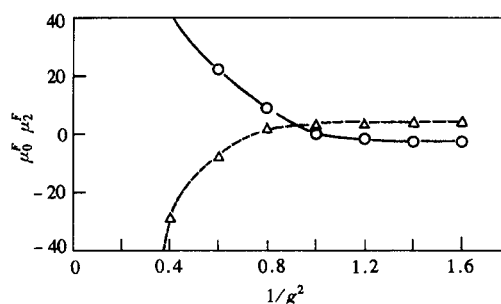


图 3 五阶胶球波函数 μ_0^F 和 μ_2^F
—○— μ_0^F , —△— μ_2^F .

胶球波函数的计算结果如图 3 所示, 当 $1/g^2 > 0.8$ 时, μ_0^F 和 μ_2^F 趋于平稳, 表现出较好的标度行为. 至于六级真空波函数及胶球质量的近似计算能否得到良好的收敛行为目前还没有明确的结论. 初步看到此截断方式用在更高阶的真空波函数及胶球质量所得到的计算可能不收敛.

感谢中山大学陈启洲教授的有益讨论.

参 考 文 献

- 1 Guo Shouhong, Chen Qizhou, Li Lei. Phys. Rev., 1994, **D49**(1): 507—510
- 2 Chen Qizhou, Guo Shouhong, Zheng Weihong et al. Phys. Rev., 1994, **D50**(5): 3564—3565
- 3 Hui Ping, Chen Qizhou. High Energy Physics and Nuclear Physics (in Chinese), 1995, **19**(9): 820—825
(惠萍, 陈启洲. 高能物理与核物理, 1995, **19**(9): 820—825)
- 4 Hui Ping, Cai Pengfei, Chen Qizhou. High Energy Physics and Nuclear Physics (in Chinese), 1996, **20**(1): 55—60
(惠萍, 蔡鹏飞, 陈启洲. 高能物理与核物理, 1996, **20**(1): 55—60)
- 5 Hui Ping. High Energy Physics and Nuclear Physics (in Chinese), 1998, **22**(4): 322—325
(惠萍. 高能物理与核物理, 1998, **22**(4): 322—325)
- 6 Chen Q Z, Cai P F, Fang X Y et al. Commun. Theor. Phys., 1997, **27**: 337—342

- 7 Chen, Qizhou, Luo Xiangqian, Cuo Shuohong. Physics Letters, 1995, **B341**:349—354
- 8 Guo Shuohong, Chen Qizhou, Fang Xiyang et al. Nuclear Physics, 1996, **B(Proc. Suppl.)47**:827—830
- 9 Chen Qizhou, Guo Shuohong, Luo Xiangqian et al. Nuclear Physics, 1996, **B(Proc. Suppl.)47**:274—277
- 10 Luo Xiangqian, Chen Qizhou, Gai Pengfei et al. Commun. Theor. Phys., 1998, **29**:595—600

附录

由方程(5)的计算所得到的 388 条方程中的 13 条主要方程

$$3 - Q(4) - 3Q(9) - 24Q(10) - 8Q(13) - X(4)(6Q(1) + 16Q(2) + 16Q(3)) - (6X(1) + 16X(2) + 16X(3)) - 5M_{103} - 4M_{106} - 5M_{160} - 4M_{163} - 12M_{234} - 8M_{263} - 12M_{293} - 8M_{298} - 12M_{300} - X(4)(8H_{04} + 16H_{05} + 16H_{06} + 8H_{07}) - (8H_4 + 16H_5 + 16H_6 + 8H_7) - X(1)(5Q(5) + 5Q(6) + 6Q(7) + 6Q(8) + 6Q(9)) - Q(1)(5X(5) + 5X(6) + 6X(7) + 6X(8) + 6X(9)) = 0$$

$$9Q(1) / 2 - Q(3) - 4X(4) - X(4)(6Q(5) + 6Q(6) + 8Q(7) + 8Q(8) + 8Q(9)) - (6X(5) + 6X(6) + 8X(7) + 8X(8) + 8X(9)) - 3A_{08} - 3D_{04} - 8E_{08} - 8F_{06} - 8G_{01} - Q(4)Q(1) = 0$$

$$8Q(2) + 2X(4) - X(4)(3Q(9) + 24Q(10) + 8Q(13)) - (3X(9) + 24X(10) + 8X(13)) - 3X(1)Q(3) - 3Q(1)X(3) - 32X(2)Q(2) - 8X(3)Q(3) - 6G_{00} - 48G_{03} - 16H_{03} - Q(4)Q(2) = 0$$

$$13Q(3) / 2 + 2X(4) - 2X(4)(3Q(7) / 2 + 3Q(9) / 2 + 8Q(11) + 8Q(12) + 8Q(13)) - 2(3X(7) / 2 + 3X(9) / 2 + 8X(11) + 8X(12) + 8X(13)) - 3Q(8)X(4) - 3X(8) - 12X(1)Q(2) - 12Q(1)X(2) - 32X(2)Q(3) - 32Q(2)X(3) - 3E_{09} - 3F_{08} - 6G_{01} - 24G_{02} - 8G_{08} - 8H_{02} = 0$$

$$6Q(5) - Q(7) - 4X(1) - 4Q(1)X(4) - 3M_{25} - 8M_{35} - 3M_{50} - 8M_{51} - 3M_{77} - 8M_{81} - 2M_{95} - 8M_{96} + 3M_{99} - 2M_{101} - 8M_{105} - 8M_{109} + X(4)(-3A_{00} - 8A_{01} - 6A_{02} - 8A_{03} - 6A_{04} - 8A_{05} - 8A_{06} - 8A_{07} - 8A_{08} - 8A_{09} - 4H_{04}) + (-3A_0 - 8A_1 - 6A_2 - 8A_3 - 6A_4 - 8A_5 - 8A_6 - 8A_7 - 8A_8 - 8A_9 - 4H_4) + 3X(1)Q(5) + 3Q(1)X(5) = 0$$

$$6Q(6) - Q(8) - 2X(4)Q(1) - 2X(1) - 3M_{19} - 3M_{76} - 3M_{114} - 8M_{118} - 8M_{132} - 8M_{153} - 8M_{162} - 4M_{165} - 8M_{166} + X(4)(-3A_{00} - 3A_{04} - 6D_{00} - 8D_{01} - 8D_{02} - 8D_{03} - 8D_{04} - 8D_{05} - 4H_{07}) + (-3A_0 - 3A_4 - 6D_0 - 8D_1 - 8D_2 - 8D_3 - 8D_4 - 8D_5 - 4H_7) - Q(4)Q(6) = 0$$

$$8Q(7) + 2X(4)Q(1) + 2X(1) - 4X(4)Q(3) - 4X(3) - 2Q(11) - 3M_{70} - 3M_{93} - 2M_{99} - 3M_{100} - 6M_{105} - 3M_{150} - 3M_{158} - 3M_{172} - 8M_{182} - 3M_{200} - 8M_{209} - 3M_{217} - 8M_{221} - 6M_{226} - 8M_{227} - 8M_{240} - 8M_{247} - 8M_{250} - 8M_{253} - 24M_{262} - 8M_{265} + X(4)(-3A_{03} - 3A_{05} - 6A_{07} - 3A_{08} - 3D_{02} - 6D_{03} - 6D_{06} - 8D_{07} - 3D_{08} - 8D_{09} - 12E_{00} - 16E_{01} - 6E_{02} - 8E_{03} - 8E_{04} - 16E_{05} - 16E_{06} - 8E_{07} - 16E_{08} - 8E_{09} - 4H_{06}) + (-3A_3 - 3A_5 - 6A_7 - 3A_8 - 3D_2 - 6D_3 - 6D_6 - 8D_7 - 3D_8 - 8D_9 - 12E_0 - 16E_1 - 6E_2 - 8E_3 - 8E_4 - 16E_5 - 16E_6 - 8E_7 - 16E_8 - 8E_9 - 4H_6) + X(1)(-2Q(5) - 3Q(7) / 2 - 3Q(9)) + Q(1)(-2X(5) - 3X(7) / 2 - 3X(9)) + X(2)(-12Q(5) - 16Q(7)) + Q(2)(-12X(5) - 16X(7)) + X(3)(-3Q(5) - 4Q(7) - 8Q(9)) + Q(3)(-3X(5) - 4X(7) - 8X(9)) - Q(4)Q(7) = 0$$

$$8Q(8) - 2Q(12) + X(4)Q(1) + X(1) - 2X(4)Q(3) - 2X(3) - 3M_{46} - 3M_{90} - 3M_{130} - 6M_{162} + 2M_{165} - 3M_{201} - 8M_{239} - 8M_{252} - 8M_{270} - 3M_{278} - 8M_{283} - 8M_{289} - 8M_{295} - 24M_{296} - 8M_{299} + X(4)(-3A_{01} - 3A_{05} - 3D_{01} - 3D_{04} - 3D_{08} - 8E_{04} - 8E_{07} - 8F_{01} - 6F_{02} - 8F_{03} - 8F_{05} - 16F_{06} - 16F_{07} - 8F_{08} - 2H_{05} + 2H_{07}) + (-3A_1 - 3A_5 - 3D_1 - 3D_4 - 3D_8 - 8E_4 - 8E_7 - 8F_1 - 6F_2 - 8F_3 - 8F_5 - 16F_6 - 16F_7 - 8F_8 - 2H_5 + 2H_7) - 3X(1)Q(9) / 2 - 3Q(1)X(9) / 2 - 12X(2)Q(6) - 12Q(2)X(6) - 16X(2)Q(8) - 16Q(2)X(8) -$$

$$4X(3)Q(9) - 4Q(3)X(9) - Q(4)Q(8) = 0$$

$$\begin{aligned} & 9Q(9) - 2Q(13) + 3X(4)Q(1) + 3X(1) - 8X(4)Q(2) - 8X(2) - 2X(4)Q(3) - 2X(3) - 3M_{104} - 6M_{107} - \\ & 3M_{161} - 6M_{164} - 3M_{225} - 8M_{228} - 8M_{264} - 8M_{290} - 8M_{296} - 6M_{300} - 8M_{301} - 24M_{302} + X(4)(-3A_{08} - \\ & 6A_{09} - 3D_{04} - 6D_{05} - 6E_{02} - 8E_{03} - 8E_{09} - 8F_{05} - 8F_{08} - 12F_{09} - 16G_{00} - 16G_{01}) + (-3A_8 - 6A_9 - 3D_4 - \\ & 6D_5 - 6E_2 - 8E_3 - 8E_9 - 8F_5 - 8E_8 - 12F_9 - 16G_0 - 16G_1) + 3X(1)(-Q(7) - Q(8) - Q(9)) / 2 + \\ & 3Q(1)(-X(7) - X(8) - X(9)) / 2 - 16X(2)Q(9) - 16Q(2)X(9) + X(3)(-3Q(5) - 3Q(6) - 4Q(7) - 4Q(8) - \\ & 4Q(9)) + Q(3)(-3X(5) - 3X(6) - 4X(7) - 4X(8) - 4X(9)) - Q(4)Q(9) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 15Q(10) + 4X(4)Q(2) + 4X(2) - 3M_{301} - 8M_{307} - 80M_{309} + X(4)(-3G_{01} - 8G_{02} - 32G_{03}) + (-3G_1 - \\ & 8G_2 - 32G_3) - 3X(1)Q(13) / 2 - 3Q(1)X(13) / 2 - 48X(2)Q(10) - 48Q(2)X(10) - X(3)(3Q(9) / 2 + \\ & 4Q(13)) - Q(4)Q(10) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 10Q(11) + 2X(4)Q(3) + 2X(3) - 3M_{190} - 2M_{219} - 3M_{220} - 2M_{226} - 6M_{227} - 3M_{246} - 6M_{265} - 3M_{276} - \\ & 24M_{303} - 24M_{306} - 8M_{319} - 8M_{325} - 8M_{326} - 8M_{330} + X(4)(-3D_{07} - 6E_{01} - 3E_{03} - 3E_{04} - 3E_{09} - 3F_{01} - \\ & 8G_{04} - 16G_{05} - 16G_{06} - 32G_{07} - 16G_{08} - 16G_{09} + 2H_{06}) + (-3D_7 - 6E_1 - 3E_3 - 3E_4 - 3E_9 - 3F_1 - \\ & 8G_4 - 16G_5 - 16G_6 - 32G_7 - 16G_8 - 16G_9 + 2H_6) - X(1)(Q(7) + 2Q(9) + 3Q(11) + 6Q(13)) - Q(1)(X(7) + \\ & 2X(9) + 3X(11) + 6X(13)) - X(2)(12Q(7) + 48Q(11)) - Q(2)(12X(7) + 48X(11)) - X(3)(3Q(7) / 2 + \\ & 2Q(9) + 8Q(11) + 16Q(13)) - Q(4)Q(11) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 10Q(12) + X(4)Q(3) + X(3) - 2M_{165} - 3M_{216} - 3M_{249} - 3M_{287} - 8M_{289} - 6M_{299} - 24M_{304} - 24M_{308} - \\ & 8M_{314} - 8M_{329} - 8M_{335} + X(4)(-3D_{09} - 3E_{05} - 3F_{03} - 4F_{05} - 3F_{08} - 2G_{01} - 8G_{04} - 8G_{09} - 16H_{00} - \\ & 16H_{01} - 16H_{02} + H_{05} - H_{07}) + (-3D_9 - 3E_5 - 3F_3 - 4F_5 - 3F_8 - 2G_1 - 8G_4 - 8G_9 - 16H_0 - 16H_1 - 16H_2 + \\ & H_5 - H_7) + X(1)Q(9) / 4 - 3Q(13)) + Q(1)(X(9) / 4 - 3X(13)) - X(2)(14Q(8) + 48Q(12)) - Q(2)(14X(8) + \\ & 48X(12)) - X(3)(2Q(9) + 8Q(13)) - Q(3)(2X(9) + 8X(13)) - Q(4)Q(12) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 12Q(13) + 4X(4)Q(2) + 4X(2) + 5X(4)Q(3) + 5X(3) - 3M_{235} - 3M_{264} - 3M_{294} - 3M_{297} - 6M_{301} - \\ & 9M_{302} - 48M_{305} - 24M_{307} - 8M_{327} - 16M_{331} - 8M_{336} - 16M_{337} - X(4)(3E_{03} + 3E_{08} + 3F_{05} + 3F_{06} + 6G_{00} + \\ & 3G_{01} + 24G_{02} + 16G_{06} + 8G_{08} + 16H_{01} + 8H_{02} + 32H_{03}) - (3E_3 + 3E_8 + 3F_5 + 3F_6 + 6G_0 + 3G_1 + 24G_2 + \\ & 16G_6 + 8G_8 + 16H_1 + 8H_2 + 32H_3) - X(1)(18Q(10) + 3Q(11) + 3Q(12) + 3Q(13)) - Q(1)(18X(10) + \\ & 3X(11) + 3X(12) + 3X(13)) - X(2)(12Q(9) + 48Q(13)) - Q(2)(12X(9) + 48X(13)) - X(3)(3Q(7) / 2 + \\ & 3Q(8) / 2 + 3Q(9) / 2 + 48Q(10) + 8Q(11) + 8Q(12) + 8Q(13)) - Q(3)(3X(7) / 2 + 3X(8) / 2 + 3X(9) / 2 + \\ & 48X(10) + 8X(11) + 8X(12) + 8X(13)) - Q(4)Q(13) = 0 \end{aligned}$$

Convergent Behavior of (2 + 1)-D $SU(2)$ Glueball Mass and Glueball Wavefunction

Hui Ping

(*Department of Physics, Guangdong Education College, Guangzhou 510303*)

Abstract The method of truncating eigenvalue equations is used to study glueball mass and glueball wavefunction. The results of calculation are (1) the fifth order glueball mass shows no good convergent behavior as μ_0 of fifth-order vacuum wavefunction. At region $1/g^2 > 0.8$, the glueball mass descends gradully. (2) At region $1/g^2 > 0.8$, the gluball wave function μ_0^F, μ_2^F become steady, and shows good scaling.

Key words lattice gauge theory, glueball mass, glueball wavefunction