第22卷 第10期 高能物理与核物理 Vol.22, No.10
1998 年10月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Oct., 1998

相对论重离子碰撞中小相对动量区域 3π干涉学分析

陈 小 凡

(哈尔滨工业大学应用物理系 哈尔滨 150006)

摘要 用3π关联函数在小相对动量区域的幂级数展开,得到了3π关联函数与π源均方根半径的关系. 对π源密度的高斯分布,在不考虑和考虑3π事件中的多π关联效应两种情况下,解析地得到了由2π干涉学分析得到的π源空间参数和由3π干涉学分析得到的π源空间参数的理论关系. 计算了3π事件中的多π关联引起的2π关联因子的偏离. 与小相对动量区域2π干涉学得到的结果和相对论重离子中心碰撞1.8A GeV Ar + Pb的实验结果进行了对比.

关键词 相对论重离子碰撞 3π干涉学 关联函数

1 引言

π干涉学是强度干涉学的一个分支,目前广泛用于基本粒子碰撞和高能重离子碰撞中[1—11]. 2π干涉学是通过两个全同π介子之间的玻色——爱因斯坦关联来获得π源的时空结构和相干程度、π源的膨胀、碰撞区域的核媒质相变及有关的动力学信息[1—8,10,11]. 3π干涉学则是通过三个全同π介子的玻色——爱因斯坦关联,提供了一种独立的获得碰撞区域π源时空结构和相干程度的方法[9]. 文献[9]首次对相对论重离子中心碰撞1.8A GeV Ar + Pb实验进行了3π干涉学分析,得到了π源的空间参数及2π与3π关联因子. 由于由2π干涉学和3π干涉学分析均可以得到π源的参数,因而研究由这两种方法得到的π源参数的关系便成为一个重要的课题.

本文通过3π关联函数在小相对动量区域的幂级数展开,给出了3π关联函数与π源的均方根半径的关系. 对π源的高斯分布,在不考虑和考虑3π事件中的多π关联效应两种情况下,得到了由2π干涉学分析得到源空间参数和由3π干涉学分析得到的π源空间参数的理论关系,计算了3π事件中的多π关联引起的2π关联因子的偏离,与小相对动量区域2π干涉学得到的结果和相对论重离子中心碰撞1.8A GeV Ar + Pb的实验结果进行了对比. 因π源寿命不是π干涉学的敏感参量[9—11],本文只讨论源的空间分布.

1997-10-27收稿

2 3π关联函数

设π源密度分布为$\rho(\boldsymbol{r})$，则3π关联函数为[9]：

$$C_3(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \boldsymbol{p}_3) = \frac{p(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \boldsymbol{p}_3)}{p(\boldsymbol{p}_1)p(\boldsymbol{p}_2)p(\boldsymbol{p}_3)} = 1 + \lambda\{|\tilde{\rho}(q_{12})|^2 + |\tilde{\rho}(q_{23})|^2 + |\tilde{\rho}(q_{31})|^2\} +$$

$$\xi[\tilde{\rho}(q_{12})\tilde{\rho}(q_{23})\tilde{\rho}(q_{31}) + \tilde{\rho}(q_{13})\tilde{\rho}(q_{32})\tilde{\rho}(q_{21})] , \tag{1}$$

式中

$$\lambda = (1 + 2\gamma) / (1 + \gamma)^2 , \tag{2}$$

$$\xi = (1 + 3\gamma) / (1 + \gamma)^3, \tag{3}$$

$$\gamma = n_c / n_{in} , \tag{4}$$

$p(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \boldsymbol{p}_3)$代表三个π介子分别具有动量$\boldsymbol{p}_1$、$\boldsymbol{p}_2$和$\boldsymbol{p}_3$时的几率，$p(\boldsymbol{p})$为单粒子分布几率，$\boldsymbol{q}_{ij} = \boldsymbol{p}_i - \boldsymbol{p}_j$，$n_c$和$n_{in}$分别为相干和非相干π源发射的π介子的平均多重数，$\lambda$和$\xi$分别是2π和3π关联因子，$\tilde{\rho}(\boldsymbol{q})$为$\rho(\boldsymbol{r})$的富里叶变换：

$$\tilde{\rho}(\boldsymbol{q}) = \int \rho(\boldsymbol{r}) e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}} d\boldsymbol{r} , \tag{5}$$

当π源为高斯分布时：

$$\rho(\boldsymbol{r}) = [\exp(-r^2 / R^2)] / (\pi^{3/2}R^3) , \tag{6}$$

$\tilde{\rho}(\boldsymbol{q})$则为：

$$\tilde{\rho}(q) = \exp(-q^2R^2 / 4), \tag{7}$$

由(7)和(1)式得π源密度为高斯分布时3π关联函数为[9]：

$$C_3(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \boldsymbol{p}_3) = 1 + \lambda[\exp(-q_{12}^2R^2 / 2) + \exp(-q_{23}^2R^2 / 2) +$$

$$\exp(-q_{31}^2R^2 / 2)] + 2\xi\exp[-(q_{12}^2 + q_{23}^2 + q_{31}^2)R^2 / 4] , \tag{8}$$

3 小相对动量区域的3π关联函数

为了得到小相对动量区域的3π关联函数，将$e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}}$做幂级数展开，准确至$q^2$项$e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}}$为：

$$e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}} = 1 + i(\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}) - (\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r})^2 / 2 , \tag{9}$$

设$\rho(\boldsymbol{r})$关于$\boldsymbol{r}$对称，将(9)式代入(5)式得：

$$\tilde{\rho}(q) = 1 - q^2\langle r^2\rangle / 6 \ , \tag{10}$$

式中$\langle r^2\rangle = \int r^2\rho(\boldsymbol{r})\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}$，为源的均方根半径的平方．将(10)式代入(1)式得：

$$C_3(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \boldsymbol{p}_3) = 1 + 3\lambda + 2\xi - \frac{1}{3}(\xi+\lambda)(q_{12}^2 + q_{23}^2 + q_{31}^2)\langle r^2\rangle, \tag{11}$$

此式说明，在小相对动量区域，对不同的π源密度分布，3π干涉学分析给出的源的均方根半径是相同的，这一结论与小相对动量区域 2π干涉学分析得出的结论相同[1]，这进一步说明，源的均方根半径可以作为衡量源大小的标准．

当源的密度为高斯分布时，在小相对动量区域由(7)式得：

$$\tilde{\rho}(q) = 1 - q^2R^2 / 4 \ , \tag{12}$$

将(12)式代入(8)式得π源密度为高斯分布时的小相对动量区域的 3π关联函数为：

$$C_3(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \boldsymbol{p}_3) = 1 + 3\lambda + 2\xi - \frac{1}{2}(\xi+\lambda)\,R_{3\pi}^2\,q^2, \tag{13}$$

$R_{3\pi}$为 3π干涉学分析给出的π源空间参数．令(13)式与(11)式相等得$R_{3\pi}$与源的均方根半径的关系为：

$$\sqrt{\langle r^2\rangle} = \sqrt{\frac{3}{2}}\ R_{3\pi} \ , \tag{14}$$

令$R_{2\pi}$代表 不考虑3π事件中的多π关联效应时由 2π干涉学分析给出的π源半径，则有[1]：

$$\sqrt{\langle r^2\rangle} = \sqrt{\frac{3}{2}}\ R_{2\pi} \ , \tag{15}$$

故

$$R_{3\pi} = R_{2\pi} \ , \tag{16}$$

这表明，在不考虑 3π事件中的多π关联效应时，由 2π干涉学分析给出的π源参数$R_{2\pi}$和由 3π干涉学分析给出的π源参数$R_{3\pi}$相等．

4　3π事件中的 2π关联函数

本节研究考虑了 3π事件中的多π关联效应时由 2π干涉学分析给出的π源参数$R_{2/3}$与$R_{3\pi}$的关系，计算 3π事件中的多π关联效应引起的 2π关联因子的偏离．

由(1)式，在 3π事件中检测到动量为$\boldsymbol{p}_1$和$\boldsymbol{p}_2$的π对几率为[3]：

$$p_{2/3}(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2) = \int p(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \boldsymbol{p}_3)\,\mathrm{d}\boldsymbol{p}_3 = \int C_3(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \boldsymbol{p}_3)\,p(\boldsymbol{p}_1)\,p(\boldsymbol{p}_2)\,p(\boldsymbol{p}_3)\,\mathrm{d}\boldsymbol{p}_3, \tag{17}$$

当π源密度为高斯分布和 $p(\boldsymbol{p}) = \left[\exp\left(-\dfrac{p^2}{2mT}\right)\right] \Big/ (2\pi mT)^{3/2}$ (这里 m 为π介子质量, T 为π源温度)时,将(8)式代入(17)式得:

$$p_{2/3}(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2) = p(\boldsymbol{p}_1)p(\boldsymbol{p}_2)[1 + \lambda\exp(-q_{12}^2 R_{3\pi}^2/2) + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3], \tag{18}$$

式中:

$$\Delta_1 = \frac{\lambda}{a^{3/2}} \exp(-p_1^2 R_{3\pi}^2/2a) , \tag{19}$$

$$\Delta_2 = \frac{\lambda}{a^{3/2}} \exp[-(q_{12}^2 + p_1^2 - 2\boldsymbol{q}_{12} \cdot \boldsymbol{p}_1) R_{3\pi}^2/2a], \tag{20}$$

$$\Delta_3 = \frac{2\xi}{a^{3/2}} \exp\left[-\frac{R_{3\pi}^2}{2a}\left(q_{12}^2 \frac{2 + mTR_{3\pi}^2}{8a} + p_1^2 - \boldsymbol{q}_{12} \cdot \boldsymbol{p}_1\right)\right] , \tag{21}$$

$$a = 1 + mTR_{3\pi}^2 , \tag{22}$$

$$b = 1 + 2mTR_{3\pi}^2 , \tag{23}$$

所以 3π事件中的 2π关联函数为:

$$C_{2/3}(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2) = \frac{p_{2/3}(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2)}{p(\boldsymbol{p}_1)p(\boldsymbol{p}_2)} =$$

$$1 + \lambda\exp(-q_{12}^2 R_{3\pi}^2/2) + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3, \tag{24}$$

而 2π事件中的 2π关联函数为[1—8, 10, 11]:

$$C_2(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2) = 1 + \lambda\exp(-q_{12}^2 R_{2\pi}^2/2) , \tag{25}$$

由(16)式,(25)式还可以写为:

$$C_2(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2) = 1 + \lambda\exp(-q_{12}^2 R_{3\pi}^2/2) , \tag{26}$$

由(24)式和(26)式看出 $C_{2/3}(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2)$ 与 $C_2(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2)$ 的差别为 $(\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3)$, $C_{2/3}(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2)$ 不仅与 q_{12} 有关,而且与 p_1 及 $\boldsymbol{p}_1$ 与 $\boldsymbol{q}_{12}$ 之间的夹角有关. 对 $\boldsymbol{p}_1$ 取平均得:

$$\overline{\Delta}_1 = \lambda / b^{3/2} , \tag{27}$$

$$\overline{\Delta}_2 = \frac{\lambda}{b^{3/2}} \exp(-q_{12}^2 R_{3\pi}^2/2b) , \tag{28}$$

$$\overline{\Delta}_3 = \frac{2\xi}{b^{3/2}} \exp\left(-\frac{aq_{12}^2 R_{3\pi}^2}{4b}\right) , \tag{29}$$

由(24)式得：

$$\overline{C}_{2/3}(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2) = 1 + \lambda \exp(-q_{12}^2 R_{3\pi}^2 / 2) + \overline{\Delta}_1 + \overline{\Delta}_2 + \overline{\Delta}_3 \ , \tag{30}$$

在小相对动量区域 $C_{2/3}(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2)$为[1]：

$$C_{2/3}(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2) = 1 + \lambda_{2/3} - \frac{1}{2}\lambda_{2/3} q_{12}^2 R_{2/3}^2 \ , \tag{31}$$

式中$\lambda_{2/3}$和 $R_{2/3}$为考虑了 3π事件中的多π关联效应后由 2π干涉学分析给出的 2π关联因子和空间参数．

由(27)—(30)式得在小相对动量区域$\overline{C}_{2/3}(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2)$为：

$$\overline{C}_{2/3}(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2) = 1 + \lambda + [2(\lambda + \xi) / b^{3/2}] - \frac{1}{2} q_{12}^2 R_{3\pi}^2 \left(\lambda + \frac{\lambda}{b^{5/2}} + \frac{\xi a}{b^{5/2}}\right), \tag{32}$$

对比(32)和(31)式得：

$$\lambda_{2/3} = \lambda + 2(\lambda + \xi) / b^{3/2} \ , \tag{33}$$

$$R_{2/3} = \left(\sqrt{\lambda + \frac{\lambda}{b^{5/2}} + \frac{\xi a}{b^{5/2}}}\ R_{3\pi}\right) \Big/ (\lambda_{2/3})^{1/2} \ , \tag{34}$$

(33)和(34)式即为考虑了 3π事件中的多π关联效应后由 2π干涉学分析给出的 2π关联因子$\lambda_{2/3}$和空间参数 $R_{2/3}$与λ和 $R_{3\pi}$的关系．由(33)和(34)式可以看出$\lambda_{2/3}$大于λ，$R_{2/3}$小于$R_{3\pi}$．对相对论重离子中心碰撞 1.8*A* GeV　Ar + Pb[9]，$R_{3\pi} = 5.65 \pm 0.49$fm，$R_{2/3} = 5.53 \pm 0.45$fm，$T = 60$MeV，故：

$$R_{2/3} = (0.98 \pm 0.12) R_{3\pi} \ , \tag{35}$$

理论上由(34)式得：

$$R_{2/3} = 0.97 R_{3\pi} \ , \tag{36}$$

由此可见，理论关系与实验结果符合得很好．

5　结论

相对论重离子碰撞中，3π干涉学分析给出的π源空间参数与 2π干涉学分析给出的π源空间参数具有一定的关系．不考虑 3π事件中的多π关联效应时，$R_{2\pi}$等于 $R_{3\pi}$，考虑了 3π事件中的多π关联效应以后，$R_{2/3}$小于 $R_{3\pi}$．对相对论重离子中心碰撞 1.8*A* GeV　Ar + Pb，$R_{2/3}$与 $R_{3\pi}$的差别很小．3π干涉学分析得到的π源均方根半径与π源的密度分布无关，说明π源的均方根半径不仅是 2π干涉学分析给出的π源空间参数的比较标准，而且也是 3π

干涉学分析给出的π源空间参数的比较标准.

参 考 文 献

[1] Chen Xiao fan. High Energy Physics and Nuclear Physics (in Chinese), 1998, **22**(5):424—428
(陈小凡. 高能物理与核物理, 1998, **22**(5):424—428)

[2] Lu Zhong dao, Osamu Miyamura, Kenji Kumagai et al. High Energy Physics and Nuclear Physics (in Chinese), 1997, **21**(5):458—464
(陆中道, 官村修, 熊谷健二等. 高能物理与核物理, 1997, **21**(5):458—464)

[3] Liu Yiming, Zhang Weining, Wang Shan et al. High Energy Physics and Nuclear Physics (in Chinese), 1990, **14**(8):724—730
(刘亦铭, 张卫宁, 王山等. 高能物理与核物理, 1990, **14**(8):724—730)

[4] Jiang Y Z, Huo L, Liu Y M et al. Phys. Rev., 1991, **C44**(5):1957—1962

[5] Huo Lei, Zhang Weining, Wang Shan et al. High Energy Physics and Nuclear Physics (in Chinese), 1994, **18**(7): 630—636
(霍雷, 张卫宁, 王山等. 高能物理与核物理, 1994, **18**(7):630—636)

[6] Boal D H, Gelbke C K, Jennings B K. Rev. Mod. Phys., 1990, **62**(3): 553—602

[7] Gyulassy M, Kauffmann S K, Wilson L W. Phys. Rev., 1979, 20(6):2267—2292

[8] Zajc W A, Bistirlich J A, Bossingham R R et al. Phys. ReV., 1984, **29**(6):2173—2187

[9] Liu Y M, Beavis D, Chu S Y et al. Phys. Rev., 1986, **34**(5): 1667—1672

[10] Beavis D, Chu S Y, Fung S Y et al. Phys. Rev., 1983, **C28**(6):2561—2564

[11] Beavis D, Chu S Y, Fung S Y et al. Phys. Rev., 1986, **C34**(2):757—760.

Three-Pion Interferometry at Small Relative Momentum in Relativistic Heavy-Ion Collisions

Chen Xiaofan

(*Department of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin* 150006)

Abstract With the power series expansion of the three-pion correlation function at small relative momentum, the relation between the three-pion correlation and root-mean-square radius of pion source is Obtained analytically. The relations between the space parameters of the pion source from 3π interferometry and 2π interferometry are also obtained when multi-pion correlation in three-pion events is or is not considered, The distortion of the two-pion coherence factor caused by the multi-pion correlation in three-pion events is calculated. And comparison is made between the results of 2π interferometry analyses at small relative momentum and the experimental measurements of the central relativistic heavy-ion collision 1.8*A* GeV Ar+Pb.

Key words relativistic heavy-ion collision, 3π interferometry, correlation function

Received 27 October 1997