

# 相对论重离子碰撞中背景的选取对 $2\pi$ 干涉学分析的影响

陈小凡 陈志来

(哈尔滨工业大学应用物理系 哈尔滨 150006)

**摘要** 用小相对动量区域  $2\pi$  干涉学分析方法,研究了相对论重离子碰撞中背景的选取对  $2\pi$  干涉学分析所得  $\pi$  源参数的影响,得到了在不同背景下  $2\pi$  干涉学分析所得  $\pi$  源参数之间的解析关系,与相对论重离子中心碰撞  $1.8A$  GeV Ar + Pb 的实验结果进行了对比.

**关键词** 重离子碰撞  $2\pi$  干涉学  $\pi$  源

## 1 引言

$2\pi$  干涉学是强度干涉学的一个分支<sup>[1-8]</sup>. 通过两个全同  $\pi$  介子间的玻色——爱因斯坦关联的研究,  $2\pi$  干涉学可以被用来获得高能重离子碰撞和基本粒子碰撞产生的  $\pi$  源的时空结构和相干程度、 $\pi$  源的膨胀、碰撞区域的核媒质相变,以及有关的动力学信息<sup>[1-8]</sup>. 实验上在用  $2\pi$  干涉学分析时,需要选取非关联  $\pi$  对(即背景)和关联  $\pi$  对,通过关联  $\pi$  对数和非关联  $\pi$  对数之比得到关联函数,拟合这一关联函数便可以得到  $\pi$  源的参数<sup>[1-8]</sup>. 研究表明,关联  $\pi$  对的不同选取方法会对  $2\pi$  干涉学分析所得  $\pi$  源参数产生影响<sup>[2,3]</sup>.

用小相对动量区域  $2\pi$  干涉学方法<sup>[1,2]</sup>,研究了相对论重离子碰撞中背景的选取对  $2\pi$  干涉学分析所得  $\pi$  源参数的影响,得到了在不同背景下,  $2\pi$  干涉学分析所得  $\pi$  源参数之间的解析关系,并与相对论重离子中心碰撞  $1.8A$  GeV Ar + Pb 的实验结果进行了对比. 因  $\pi$  源寿命不是  $2\pi$  干涉学分析的敏感参量,本文只讨论源的空间分布<sup>[8]</sup>.

## 2 理想背景下 $2\pi$ 事件的 $2\pi$ 关联函数

在  $2\pi$  干涉学分析中,所谓理想背景是指非关联  $\pi$  对中的  $\pi$  介子取自不同的单  $\pi$  事件. 设  $\pi$  源密度分布为  $\rho(\mathbf{r})$ , 则理想背景下  $2\pi$  事件的  $2\pi$  关联函数为<sup>[1-8]</sup>:

$$C_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \frac{P_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)}{P(\mathbf{p}_1)P(\mathbf{p}_2)} = 1 + \lambda |\bar{\rho}(\mathbf{q})|^2, \quad (1)$$

式中,  $P_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$  代表  $\pi$  对具有动量  $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$  时的几率,  $P(\mathbf{p})$  为单  $\pi$  事件中  $\pi$  介子动量分布几率,  $\mathbf{q} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$ ;  $\lambda$  为  $2\pi$  关联因子, 对混沌源  $\lambda$  的值为 1, 对完全相干源  $\lambda$  的值为 0.  $\tilde{\rho}(\mathbf{q})$  为  $\rho(\mathbf{r})$  的傅里叶变换:

$$\tilde{\rho}(\mathbf{q}) = \int \rho(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}, \quad (2)$$

当  $\pi$  源为高斯分布时:

$$\rho(\mathbf{r}) = [\exp(-r^2 / R^2)] / \pi^{3/2} R^3, \quad (3)$$

$\tilde{\rho}(\mathbf{q})$  为:

$$\tilde{\rho}(\mathbf{q}) = \exp(-q^2 R^2 / 4), \quad (4)$$

将(4)式代入(1)式得  $\pi$  源为高斯分布时, 理想背景下的  $2\pi$  事件的  $2\pi$  关联函数为:

$$C_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = 1 + \lambda \exp(-q^2 R^2 / 2), \quad (5)$$

通过拟合(5)式,  $2\pi$  干涉学可以用来获得  $\pi$  源的空间参数  $R$  和  $2\pi$  关联因子  $\lambda$ .

在小相对动量区域, 准确至  $q^2$  项, (5)式可以写为<sup>[1,2]</sup>:

$$C_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = 1 + \lambda - \frac{1}{2} \lambda q^2 R^2, \quad (6)$$

### 3 非理想背景下 $2\pi$ 事件的 $2\pi$ 关联函数

在  $2\pi$  干涉学分析中, 所谓非理想背景, 是指非关联  $\pi$  对中的每个  $\pi$  介子取自两个多重数相同的不同多  $\pi$  (这里指  $2\pi$  以上) 事件. 本文仅研究非关联  $\pi$  对中的  $\pi$  介子取自不同  $2\pi$  事件这种非理想背景.

研究表明, 在  $3\pi$  事件中, 受玻色——爱因斯坦关联的影响, 其中两个  $\pi$  介子动量分布  $P_{2/3}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$  与  $2\pi$  事件两个  $\pi$  介子的动量分布  $P_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$  是不同的<sup>[2,3]</sup>. 正是由于这种不同, 才导致了关联  $\pi$  对的不同选取方法, 会使  $2\pi$  干涉学分析所得到的  $\pi$  源参数有所不同<sup>[2,3]</sup>. 同样, 受  $\pi$  介子间玻色——爱因斯坦关联的影响, 在  $2\pi$  事件中, 其中一个  $\pi$  介子的动量分布为  $P_{1/2}(\mathbf{p})$ . 为了得到  $P_{1/2}(\mathbf{p})$ , 注意到  $P_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$  代表  $2\pi$  事件中  $\pi$  对具有  $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$  时的几率, 那么对其中一个  $\pi$  介子动量进行积分, 就得到了  $P_{1/2}(\mathbf{p})$ , 即:

$$P_{1/2}(\mathbf{p}) = \int P_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) d\mathbf{p}_1, \quad (7)$$

由(1)式:

$$P_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) = P(\mathbf{p}) P(\mathbf{p}_1) C_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1), \quad (8)$$

而:

$$P(\mathbf{p}) = [\exp(-p^2 / 2mT)] / (2\pi mT)^{3/2}, \quad (9)$$

(9)式中  $m$  为  $\pi$  介子质量,  $T$  为  $\pi$  源温度. 当  $\pi$  源密度分布为高斯分布时, 将(9)式代入(8)

式, 则由 (5) 式和 (7) 式得:

$$P_{1/2}(p) = P(p) \{1 + B \exp(-P^2 R^2 / 2b)\}, \quad (10)$$

式中:

$$B = \lambda / (1 + 2mTR^2)^{3/2}, \quad (11)$$

$$b = 1 + mTR^2, \quad (12)$$

而非理想背景下  $2\pi$  事件的  $2\pi$  关联函数为  $C_{2i}(p_1, p_2)$ :

$$C_{2i}(p_1, p_2) = \frac{P_2(p_1, p_2)}{P_{1/2}(p_1) P_{1/2}(p_2)}, \quad (13)$$

当  $\pi$  源密度为高斯分布时, 由 (10), (8) 及 (5) 式得:

$$C_{2i}(p_1, p_2) = [1 + \lambda \exp(-q^2 R^2 / 2)] / D, \quad (14)$$

式中  $D$  为:

$$D = 1 + B \exp\left(-\frac{p_1^2 R^2}{2b}\right) + B \exp\left(-\frac{p_2^2 R^2}{2b}\right) + B^2 \exp\left[-\frac{(p_1^2 + p_2^2)}{2b} R^2\right], \quad (15)$$

由:

$$p_1 = q + p_2, \quad (16)$$

则:

$$p_1^2 = q^2 + 2q \cdot p_2 + p_2^2, \quad (17)$$

将 (16) 和 (17) 式代入 (15) 式可以看出,  $C_{2i}(p_1, p_2)$  不仅与  $q$  有关, 而且与  $p_2$  及  $q$  和  $p_2$  的夹角有关, 这是  $C_{2i}(p_1, p_2)$  与  $C_2(p_1, p_2)$  的区别. 将 (16) 和 (17) 式代入 (15) 式并就式中有关  $p_2$  的量对  $p_2$  求平均得:

$$\begin{aligned} \bar{D} &= \int D p(p_2) dp_2 = \\ &1 + \frac{\lambda}{g^{3/2}} + \frac{\lambda}{g^{3/2}} \exp(-q^2 R^2 / 2g) + \\ &\lambda^2 \left(\frac{1}{bf}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{q^2 R^2 g}{2bf}\right), \end{aligned} \quad (18)$$

式中:

$$g = 1 + 2mTR^2, \quad (19)$$

$$f = 1 + 3mTR^2, \quad (20)$$

在小相对动量区域,  $\bar{D}$  为:

$$\bar{D} = 1 + (2\lambda / g^{3/2}) + (\lambda^2 / (bf)^{3/2}) - \frac{q^2 R^2}{2} \left( \frac{\lambda}{g^{5/2}} + \lambda^2 \frac{g}{(bf)^{5/2}} \right), \quad (21)$$

$$\text{故: } \frac{1}{D} = 1 + (2\lambda / g^{3/2}) + (\lambda^2 / (bf)^{3/2}) + \frac{q^2 R^2}{2} \left[ \frac{\lambda}{g^{5/2}} + \lambda^2 \frac{g}{(bf)^{5/2}} \right], \quad (22)$$

由此, 在小相对动量区域, 非理想背景下  $2\pi$  事件的  $2\pi$  关联函数  $C_{2i}(p_1, p_2)$  为:

$$C_{2i}(p_1, p_2) = (1 + \lambda) \left[ 1 + (2\lambda / g^{3/2}) + (\lambda^2 / (bf)^{3/2}) \right] - \frac{q^2 R^2}{2} \lambda \left[ 1 - \frac{1}{g^{5/2}} - \frac{\lambda^2 g}{(bf)^{5/2}} \right], \quad (23)$$

#### 4 理想背景和非理想背景下 $2\pi$ 干涉学分析所得 $\pi$ 源参数之间的关系

对非理想背景, 在小相对动量区域,  $C_{2i}(p_1, p_2)$  还可以写为<sup>[1,2]</sup>:

$$C_{2i}(p_1, p_2) = 1 + \lambda_{2i} - \frac{1}{2} \lambda_{2i} q^2 R_{2i}^2, \quad (24)$$

$\lambda_{2i}$  和  $R_{2i}$  为非理想背景下  $2\pi$  干涉学分析得到的  $\pi$  源的  $2\pi$  关联因子和空间参数. 对比 (24) 和 (23) 式, 得非理想背景与理想背景下  $2\pi$  干涉学分析得到的  $\pi$  源参数之间的关系:

$$\lambda_{2i} = \lambda + \Delta_\lambda, \quad (25)$$

$$\Delta_\lambda = \lambda(1 + \lambda) \left[ \frac{2}{g^{3/2}} + \frac{\lambda}{(bf)^{3/2}} \right], \quad (26)$$

$$R_{2i} = R \left\{ \lambda \left[ 1 - \frac{1}{g^{5/2}} - \frac{\lambda^2 g}{(bf)^{5/2}} \right] / \lambda_{2i} \right\}^{1/2}, \quad (27)$$

对相对论重离子碰撞实验  $1.8A$  GeV Ar + Pb,  $T = 60$  MeV,  $\lambda = 0.99$ ,  $R = 5.82 \pm 0.40$  fm,  $R_{2i} = 5.53 \pm 0.38$  fm<sup>[7]</sup>. 故实验上:

$$R_{2i} = (0.95 \pm 0.12) R, \quad (28)$$

理论上由 (27) 式得:

$$R_{2i} = 0.96 R, \quad (29)$$

可见, 理论关系与实验结果符合得很好.

#### 5 结论

由 (26), (27) 和 (28) 式可以看出,  $\lambda_{2i}$  大于  $\lambda$ ,  $R_{2i}$  小于  $R$ . 因此, 在相对论重离子碰撞中, 背景的选取对  $2\pi$  干涉学分析有一定的影响. 对相对论重离子中心碰撞  $1.8A$  GeV

Ar + Pb, 背景的选取对  $2\pi$  干涉学分析的影响较小, 其原因是  $\pi$  源的半径和温度较大.

### 参 考 文 献

- 1 Chen Xiaofan. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1998, **22**(5):424—428  
(陈小凡. 高能物理与核物理, 1998, **22**(5):424—428)
- 2 Chen Xiaofan. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1998, **22**(10):903—909  
(陈小凡. 高能物理与核物理, 1998, **22**(10):903—909)
- 3 Liu Yiming, Zhang Weining, Wang Shan et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1990, **14**(8):724—730  
(刘亦铭, 张卫宁, 王山等. 高能物理与核物理, 1990, **14**(8):724—730)
- 4 Boal D H, Gelbke C K, Jennings B K. Rev. Mod. Phys., 1990, **62**(3):553—602
- 5 Gyulassy M, Kauffmann S K, Wilson L W. Phys. Rev., 1979, **C20**(6):2267—2292
- 6 Zajc W A, Bistirlich J A, Bossingham R R et al. Phys. Rev., 1984, **C29**(6):2173—2187
- 7 Beavis D, Chu S Y, Fung S Y et al. Phys. Rev., 1986, **C34**(2):757—760
- 8 Beavis D, Chu S Y, Fung S Y et al. Phys. Rev., 1983, **C28**(6):2561—2564

## Effect of the Choice of the Background on Two-Pion Inter-Ferometry Analysis in Relativistic Heavy-Ion Collisions

Chen Xiaofan    Chen Zhilai

(Department of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150006)

**Abstract** The effect of the choice of the background on the pion source parameters in two-Pion interferometry analyses in relativistic heavy-ion collisions is studied with the two-Pion interferometry at small relative momentum. The analytic relations between the pion source parameters from two-Pion interferometry analyses with different backgrounds are obtained, and comparison is made with the experimental measurements of the central relativistic heavy-ion collisions of 1.8A GeV Ar + Pb.

**Key words** heavy-ion collision,  $2\pi$  interferometry,  $\pi$  source