

q 形变三参数吴曾公式*

潘峰 罗延安¹⁾ 喻身启

(辽宁师范大学物理系 大连 116029)

摘要 结合微扰论的结果详细分析了描述偶偶核基带能谱三参数吴曾公式的 q 形变形式. 运用阻尼非线性最小二乘法对大部分稀土区和铜系区的偶偶核基带能谱进行了拟合. 计算结果表明, q 形变三参数吴曾公式比原来从微扰论导出的三参数吴曾公式更为精确,并能较好地描述回弯现象.

关键词 q 形变 三参数吴曾公式 回弯

1 引言

目前,对形变区偶偶核基带转动谱已有不少研究^[1-12]. 从大量的理论公式对实验结果的拟合情况来看,最好的二参数公式是从 Bohr 哈氏量出发导出的吴曾二参数公式(WZ-2)^[3]即

$$E(I) = a\{(1 + bI(I+1))^{1/2} - 1\}. \quad (1)$$

理论分析还表明,并非能谱公式中的参数越多越好,例如从转动能按角动量平方算符的本征值 $I(I+1)$ 的幂级数或原子核绕垂直于对称轴的转动频率 ω 的平方展开的分析中表明,拟合得较好的公式都只有两个参数. 但考虑较高角动量态的拟合结果表明,(1)式中的参数 a 随着角动量量子数的增加呈现增大的趋势. 为此,吴崇试等在对 Bohr 哈氏量加入 $k\beta^4$ 项后,利用微扰论得到了如下的三参数公式(WZ-3)^[4]

$$E(I) = a\{1 + c(1 + bI(I+1))^{1/2}\}\{(1 + bI(I+1))^{1/2} - 1\}. \quad (2)$$

该公式对实验的拟合,特别当考虑较高角动量时,明显优于 WZ-2,在文献 [4]中还提出了另一种三参数公式(WZ-3-1)

$$E(I) = a\{1 + c(bI(I+1))^{1/2}\}\{(1 + bI(I+1))^{1/2} - 1\}. \quad (3)$$

随着量子群理论的发展,文献 [5, 6]尝试着用 $SU_q(2)$ 转子模型来描述原子核的转动谱. 但该模型所拟合的结果与实验数据仍存在着明显的系统偏离^[7]. 文献 [8, 9]又进一步尝试用双参数量子群 $SU_{pq}(2)$ 来描述转动谱. 该结果虽有所改进,但误差比 WZ-3要大许多倍. 本文将结合广义形变代数和微扰论的分析试图得到比 WZ-3更好的能谱公式.

1996-07-17收稿

* 国家教委优秀青年教师基金及重点跟踪服务基金资助

1) 现为南京大学物理系博士生

2 q 形变吴曾三参数公式

三参数公式(WZ-3)的出发点是在哈氏量中引入小的非简谐振项并做微扰计算,它能较好地拟合偶偶核基带转动谱.为了能得到进一步的修正,我们在 Bohr 哈氏量中加入更高阶的非简谐振项 $g\beta^6$,并近似到一级微扰得到了如下四参数能谱公式

$$E(I) = a\{1 + dI(I+1) + c(1 + bI(I+1))^{1/2}\}\{(1 + bI(I+1))^{1/2} - 1\}, \quad (4)$$

当 d 取为 0 时, (4) 式就是 WZ-3; 而将 c 取为 0 时, 便可得到另一个三参数公式(WZ-3-2)

$$E(I) = a\{1 + dI(I+1)\}\{(1 + bI(I+1))^{1/2} - 1\}. \quad (5)$$

文献 [10] 曾应用过 (5) 式. 另一方面, 从文献 [13] 的讨论中可以知道, 上述这些公式完全可用具有广义形变代数 $F(SU(2))$ 对称性的哈氏量来得到, 并且相应的哈氏量仍保持转动不变性. 此外, $SU_q(2)$ 转子模型也是我们考虑问题的出发点之一. 从引入高阶非简谐振项的微扰计算结果的成功及对实验的拟合结果来看, 主要是要得到 WZ-2 公式中参数 a 与 $I(I+1)$ 项的非线性函数关系, 并能更好地符合实验结果. 例如, (4) 式与 WZ-2 的不同之处仅在于用 $a\{1 + dI(I+1) + c(1 + bI(I+1))^{1/2}\}$ 来替代 (1) 式中的 a . 结合 $SU_q(2)$ 及 $F(SU(2))$ 理论, 一个可能的选择是 q -WZ-3

$$E(I) = a\{1 + c(1 + b[I][I+1])^{1/2}\}\{(1 + b[I][I+1])^{1/2} - 1\}, \quad (6)$$

该式相当于用 $a\{1 + c(1 + b[I][I+1])^{1/2}\}$ 替代了 (1) 式中的参数 a , 其中

$$[x] = \frac{q^x - q^{-x}}{q - q^{-1}}. \quad (7)$$

(4) 式可看作 WZ-3 的一种 q 形变形式. 当然, WZ-3 的 q 形变还有另外两种形式

$$E(I) = a\{1 + c(1 + b[I][I+1])^{1/2}\}\{(1 + b[I][I+1])^{1/2} - 1\}, \quad (8a)$$

$$E(I) = a\{1 + c(1 + bI(I+1))^{1/2}\}\{(1 + b[I][I+1])^{1/2} - 1\}. \quad (8b)$$

但从拟合的结果来看, 后两个公式符合得不理想. 另一方面, (6) 式的 $1 + c(1 + b[I][I+1])^{1/2}$ 项中的 $[I][I+1]$ 可按 $q = e^\tau$ 中的参数 τ 展为无穷级数

$$[I][I+1] = I(I+1) - \frac{1}{3!} \tau^2 (I(I+1))^2 + \frac{1}{45} \tau^4 (I(I+1))^3 + \dots, \quad (9)$$

在我们的计算中 τ 可取为实数或虚数因子 $\tau = i|\tau|$. 当参数 $b < 1$ 时, $1 + c(1 + b[I][I+1])^{1/2}$ 项可写为如下的级数形式

$$\begin{aligned} 1 + c(1 + b[I][I+1])^{1/2} &= 1 + c + \frac{cb}{2} \left(1 - \frac{b}{4}\right) I(I+1) - \\ &\frac{cb}{12} \left(1 - \frac{b}{4}\right) \tau^2 (I(I+1))^2 + \frac{cb}{90} \left(1 - \frac{b}{4}\right) \tau^4 (I(I+1))^3 + \dots \end{aligned} \quad (10)$$

在这种情况下, 展开后得到的能谱公式与在哈氏量中引入高阶非简谐振项

$$H = \sum_{i=2}^{\infty} k_i \beta^{2i}. \quad (11)$$

做微扰计算后得到的能谱公式的形式等价. 所不同之处在于, 现在的独立参数只有 $b, c, |\tau|$ 3 个, 而在 (11) 式中有无穷多个. 从而说明 (6) 式不但有一定的微扰论的基础, 而且还大大减

少了可调参数. 应用 $F(SU(2))$ 理论, 可将相应 (6) 式的哈氏量写为

$$\hat{H} = a\hat{C}_2(F(SU(2))), \quad (12)$$

其中 $\hat{C}_2(F(SU(2)))$ 是 $F(SU(2))$ 的 Casimir 算符

$$\hat{C}_2(F(SU(2))) = \{1 + c(1 + b[J_0][J_0 - 1])^{1/2}\}((1 + bJ_0(J_0 - 1))^{1/2} - 1) + J_+ J_-, \quad (13)$$

J_0, J_{\pm} 是 $F(SU(2))$ 的生成元, 满足如下对易关系^[13]

$$\begin{aligned} [J_0, J_{\pm}] &= \pm J_{\pm}, \\ [J_+, J_-] &= \{1 + c(1 + b[J_0][J_0 + 1])^{1/2}\}((1 + bJ_0(J_0 + 1))^{1/2} - 1) - \\ &\quad \{1 + c(1 + b[J_0][J_0 - 1])^{1/2}\}((1 + bJ_0(J_0 - 1))^{1/2} - 1). \end{aligned} \quad (14)$$

(12) 式在普通的 $SO(3)$ 转动变换下仍保持不变^[13], 基本征值正是 (6) 式. 在这种定义下, (12) 式可看作是由上述 $F(SU(2))$ 代数描述的广义形变转子的哈氏量.

3 计算结果分析

为了系统地分析各种可能的能谱公式, 我们采用阻尼非线性最小二乘法——Fletcher 方法^[14]分别对稀土区和钢系区的偶偶核基带转动谱的实验结果进行拟合. Fletcher 方法有较快的计算速度且对参数初值的选取不太敏感, 即在相当大的范围内无论怎样选取参数的初值都能得到相同的拟合结果. 从拟合的结果来看, 远优于非线性最小二乘法拟合的共享软件 GNUFIT, 后者拟合结果的可信度仅为 68%, 其均方根差远大于我们用 Fletcher 方法经 FORTRAN 语言编译的软件. 在各种公式的比较中利用

$$\sigma_i = \left[\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N |E_{th}(j) - E_{exp}(j)|^2 \right]^{1/2} \quad (15)$$

求得每一个核素的均方根差, 其中 N 为每个核素的能级总数. 为了系统地对每个公式进行比较, 采用

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} \sigma_i \quad (16)$$

求得不同核区或所有被拟合核素的均方根差, 其中 N_1 为拟合核素的总个数, σ_i 为 (15) 式给出的每个核素的均方根差. 实际上, 结合 $SU_q(2)$ 及 $F(SU(2))$ 理论, 除了上述 WZ-3 的各种 q 形变公式外, 还可以得到 WZ-3-1、WZ-3-2 的各种 q 形变公式和 WZ-2 的 q 形变公式. 但这些 q 形变公式中的大多数都还没有 WZ-3 的结果好. 在表 1 中列出了公式 (1)、(2)、(6) 和 (18) 在拟合实验结果时得到的钢系区和稀土区, 总的均方根偏差和平均绝对偏差的计算结果.

从表 1 中的拟合精度可以看到, 四参数、三参数公式明显比二参数公式好, 但 q 形变后得到的四参数公式并非都好于三参数公式, 甚至有微扰论基础的 (4) 式还没有 WZ-3 好. 这说

表1 各种能谱公式对实验拟合时的均方根偏差 $\bar{\sigma}$ /keV 及平均绝对偏差 \bar{S} /keV

能谱公式	$\bar{\sigma}$ (A)	$\bar{\sigma}$ (R)	$\bar{\sigma}$ (T)	\bar{S} (A)	\bar{S} (R)	\bar{S} (T)
WZ-2	0.769	1.326	1.143	3.4652	5.4006	4.5804
WZ-3	0.544	0.583	0.509	1.4110	1.6747	1.6048
q -WZ-3	0.401	0.513	0.443	0.6321	0.6335	0.6329

A代表钢系区, R代表稀土区, T为两区总和.

表2 稀土区偶偶核基带转动能级的实验及理论值

(单位: keV)

核	$I=$	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
¹⁷⁸ Hf	Exp ^x	93.18	306.62	632.18	1058.56	1571.0	2150.7	2777.6	3436.2		
	Cal ¹⁾	93.0	306.5	632.49	1059.01	1570.6	2150.11	2778.29	3436.0		
	Cal ²⁾	92.92	306.38	632.23	1058.84	1571.0	2150.42	2777.83	3436.14		
¹⁷⁶ Hf	Exp ^k	88.35	290.18	596.82	997.74	1481.07	2034.67	2646.6	3308.0	4010.8	
	Cal ¹⁾	88.10	289.89	596.9	998.0	1481.1	2034.31	2646.7			
	Cal ²⁾	87.99	289.62	596.67	998.01	1481.29	2034.46	2646.6	3308.15	4010.7	
¹⁷⁴ Hf	Exp ^w	90.98	297.38	608.26	1009.6	1485.9	2020.5	2597.5	3208.9	3857.3	
	Cal ¹⁾	90.71	297.2	608.49	1010.0	1485.7	2019.81	2598.22	3208.7		
	Cal ²⁾	91.14	297.79	608.13	1009.6	1486.1	2020.63	2797.18	3209.15	3857.23	
¹⁷² Hf	Exp ^l	95.24	309.26	628.14	1037.3	1521.07	2064.55	2654.01	3277.17	3919.5	4576.5
	Cal ¹⁾	94.21	307.7	627.81	1038.01	1521.91	2064.5	2651.59	3277.49		
	Cal ²⁾	95.17	309.67	629.0	1037.3	1520.27	2064.25	2654.8	3276.96	3919.06	4576.8
¹⁷⁰ Hf	Exp ⁱ	100.8	321.99	642.9	1043.3	1505.5	2016.4	2567.2	3151.6	3766.8	4421.3
	Cal ¹⁾	99.9	321.39	643.21	1043.7	1505.61	2016.19	2566.7	3151.8		
	Cal ²⁾	99.12	320.03	642.55	1044.41	1506.82	2016.55	2565.72	3150.43	3769.05	4420.48
¹⁷⁶ Yb	Exp ^k	82.13	271.7	564.7	954.0	1431.0	1985.0	2602.0	3270.0	3979.0	
	Cal ¹⁾	82.1	271.9	564.89	954.21	1431.11	1984.51	2602.0	3270.0		
	Cal ²⁾	81.95	271.5	564.5	954.2	1431.36	1984.7	2601.8	3270.25	3978.92	
¹⁷⁴ Yb	Exp ^w	76.47	253.12	526.03	889.93	1336.0	1861.0	2457.0	3117.0	3836.0	4610.0
	Cal ¹⁾	76.51	253.11	525.8	889.2	1336.6	1861.3	2456.8	3116.7	3836.1	4609.89
	Cal ²⁾	76.49	253.17	525.99	889.32	1336.64	1861.23	2456.62	3116.8	3836.31	4609.91
¹⁷² Yb	Exp ^u	78.75	260.29	539.99	912.16	1370.11	1907.21	2518.4	3198.0		
	Cal ¹⁾	78.70	260.19	540.01	912.20	1370.10	1907.30	2518.32	3198.20		
	Cal ²⁾	78.70	260.24	540.07	912.18	1370.01	1907.30	2518.37	3198.00		
¹⁷⁰ Yb	Exp ^l	84.26	277.54	573.54	963.67	1437.97	1984.78	2580.90	3196.30	3808.20	
	Cal ¹⁾	83.90	276.91	573.39	964.50	1438.90	1983.00	2580.50			
	Cal ²⁾	84.02	277.12	573.10	963.76	1438.90	1984.55	2580.90	3197.12	3807.96	
¹⁶⁸ Yb	Exp ^e	87.73	286.55	585.25	970.02	1425.41	1935.90	2488.5	3073.00	3686.80	
	Cal ¹⁾	87.40	286.29	585.41	970.30	1425.31	1935.99	2488.60	3073.00		
	Cal ²⁾	87.96	287.06	585.51	969.69	1425.12	1936.20	2488.44	3072.88	3686.89	
¹⁶⁶ Yb	Exp ^v	102.37	330.50	668.01	1098.25	1605.93	2175.94	2777.90			
	Cal ¹⁾	102.60	328.11	667.60	1100.25	1607.70	2172.50	2780.50			
	Cal ²⁾	102.50	330.91	667.86	1097.75	1606.58	2175.49	2779.48			
¹⁶⁶ Er	Exp ^v	80.58	264.99	545.46	911.21	1349.64	1846.60	2389.40	2967.30		
	Cal ¹⁾	80.61	265.09	545.60	911.30	1349.41	1846.50	2389.69	2967.30		
	Cal ²⁾	80.52	264.92	545.47	911.30	1349.57	1846.59	2389.42	2967.39		
¹⁶⁴ Er	Exp ^l	91.40	299.44	614.40	1024.57	1518.00	2082.75	2702.50			
	Cal ¹⁾	90.90	298.71	614.11	1025.20	1518.70	2081.72	2702.82			
	Cal ²⁾	90.98	299.22	614.64	1024.54	1517.99	2082.76	2702.48			

表2(续)

核	I	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
^{164}Dy	Exp ^l	73.39	242.23	501.32	843.67	1261.30	1745.80	2290.50			
	Cal ¹⁾	73.41	242.21	501.40	843.70	1261.20	1745.90	2290.50			
	Cal ²⁾	73.29	242.15	501.39	843.74	1261.17	1745.89	2290.47			
^{162}Dy	Exp ^j	80.66	265.66	548.55	920.49	1374.91	1901.41	2492.40	3138.40	3831.00	
	Cal ¹⁾	80.20	264.81	547.71	921.10	1375.61	1902.20	2492.10	3137.40	3831.50	
	Cal ²⁾	80.06	264.81	547.71	921.48	1375.32	1901.29	2492.04	3138.86	3830.78	
^{160}Dy	Exp ^m	86.79	283.82	581.18	966.85	1428.72	1951.50	2515.00	3091.70	3672.20	
	Cal ¹⁾	85.40	281.21	579.30	967.66	1431.09	1952.30	2512.49	3092.20	3672.40	
	Cal ²⁾	86.13	283.09	580.70	967.36	1429.19	1951.46	2513.54	3093.04	3671.80	
^{158}Dy	Exp ⁿ	98.92	317.26	637.76	1043.98	1520.70	2049.10	2612.50	3190.60	3781.70	
	Cal ¹⁾	97.01	315.30	638.10	1046.00	1520.80	2047.21	2613.21			
	Cal ²⁾	98.26	317.01	638.10	1044.13	1520.23	2049.64	2612.20	3190.81	3781.63	
^{156}Gd	Exp ^l	88.97	288.18	584.71	965.01	1416.03	1924.41	2475.74	3059.00		
	Cal ¹⁾	87.91	287.02	584.70	966.09	1416.50	1923.20	2476.10			
	Cal ²⁾	88.39	287.76	584.94	965.43	1415.93	1923.96	2476.21	3058.84		
^{154}Gd	Exp ^h	123.07	371.01	717.66	1144.47	1637.10	2184.67	2777.27	3404.39		
	Cal ¹⁾	118.40	369.71	720.10	1146.59	1636.10	2181.50	2778.90			
	Cal ²⁾	121.50	371.76	718.50	1144.00	1634.34	2184.72	2777.95	3404.05		

明在选择适当的非简谐振动微扰项方面是重要的. 在经过各种 q 形变公式对实验的拟合后, 发现 WZ-3 是精度最高的三参数公式, 而 q -WZ-3 是精度最高的四参数公式. 为了对 WZ-2, WZ-3, 及 q -WZ-3 进行综合比较, 我们选用下式^[15]

$$SI = \sum_I |E_{\text{exp}}(I) - E_{\text{cal}}(I)| / (N - n), \quad (17)$$

其中 N 为能级数, n 为公式中的参数个数. 为了系统地进行分析, 采用平均绝对偏差来比较,

$$S = \frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} SI_i, \quad (18)$$

其中 N_1 为核素个数, SI_i 为 (17) 式的计算结果. 计算结果 (见表 1) 说明 q -WZ-3 是目前为止拟合精度最高的能谱公式.

在系统地分析能谱公式时, 一个直观的检验方法是对能谱拟合的结果进行 Mallmann 标绘 (即 Mallmann 图). 在 Mallmann 图中, 纵坐标为 $R_I = (E_I - E_0) / (E_2 - E_0)$, 其中 $I = 6, 8, 10, \dots$, 横坐标为 R_4 . 由于能谱公式中有两个以上参数时 Mallmann 标绘不是唯一的, 所以总能适当调整参数来拟合某些给定的实验点. 但如果根据实验数据用非线性最小二乘法来固定其它的参数而只留一个独立变量, 则 $R_I (I \geq 6)$ 及 R_4 就构成了以该参数为自变量的参数方程. 在这种意义下 Mallmann 标绘是唯一的. 对 WZ-3, 我们用非线性最小二乘法来确定参数 b 而对 c 进行标绘; 对 q -WZ-3, 用同样的方法来确定 b 和 $|\tau|$ 并对 c 进行标绘. 由于篇幅所限, 这里仅给出 $I = 8$ 的 Mallmann 图 (见图 1). 在目前定义的这种唯一的

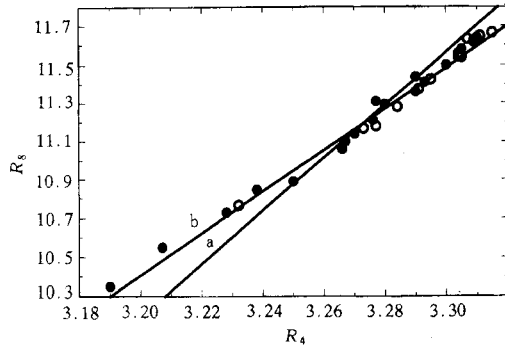
表3 镧系区偶偶核基带转动能级的

核	$I=$	2	4	6	8	10	12	14
²⁴⁸ Cm	Exp ^a	43.38	143.80	298.80	506.00	761.90	1062.80	1404.30
	Cal ¹⁾	43.51	144.10	299.79	507.49	763.70	1064.10	1404.31
	Cal ²⁾	43.64	144.72	301.11	509.15	764.48	1063.34	1402.82
²⁴⁴ Pu	Exp ^b	46.00	153.00	315.40	531.80	798.30	1110.70	1464.40
	Cal ¹⁾	45.80	151.50	314.70	531.79	798.91	1113.30	1464.71
	Cal ²⁾	46.06	152.22	315.64	532.56	798.87	1110.54	1463.75
²⁴² Pu	Exp ^c	44.54	147.30	306.40	518.10	778.00	1084.00	1431.30
	Cal ¹⁾	44.30	146.81	305.40	517.09	778.10	1084.50	1432.19
	Cal ²⁾	44.76	147.98	307.03	518.47	778.58	1083.77	1430.67
²⁴⁰ Pu	Exp ^d	42.82	141.69	294.32	497.52	747.80	1041.80	1375.60
	Cal ¹⁾	42.81	141.7	294.29	497.51	747.90	1041.69	1375.61
	Cal ²⁾	42.92	141.62	294.37	497.55	747.74	1041.88	1375.57
²³⁸ Pu	Exp ^e	44.08	145.96	303.40	513.40	772.80	1078.50	1427.20
	Cal ¹⁾	44.01	145.72	303.10	513.30	773.01	1078.80	1427.28
	Cal ²⁾	44.12	146.02	303.42	513.38	772.75	1078.46	1427.37
²³⁶ Pu	Exp ^f	44.63	147.45	305.80	515.70	773.50	1074.30	1413.60
	Cal ¹⁾	44.50	147.20	305.49	515.79	773.90	1074.41	1413.40
	Cal ²⁾	44.48	147.21	305.60	515.90	773.50	1074.28	1413.64
²³⁸ U	Exp ^e	44.91	148.41	307.21	518.30	775.70	1076.50	1415.30
	Cal ¹⁾	44.60	147.61	306.39	517.63	775.89	1077.01	1416.29
	Cal ²⁾	44.59	147.79	306.15	517.63	775.13	1077.44	1415.42
²³⁶ U	Exp ^f	45.24	149.48	309.78	522.24	782.30	1085.30	1426.30
	Cal ¹⁾	45.31	149.72	310.28	523.91	783.30	1085.89	1426.20
	Cal ²⁾	45.00	148.89	309.05	521.70	782.31	1085.80	1427.01
²³⁴ U	Exp ^g	43.50	143.35	296.07	497.04	741.20	1023.80	1340.80
	Cal ¹⁾	43.60	143.50	296.31	497.09	741.09	1023.50	1340.21
	Cal ²⁾	43.44	143.24	295.98	497.03	741.30	1023.92	1340.57
²³² U	Exp ^f	47.57	156.57	322.60	541.0	805.80	1111.50	1453.70
	Cal ¹⁾	47.41	156.29	322.59	541.00	805.80	1111.71	1453.80
	Cal ²⁾	47.00	155.42	321.97	541.15	806.38	1111.78	1453.30
²³⁰ U	Exp ^h	51.72	169.50	347.10	578.20	856.40	1175.70	1531.60
	Cal ¹⁾	51.61	169.30	347.11	578.30	856.39	1175.60	1531.70
	Cal ²⁾	50.98	168.35	347.03	578.97	856.45	1175.16	1532.16
²³² Th	Exp ^f	49.37	162.12	333.20	556.90	827.00	1137.10	1482.80
	Cal ¹⁾	49.41	162.19	333.71	557.51	827.20	1137.10	1482.11
	Cal ²⁾	49.09	161.55	332.83	556.89	827.19	1137.38	1482.80
²³⁰ Th	Exp ^h	53.20	174.10	356.60	594.10	879.10	1207.80	1572.90
	Cal ¹⁾	52.71	173.10	355.70	593.80	880.20	1208.60	1573.71
	Cal ²⁾	52.22	174.23	356.87	594.15	879.56	1207.40	1573.83
²²⁸ Th	Exp ^b	57.80	186.82	378.71	622.20	911.50	1238.70	1595.90
	Cal ¹⁾	57.30	186.31	378.10	622.89	911.80	1237.90	1596.21
	Cal ²⁾	56.82	186.11	378.60	622.61	911.00	1239.03	1596.76

实验及理论值

(单位为keV)

16	18	20	22	24	26	28	30
1781.60	2189.70	2623.60	3079.40	3554.80	4049.80	4566.10	
1780.10	2187.09	2621.40	3079.30	3557.52	4053.00	4563.19	
1779.62	2188.70	2623.71	3079.46	3554.29	4049.75	4567.02	
1855.40	2279.20	2730.70	3202.70	3674.70	4132.40		
1855.01	2278.30	2731.20					
1854.75	2279.34	2731.72	3202.14	3674.61	4132.49		
1816.30	2235.60	2686.00	3163.00	3662.00	4172.00		
1817.20	2236.01	2685.21	3161.70	3662.89			
1815.97	2236.07	2685.79	3163.20	3660.28	4172.85		
1816.20	2240.50						
1815.60	2240.89						
1816.07	2240.53						
1786.00							
1786.01							
1785.97							
1788.20	2190.70	2618.70	3067.20	3534.50	4017.30	4516.50	5034.30
1789.01	2190.70	2617.81	3066.60	3534.29	4018.18	4516.20	
1789.21	2189.90	2617.70	3066.59	3535.19	4020.42	4516.84	5032.60
1800.91	2203.90	2631.70	3081.2	3550.00	4039.00	4549.00	5077.00
1799.61	2202.20	2630.40	3081.29	3552.30	4041.30	4546.5	
1801.10	2203.70	2631.14	3080.64	3550.43	4039.70	4548.44	5077.00
1687.80	2063.00	2464.20	2889.70	3339.00	3808.00	4297.00	
1687.80	2063.40	2464.81	2890.20	3338.10	3807.50	4297.30	
1687.81	2063.10	2464.23	2889.90	3338.65	3808.20	4296.20	
1828.10	2231.50	2659.70					
1828.01	2231.01	2659.90					
1827.96	2232.00	2659.40					
1921.20							
1921.20							
1920.97							
1858.60	2262.90	2691.50	3144.20	3619.60	4116.20	4631.80	5162.00
1858.20	2262.29	2691.90	3144.90	3620.01	4115.90	4631.60	
1858.72	2262.30	2691.38	3144.38	3619.90	4116.30	4631.40	5162.15
1971.50	2397.80	2850.00	3325.00	3812.00			
1971.22	2397.20	2849.39	3325.60				
1971.29	2398.61	2850.68	3323.40	3812.62			

图1 $I=8$ 时的Mallamnn图

●为稀土区核的实验值, ○为钢系区核的实验值, a是用WZ-3拟合出的曲线, b是用 q -WZ-3拟合出的曲线。

自文献 [27—29], u—x 取自文献 [30—33].

4 结 论

结合微扰论的结果详细分析了描述偶偶核基带能谱三参数吴曾公式及其 q 形变形式. 运用阻尼非线性最小二乘法对大部分稀土区和钢系区的偶偶核基带能谱进行了拟合. 计算结果表明, WZ-3是目前最好的三参数公式, 而 q -WZ-3是目前最好的四参数公式. 并且 q -WZ-3无论在绝对偏差还是均方根差方面都比原来从微扰论导出的WZ-3更为精确, 从而说明与 q -WZ-3相应的广义形变转子模型是能够精确描述偶偶核基带转动谱, 并且在第 2 节的讨论中显示该模型还有一定的微扰论基础.

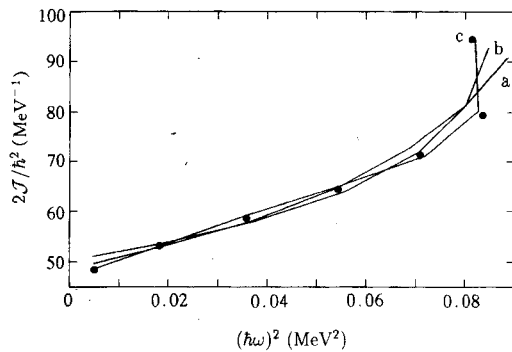
另外, 我们还发现 q -WZ-3还能较好地描述回弯现象. 计算结果表明 WZ-2 不能再现回弯; 而 WZ-3能在一定程度上再现回弯, 但结果仍不够理想; 而 q -WZ-3能较好地描述回弯现象. 为了说明这一点, 我们对 ^{164}Yb 这个存在回弯的典型核进行 $\mathcal{J}-\omega^2$ 标绘, 结果见图 2.

综上所述, 广义形变转子模型给出的 q -WZ-3是目前能够较好地描述偶偶核基带转动谱的公式. 当然对该公式的适用性还有待进一步的分析, 本文仅是初步的结果.

参 考 文 献

- [1] A. Bohr, B. R. Mottelson. Nuclear Structure, Vol. 2. Benjamin, New York, 1975
- [2] S. M. Harris. Phys. Rev. Lett., 1964, 13:663; Phys. Rev., 1965, B138:509
- [3] C. S. Wu, J. Y. Zeng. Commun. Theor. Phys., 1987, 8:51

Mallamnn 标绘下, 我们发现 q -WZ-3 比 WZ-3 的结果要好. 利用阻尼非线性最小二乘法, 将 WZ-3 和 q -WZ-3 能谱公式对部分钢系区和稀土区偶偶核基带转动谱的拟合结果列于表 2 和表 3. 在计算中发现, τ 取为实数的结果没有取 $\tau = i|\tau|$ 的结果好. 故本文的计算中均取 $\tau = i|\tau|$. 在表 2 和表 3 中 Cal¹⁾ 是用 WZ-3 拟合出的结果, Cal²⁾ 是用 q -WZ-3 拟合出的结果; 实验数据 (按字母顺序排列): a—h 取自文献 [16—23], l—n 取自文献 [24—26], i—k 取

图2 ^{164}Yb 的回弯

a为WZ-2给出的结果, b为WZ-3给出的结果, c为 q -WZ-3给出的结果; ●为实验值。

- [4] H. X. Huang, C. S. Wu, J. Y. Zeng. Phys. Rev., 1989, C39:1617
- [5] P. P. Raychev, R. P. Roussev, Yu F. Smirnov. J. Phys., 1990, G16:137
- [6] S. Iwao, Prog. Theor. Phys., 1990, 83:363
- [7] Meng Jie et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1992, 16:90
(孟杰. 高能物理与核物理, 1996, 16:90)
- [8] R. Barbier, J. Meyer, M. Kibler. J. Phys., 1994, G20:13
- [9] Zhang Xinming, Zhou Huanqiang. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1996, 20:165
(张新明, 周焕强. 高能物理与核物理, 1996, 20:165)
- [10] H. Z. Huang, C. S. Wu, J. Y. Zeng. Phys. Rev., 1986, C39:1617
- [11] F. X. Xu et al. Phys. Rev., 1989, C40:2337
- [12] Xu Fuxin, Xu Ni. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1993, 17:1040
(徐辅新, 徐霓. 高能物理与核物理, 1993, 17:1040)
- [13] Feng Pan. J. Math. Phys., 1994, 35:5065
- [14] Xi Shaolin. Nonlinear Optimisation. Beijing: Higher Education Press, 1992
- [15] Liao Jizhi. Modern Nuclear Model. Chongqing: Sichuan Univ. Press, 1989
- [16] M. R. Schmcraek. Nucl. Data Sheets, 1989, 57:550
- [17] M. J. Martin. Nucl. Data Sheets, 1986, 49:262;792
- [18] E. N. Shurshikov et al. Nucl. Data Sheets, 1985, 45:529
- [19] E. N. Shurshikov, N. V. Timcfeeva. Nucl. Data Sheets, 1990, 59:955
- [20] E. N. Shurshikov. Nucl. Data Sheets, 1988, 53:314;654;695
- [21] M. R. Schmcraek. Nucl. Data Sheets, 1991, 63:156;171;199;220
- [22] Y. A. Akovali. Nucl. Data Sheets, 1994, 71:198
- [23] Y. A. Akovali. Nucl. Data Sheets, 1993, 69:168;198;589;643
- [24] N. V. Timcfeeva, E. N. Shurshikov. Nucl. Data Sheets, 1992, 65:115;338;403;421
- [25] C. W. Reich. Nucl. Data Sheets, 1993, 68:453
- [26] M. A. Lee. Nucl. Data Sheets, 1989, 56:266
- [27] Zhou Chun Mei. Nucl. Data Sheets, 1987, 50:397;428
- [28] R. G. Reimei. Nucl. Data Sheets, 1991, 64:182;123
- [29] E. Browne. Nucl. Data Sheets, 1990, 60:261;284
- [30] Wang Gong Qing. Nucl. Data Sheets, 1989, 61:606;659
- [31] E. N. Shurshikov, N. V. Timcfeeva. Nucl. Data Sheets, 1992, 67:104
- [32] E. Browne. Nucl. Data Sheets, 1991, 62:34;70
- [33] E. Browne. Nucl. Data Sheets, 1988, 54:242

q -Deformation of Three-Parameter Wu-Zeng Formula

Pan Feng Luo Yanan Yu Shenqi

(Department of Physics, Liaoning Normal University, Dalian 116029)

Abstract q -deformed form of the three-parameter Wu-Zeng formula for the description of ground state bands of even-even nuclei is analyzed by taking perturbation theory into consideration. Ground state bands of the most even-even rare-earth and actinide nuclei are fitted using the damped non-linear least square fit. The results show that q -deformed three-parameter Wu-Zeng formula is more accurate than the former three-parameter Wu-Zeng formula derived from the perturbation theory. Furthermore, the new formula describes backbending phenomena much better than the previous one.

Key words q deformation, three-parameter Wu-Zeng formula, backbending