

# 相对论重离子碰撞中 $\pi$ 源密度分布和小 相对动量区域 $2\pi$ 干涉学分析

陈小凡

(哈尔滨工业大学应用物理系, 哈尔滨 150006)

**摘要** 用 $2\pi$ 关联函数在小相对动量区域的幂级数展开, 得到了不同 $\pi$ 源密度分布下源的空间参数、平均半径和均方根半径间关系, 与相对论重离子中心碰撞 $1.8A$  GeV Ar + Pb 的实验结果一致. 给出了上述反应中 $\pi$ 源的平均半径和均方根半径. 对不同的源密度分布, 计算了 $k_t$ 的值.

**关键词** 相对论重离子碰撞  $\pi$ 源密度  $2\pi$ 干涉学

## 1 引言

强度干涉学首先用来测量天体的大小, 而后在亚原子物理学的基本粒子碰撞和重离子碰撞中得到广泛的应用<sup>[1-3]</sup>. 强度干涉学传统的振幅干涉的区别在于: 振幅干涉起因于波振幅的相对位相, 而强度干涉来源于全同粒子波函数的对称性<sup>[1]</sup>.  $2\pi$ 干涉学是强度干涉学的一个分支<sup>[1]</sup>. 通过全同 $\pi$ 介子间玻色——爱因斯坦关联的研究,  $2\pi$ 干涉学可以用来获得 $\pi$ 源的时空结构和相干程度、 $\pi$ 源的膨胀、碰撞区域的核媒质相变以及相关的动力学信息<sup>[1-6]</sup>. 由于相对论重离子碰撞过程的复杂性, 诸如未态相互作用、核屏蔽、不同碰撞参数与事件拓扑的平均和 $\pi$ 的吸收关联等, 都会影响对 $2\pi$ 干涉学分析结果的解释<sup>[1-3, 7-9]</sup>. 在用 $2\pi$ 干涉学分析时, 需对 $\pi$ 源的密度分布作先验的唯象假设才能得到源的大小和寿命<sup>[1, 2]</sup>.  $1.8A$  GeV Ar + Pb 中心碰撞的实验结果和关联 $\pi$ 对的蒙特卡罗方法给出的结果表明, 在不同源密度分布下, 由 $2\pi$ 干涉学分析得到的源的空间参数是不同的, 而源的平均半径近似相等<sup>[10, 11]</sup>. 从理论上确证这些关系便成为一个重要的课题.

本文通过 $2\pi$ 关联在小相对动量区域的幂级数展开, 解析地给出了不同源密度分布下源的空间参数、平均半径和均方根半径之间的关系, 并同实验结果进行了对比. 因 $\pi$ 源寿命不是 $2\pi$ 干涉学的敏感参量<sup>[5, 12]</sup>, 本文只讨论源的空间分布.

## 2 $2\pi$ 关联函数

设 $\pi$ 源密度分布为 $\rho(r)$ , 则 $2\pi$ 关联函数为<sup>[2, 3]</sup>:

$$C(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \frac{P(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)}{P(\mathbf{p}_1)P(\mathbf{p}_2)} = 1 + \lambda |\bar{\rho}(\mathbf{q})|^2, \quad (1)$$

式中,  $P(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$  代表  $\pi$  对具有动量  $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$  时的几率,  $P(\mathbf{p})$  为单粒子分布几率,  $\mathbf{q} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$ ;  $\lambda$  为相干因子, 对混沌源  $\lambda$  的值为 1, 对完全相干源  $\lambda$  的值为 0.  $\bar{\rho}(\mathbf{q})$  为  $\rho(\mathbf{r})$  的傅里叶变换:

$$\bar{\rho}(\mathbf{q}) = \int \rho(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r}, \quad (2)$$

当  $\pi$  源密度分布分别为高斯型、均匀球面型、均匀球型和 Kopylov 型时, 由 (1) 式和 (2) 式计算得到对应的关联函数为<sup>[10, 11]</sup>:

$$C(q) = 1 + \lambda \exp(-q^2 R_1^2 / 2), \quad (\text{高斯型}), \quad (3)$$

$$C(q) = 1 + \lambda j_0^2(q R_2), \quad (\text{球面型}), \quad (4)$$

$$C(q) = 1 + \lambda k^2(q R_3), \quad (\text{均匀球型}), \quad (5)$$

$$C(q) = 1 + \lambda I^2(q, R_4), \quad (\text{Kopylov 型}), \quad (6)$$

式中  $k(x) = 3j_1(x) / x$ ,  $I(x) = 2J_1(x) / x$ ;  $j_0(x)$  和  $j_1(x)$  分别为零阶和一阶球贝塞尔函数,  $J_1(x)$  为一阶贝塞尔函数,  $q_i = |(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \times (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)| / |\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2|$ ;  $R_1, R_2, R_3$  和  $R_4$  分别为  $\pi$  源密度分布的高斯型、均匀球面型、均匀球型和 Kopylov 型的空间参数.

### 3 小相对动量区域的 $2\pi$ 关联函数

当相对动量  $q$  较小时, (3) 至 (6) 可以作幂级数展开. 准确至  $q^2$  项, 展开式为:

$$C(q) = 1 + \lambda - \frac{1}{2} \lambda q^2 R_1^2, \quad (7)$$

$$C(q) = 1 + \lambda - \frac{1}{2} \lambda q^2 \left( \sqrt{\frac{2}{3}} R_2 \right)^2, \quad (8)$$

$$C(q) = 1 + \lambda - \frac{1}{2} \lambda q^2 \left( \sqrt{\frac{2}{5}} R_3 \right)^2, \quad (9)$$

$$C(q) = 1 + \lambda - \frac{1}{2} \lambda q^2 \left( \frac{R_4}{\sqrt{2}} \right)^2, \quad (10)$$

令 (7) 至 (10) 式相等得:

$$R_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} R_2 = \sqrt{\frac{2}{5}} R_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} R_4, \quad (11a)$$

$$\text{即} \quad R_1 = 0.82 R_2 = 0.63 R_3 = 0.71 R_4, \quad (11b)$$

(11a) 和 (11b) 就是不同源密度分布下源的空间参数的理论关系. 在参考文献 [13] 中,  $R_1 = R_4 / \sqrt{2}$  得到实验的验证.

对相对论重离子中心碰撞 1.84 GeV Ar + Pb 进行  $2\pi$  干涉学分析, 得到源的参数为<sup>[10, 11]</sup>:

$$\begin{aligned} R_1 &= 5.93 \pm 0.63(\text{fm}), \quad R_2 = 6.49 \pm 0.36(\text{fm}), \\ R_3 &= 8.72 \pm 0.55(\text{fm}), \quad R_4 = 7.94 \pm 0.32(\text{fm}), \end{aligned} \quad (12)$$

从而

$$R_1 = (0.91 \pm 0.15)R_2 = (0.68 \pm 0.12)R_3 = (0.75 \pm 0.11)R_4, \quad (13)$$

对比(11b)和(13)式可以看出,空间参数的理论关系和实验结果符合得很好.说明对 $2\pi$ 关联函数做的幂级数展开近似是合理的.(11b)表明,不同源密度分布下小相对动量区域 $2\pi$ 干涉学分析得到的空间参数相差较大.

令源的平均半径为 $\langle r \rangle = \int r \rho(r) dr$ , 则在不同源密度分布下有<sup>[10, 11]</sup>:

$$\langle r_1 \rangle = \frac{2}{\sqrt{\pi}} R_1, \text{ (高斯型); } \langle r_2 \rangle = R_2, \text{ (球面型)} \quad (14)$$

$$\langle r_3 \rangle = \frac{3}{4} R_3, \text{ (均匀球型);} \quad (15)$$

将(11a)代入上式得:

$$\langle r_1 \rangle = \sqrt{\frac{8}{3\pi}} \langle r_2 \rangle = \sqrt{\frac{128}{45\pi}} \langle r_3 \rangle = \frac{2}{\sqrt{\pi}} R_1, \quad (16a)$$

即:

$$\langle r_1 \rangle = 0.92 \langle r_2 \rangle = 0.95 \langle r_3 \rangle = 1.13 R_1, \quad (16b)$$

(16a)和(16b)为不同源密度分布下源的平均半径之间的关系,可看出,不同源密度分布下的平均半径接近, $\langle r \rangle$ 之间最大相差 $0.1R_1$ .令 $\langle r_e \rangle$ 为 $\langle r_1 \rangle$ 、 $\langle r_2 \rangle$ 和 $\langle r_3 \rangle$ 的平均值,则:

$$\langle r_e \rangle = 1.18 R_1, \quad (17)$$

由(12)式中的实验数据得 $1.8A$  GeV Ar + Pb 中心碰撞的源平均半径为 $\langle r_e \rangle = 7.00 \pm 0.74\text{fm}$ .

为了从关联函数得到源的均方根半径 $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = \sqrt{\int r^2 \rho(r) dr}$ ,把(2)式 $e^{iq \cdot r}$ 作幂级数展开,算出 $\tilde{\rho}(q)$ ,然后代入(1)式,准确至 $|q|^2$ , $c(q)$ 为<sup>[10, 11]</sup>:

$$C(q) = 1 + \lambda - \frac{1}{3} \lambda q^2 \langle r^2 \rangle, \quad (18)$$

此式说明,在小相对动量区域,对不同的 $\pi$ 源密度分布, $2\pi$ 干涉学分析给出的源的均方根半径是相同的,因而可以作为 $\pi$ 源密度分布的空间参数的比较标准.令(18)式与(7)式相等,再利用(16a)式得:

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3}{2}} R_1 = \sqrt{\frac{3\pi}{8}} \langle r_1 \rangle, \quad (19a)$$

所以:

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 1.09 \langle r_1 \rangle = 1.22 R_1 = 1.03 \langle r_e \rangle, \quad (19b)$$

$\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ 比 $\langle r_e \rangle$ 大 $0.04R_1$ .由(12)式得 $1.8A$  GeV Ar + Pb 中心碰撞的源均方根半径 $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 7.23 \pm 0.77\text{fm}$ .

令 $k_i = \langle r^2 \rangle / \langle r \rangle^2$ ,则由(19a)和(16a)式得:

$$k_1 = 1.18, \text{ (高斯型); } k_2 = 1, \text{ (球面型);} \\ k_3 = 1.07, \text{ (均匀球型),} \quad (20)$$

$k_i$ 值最大相差0.18.对相对论重离子中心碰撞 $1.8A$  GeV Ar + Pb,由(12)式得:

$$k_{t_1} = 1.18 \pm 0.50; k_{t_2} = 1.00 \pm 0.42;$$

$k_{t_3} = 1.07 \pm 0.45$ , 看不出 $k_{t_1}$ 、 $k_{t_2}$ 和 $k_{t_3}$ 间的差别.

## 4 结论

相对论重离子碰撞中小相对动量区域 $2\pi$ 关联函数幂级数近似可以给出与实验结果一致的 $\pi$ 源参数关系. 虽然在不同的源密度分布下 $2\pi$ 干涉学分析给出的源空间参数存在较大差异, 但源的平均半径却接近. 由于对不同的源密度分布 $2\pi$ 干涉学分析给出相同的均方根半径, 可以把源的均方根半径作为衡量大小的标准.

## 参 考 文 献

- [ 1 ] Boal D H, Gelbke C K. Rev. Mod. Phys., 1990, **62**:553
- [ 2 ] Gyulassy M, Kauffmann S E, Wilson L W. Phys. Rev., 1979, **C120**:2267
- [ 3 ] Zajc W A et al. Phys. Rev., 1984, **C29**:2173
- [ 4 ] Pratt S. Phys. Rev. Lett., 1984, **53**:1219
- [ 5 ] Beavis D et al. Phys. Rev., 1986, **C34**:757
- [ 6 ] Pratt S. Phys. Rev., 1986, **D33**:1314
- [ 7 ] Liu Y M et al. Phys. Rev., 1986, **C34**:1667
- [ 8 ] Liu Yiming et al. High Energy Physics and Nuclear Physics (in Chinese), 1990, **14**:724  
(刘亦铭等. 高能物理与核物理, 1990, **14**:724)
- [ 9 ] Huo Lei et al. High Energy Physics and Nuclear Physics (in Chinese), 1994, **18**:630  
(霍雷等. 高能物理与核物理, 1994, **18**:630)
- [10] Liu Yiming et al. High Energy Physics and Nuclear Physics (in Chinese), 1991, **15**:123  
(刘亦铭等. 高能物理与核物理, 1991, **15**:123)
- [11] Jiang Y Z et al. Phys. Rev., 1991, **C44**:1957
- [12] Beavis D et al. Phys. Rev., 1983, **C28**:2561
- [13] Fung S Y et al. Phys. Rev. Lett., 1978, **41**:1592

## Pion Source Density Distribution and Two-Pion Interferometry at Small Relative Momentum in Relativistic Heavy-Ion Collisions

Chen Xiaofan

*(Department of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150006)*

**Abstract** The relations among the space-parameters, average radii and root-mean-square radii of the different pion source density distributions are obtained with the power series expansion of the two-pion correlation functions at the small relative momentum. The results are in good agreement with the experimental measurement of the central collisions 1.8A GeV Ar + Pb. The average radius and root-mean-square radius of the above reaction are given. The values of  $k = \langle r^2 \rangle / \langle r \rangle^2$  for the different source density distributions are calculated.

**Key words** relativistic heavy-ion collision, pion source density, two pion interferometry