

# 超形变带自旋指定方法的改进 —— $\Delta I = 4$ 分岔的消除\*

吴崇试<sup>1)</sup>

(北京大学物理系 北京 100871)

**摘要** 提出了从跃迁能量中分离出 $\Delta I = 4$ 部分的有效方法. 在扣除掉这部分的影响后, 根据 $ab$ 公式拟合, 可以更准确地给出超形变带的自旋指定. 对 $^{194}\text{Hg}$ 的3个超形变带, 重新给出了自旋指定. 在此基础上得到的第二类转动惯量, 不再出现下弯的现象.

**关键词** 超形变带  $\Delta I = 4$  分岔 自旋指定  $ab$  公式 转动惯量

迄今为止, 在 $A \sim 80, 130, 140, 150, 190$ 区, 已经观测到140条以上的超形变带. 除了极少数几例外, 绝大多数超形变带的自旋值均未能从实验上加以测定. 因此, 从理论上进行分析研究, 从而预测出它们的自旋值, 这对于深入了解超形变带的性质, 检验现有理论的正确性, 无疑是一件有意义的工作. 现在已经提出了指定超形变带自旋值的各种理论方案<sup>[1-7]</sup>. 本文不拟对它们的优劣加以评论. 但需要提到, 在多数情况下, 这些方案对 $A \sim 190$ 区超形变带指定的自旋值是一致的.

在文献[3, 4]中提出了根据 $ab$ 公式

$$E(I) = a[\sqrt{1 + bI(I+1)} - 1] \quad (1)$$

拟合(以下简称为 $ab$ 拟合)测得的超形变带跃迁能量, 从而作出自旋值指定的方案, 并且已经成功地应用于 $A \sim 190$ 区, 定出了当时测得的全部超形变带的自旋值. 这一方案的成功, 取决于两个条件: 第一是能量公式的正确性, 第二是跃迁能量对于自旋值的敏感性. 这里应当指出,  $^{194}\text{Hg}(1)$ <sup>[8]</sup>和 $^{194}\text{Pb}(1)$ <sup>[9]</sup>的自旋值已经从实验上定出, 而利用 $ab$ 拟合得到的结果与实验值一致.

近几年来, 随着超形变带数据的积累, 对于超形变带规律性的认识不断深入. 这里需要提到 $\Delta I = 4$ 的分岔问题<sup>[10]</sup>. 特别是, 在 $^{194}\text{Hg}$ 的3个超形变带中可能都存在 $\Delta I = 4$ 分岔<sup>[11]</sup>. 现有数据表明, 在 $A \sim 190$ 区的超形变带中, 可能相当普遍地存在这一现象<sup>[12]</sup>. 这样, 在指定超形变带的自旋时, 势必应当扣除掉 $\Delta I = 4$ 分岔的可能影响. 本文以 $^{194}\text{Hg}$ 的3

1996-12-17收稿

\* 国家自然科学基金资助

1) 中国科学院理论物理研究所客座

个超形变带为例,提出了正确估计这一影响的有效方法,并在此基础上重新讨论了超形变带的自旋指定问题. 选择 $^{194}\text{Hg}$ 的超形变带作为典型,是因为它的第 1 带的自旋值已由实验测得,因而可以直接判断自旋指定方法的正确性.

在存在 $\Delta I = 4$ 分岔时,可以预料跃迁能量应该分成两部分,即

$$E_{\gamma} = \overline{E}_{\gamma} + f(I), \quad (2)$$

其中第一项 $\overline{E}_{\gamma}$ 是随 $I$ 光滑变化的部分,可以用(1)式描写,它对 $\Delta I = 4$ 分岔基本上无贡献<sup>[12]</sup>;第二项 $f(I)$ 是描写 $\Delta I = 4$ 分岔的起伏部分,显然并没有包含在(1)式中. 作为一个合理的近似,可以用带有振荡因子的多项式逼近 $f(I)$ :

$$f(I) = (-)^{(I-I_0)/2} \sum_{k=0}^n c_k I^k = (-)^{(I-I_0)/2} \sum_{k=0}^n c'_k (I-I_0)^k, \quad (3)$$

其中的 $I_0$ 可取为超形变带最低能级的自旋值,展开系数可根据从实验测得的跃迁能量提取的

$$\Delta^4 E_{\gamma}(I) \equiv \frac{1}{16} [E_{\gamma}(I+4) - 4E_{\gamma}(I+2) + 6E_{\gamma}(I) - 4E_{\gamma}(I-2) + E_{\gamma}(I-4)] \quad (4)$$

值<sup>[11]</sup>定出. 采用多项式逼近的好处是可以保证逼近的结果与自旋指定无关. 在 $^{194}\text{Hg}$ 超形变带的典型分析中,采用了 5 次多项式逼近. 根据任意选定的一组(6 个) $\Delta^4 E_{\gamma}(I)$ 值定出展开系数,进而求出相应的部分 $f(I)$ 值,然后再根据其它 $\Delta^4 E_{\gamma}(I)$ 值,应用求差分的逆过程,外推出其余的 $f(I)$ 值. 显然,这样推出的 $f(I)$ 值,一定能再现出实验测得的 $\Delta^4 E_{\gamma}(I)$ 的结果. 图 1 给出了 $^{194}\text{Hg}$ 第 1 带的某一组结果. 可以看到,由多项式逼近直接定出的 10 个 $f(I)$ 值的确呈现出振荡趋势,而外推出的 $f(I)$ 值则接近于有小幅振荡的抛物线,这是由外推时的非零初值引起的. 为了消除掉由于选取某一组 $\Delta^4 E_{\gamma}(I)$ 的任意性而可能带来的影响,在实际计算中,可以进一步采用多组选择而加以平均的办法. 图 2 给出了 $^{194}\text{Hg}$ 的 3 个超形变带的 $f(I)$ 值. 由图可见,当 $I \sim 40$ 时, $f(I)$ 的数值可以超过 10keV. 这么大的 $f(I)$ 值的确有点出乎意料. 但正是由于这样大的 $f(I)$ 值,才会产生后面看到的一些结果.

在扣除掉 $\Delta I = 4$ 分岔的影响后,跃迁能量 $\overline{E}_{\gamma}$ 就呈现出单调光滑的变化. 在此基础上进行拟合,就可以准确地定出超形变带的自旋值. 对于 $^{194}\text{Hg}$ 的 3 个超形变带的实际计算表明,自旋指定方法的这种改进,效果十分明显. 从实用的角度看,至少表现在: (1)可以对实验上测得的全部跃迁数据进行拟合,而不必像过去那样,往往要排除掉高能量和低能量端的部分跃迁数据; (2)尽管采用不同的 $\Delta^4 E_{\gamma}$ 数据作多项式逼近而得到的 $f(I)$ 值不同,因而导出的 $\overline{E}_{\gamma}$ 值也不同,但是,只要采用多组平均的办法,则定出的自旋值总是相同的; (3)由于扣除了对应于 $\Delta I = 4$ 分岔的振荡部分,  $ab$ 拟合就可以得到更

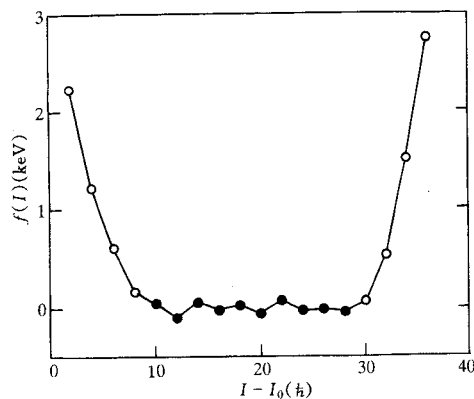


图 1  $^{194}\text{Hg}$ 第 1 带的某一组 $f(I)$ 值(定义见正文(2)式)

• 代表直接由多项式逼近的数值;

◦ 代表外推得的结果.

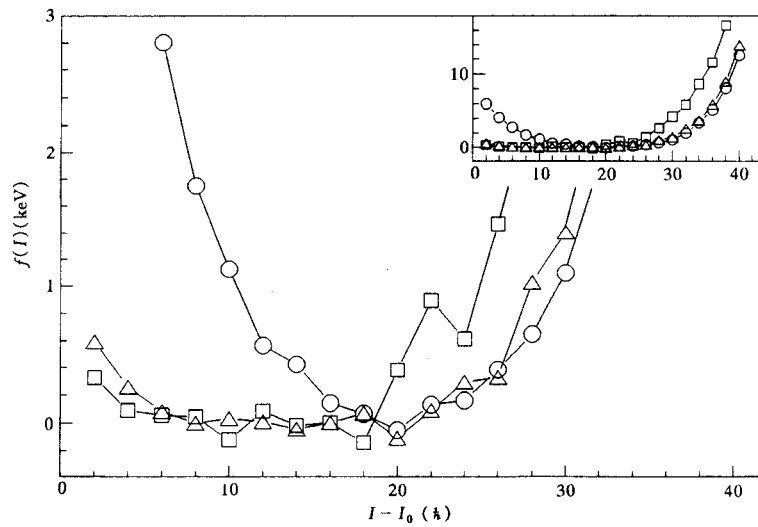


图2  $^{194}\text{Hg}$ 中3个超形变带的 $f(I)$ 值(多项平均的结果)

右上角的插图中给出了缩小的全貌.  $\circ$ 、 $\triangle$ 和 $\square$ 分别代表第1带、第2带和第3带.

准确的结果. 我们采用这种办法, 对 $^{194}\text{Hg}$ 的3个超形变带的自旋值重新进行了讨论, 指定的自旋值和以前没有扣除 $\Delta I = 4$ 分岔的影响的结果<sup>[4,6,13,14]</sup>相同, 其中第1带的自旋值也和实测值一致. 应该说, 在扣除 $\Delta I = 4$ 分岔的影响后,  $ab$ 拟合的结果更准确. 作为一个示例, 表1中列出了 $^{194}\text{Hg}$ 第3带的计算结果. 可以看到, 拟合的结果与实验值符合得很好.

表1 扣除 $\Delta I=4$ 分岔的影响后超形变带 $^{194}\text{Hg}(3)$ 的拟合结果

(能量单位: keV)

$E_\gamma(I+2 \rightarrow I)$ (实验值)	$\overline{E_\gamma(I+2 \rightarrow I)}$ ("实验值")	$\overline{E_\gamma(I+2 \rightarrow I)}$ (拟合值)	自旋指定值 $I$ ( $\hbar$ )	$E_\gamma(I+2 \rightarrow I)$ (实验值)	$\overline{E_\gamma(I+2 \rightarrow I)}$ ("实验值")	$\overline{E_\gamma(I+2 \rightarrow I)}$ (拟合值)	自旋指定值 $I$ ( $\hbar$ )
		916.62	53	566.3(1)	566.44	566.72	27
		892.60	51	531.2(1)	531.20	531.43	25
(884.2(10))	867.47	867.69	49	495.1(1)	495.11	495.27	23
853.5(2)	841.93	841.86	47	458.3(1)	458.21	458.25	21
823.9(4)	815.30	815.10	45	420.4(1)	420.52	420.43	19
793.5(4)	787.63	787.40	43	382.1(1)	382.05	381.84	17
763.2(3)	758.93	758.75	41	342.9(1)	342.84	342.54	15
731.9(3)	729.22	729.14	39	303.0(1)	302.91	302.58	13
700.0(2)	698.53	698.56	37	262.6(1)	262.27	262.04	11
667.5(1)	666.89	667.03	35			220.98	9
635.2(1)	634.31	634.53	33			179.47	7
601.2(1)	600.82	601.09	29			137.60	5

在研究超形变带的性质时, 经常要讨论原子核的第二类转动惯量. 在实验上, 它可以从跃迁能量提取:

$$\mathcal{J}^{(2)}(I) = \frac{4\hbar^2}{E_\gamma(I+2 \rightarrow I) - E_\gamma(I \rightarrow I-2)}. \quad (5)$$

在考虑到超形变带中存在 $\Delta I = 4$ 分岔现象时,从理论上说,显然将上式中的 $E_\gamma$ 改为 $\overline{E}_\gamma$ 更为合理些. 在图 3 中给出了根据 $\overline{E}_\gamma$ 值提取的 $^{194}\text{Hg}$ 第 1 带的第二类转动惯量. 作为对照,图中也给出了简单地由 $E_\gamma$ 值提取的 $\mathcal{J}^{(2)}$ 值. 可以看到,两种方法得到的结果存在明显的差别,而且随着 $I$ 的增大,差别越来越大. 根据 $\overline{E}_\gamma$ 值提取的 $^{194}\text{Hg}$ 第 1 带的第二类转动惯量随 $I$ 线性地增大,特别是在高能量端并不出现下弯的现象. 这样看来,对于一直为人们所关注的 $^{194}\text{Hg}$ 第 1 带的 $\mathcal{J}^{(2)}$ 下弯问题,还可以归结为 $\Delta I = 4$ 分岔. 对于 $^{194}\text{Hg}$ 的另两个超形变带,也有类似的结果. 由于篇幅的限制,这里从略.

在文献 [15] 中曾经导出了原子核两类转动惯量 $\mathcal{J}^{(1)}$ 和 $\mathcal{J}^{(2)}$ 之间的一个关系式

$$R \equiv \sqrt{\frac{[\mathcal{J}^{(1)}]^3}{\mathcal{J}^{(2)}}} = \mathcal{J}_0, \quad (6)$$

其中 $\mathcal{J}^{(1)}$ 也可以从跃迁能量提取,

$$\mathcal{J}^{(1)}(I-1) = \frac{(2I-1)\hbar^2}{E_\gamma(I \rightarrow I-2)}, \quad (7)$$

$\mathcal{J}_0$ 为常数(带首转动惯量). 这里存在两个问题. 第一, 实践表明,  $R$ 值灵敏地依赖于自旋值的指定. 只有作出了正确的自旋指定时,  $R$ 值才最接近于一个常数; 而只要指定的自旋值偏离了 $\pm \hbar$ ,  $R$ 值立即明显地偏离于常数. 因此, 从实验提取 $R$ 值, 也可以作为判断自旋值指定是否正确的佐证. 第二, 在提取两类转动惯量的实验值时, 既可以简单地直接从 $E_\gamma$ 提取, 也可以更合理地从 $\overline{E}_\gamma$ 提取. 两种方法得到的 $R$ 值当然也不同. 显然, 可以预料, 用第二种方法得到的 $R$ 值会更接近于一个常数. 在图 4 中给出了 $^{194}\text{Hg}$ 的 3 个超形变带的 $R$ 值. 可以看到, 对 $R$ 值的分析, 支持本文的自旋值指定. 特别是在扣除 $\Delta I = 4$ 分岔的影响后, 采用正确的自旋指定值时, 提取的 $R$ 值更接近于常数.

综上所述, 本文从超形变带中存在 $\Delta I = 4$ 分岔现象这一实验事实出发, 提出了在跃迁能量中提取相应部分的有效办法. 从跃迁能量中扣除掉这部分的影响, 然后采用 $ab$ 拟合的办法, 可以准确地指定出超形变带的自旋值. 通过 $^{194}\text{Hg}$ 这个典型实例的分析看到, 对于超形变带自旋值方法的这种改进, 的确具有明显的实用价值, 并且也具有潜在的理论价值. 在实用上, 除了上面已经指出过的优点外, 还值得提到, 它对于研究 $A \sim 150$ 区的超形

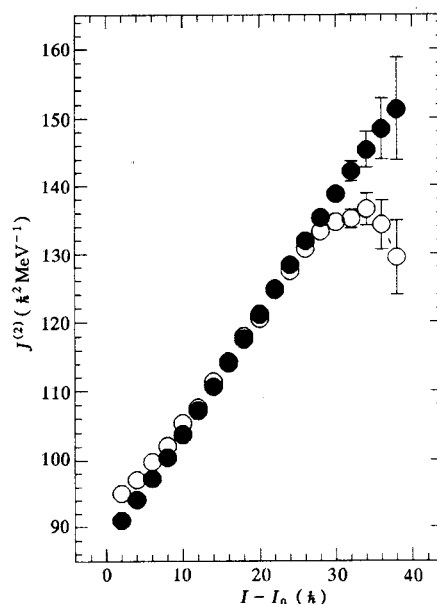


图3  $^{194}\text{Hg}$ 第 1 带的第二类转动惯量随 $I$ 的变化

实心圆圈和空心圆圈分别代表扣除和不扣除  
 $\Delta I=4$ 分岔的影响所得到的结果.

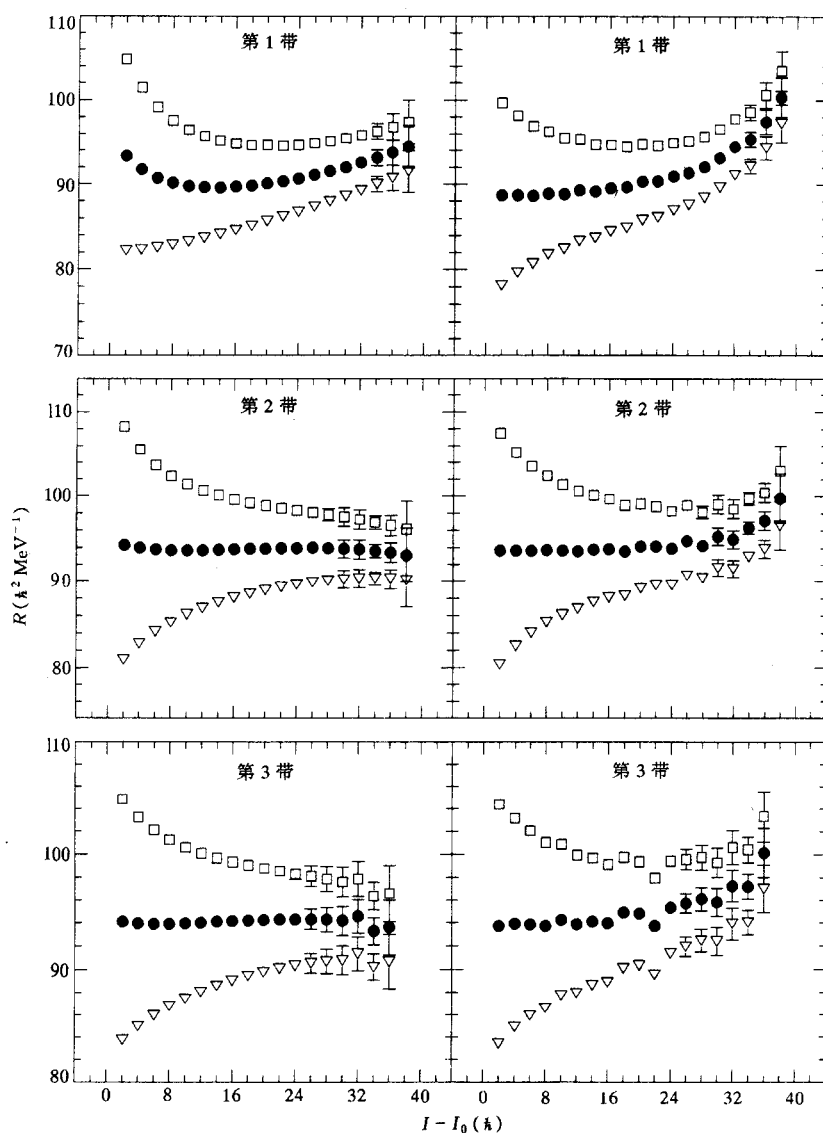


图 4  $^{194}\text{Hg}$  中 3 个超形变带的  $R$  值(定义见正文(6)式)与自旋指定的关系

左图给出的是扣除掉  $\Delta I = 4$  分岔的影响后的结果, 右图给出了未扣除  $\Delta I = 4$  分岔的影响的结果.

• 按照  $ab$  拟合给出的自旋指定,  $\square$  ( $\nabla$ ) 是人为地到将自旋值升高(降低)  $h$ .

变带可能带来开创性的变化, 因为在这个区域的超形变带中, 跃迁能量普遍表现出更大幅度的振荡起伏. 因此, 扣除或不扣除  $\Delta I = 4$  分岔的影响, 可能会给出不同的自旋指定. 实际计算也的确如此. 在理论上, 这是第一次从跃迁能量中分离出决定  $\Delta I = 4$  分岔现象的那一部分的具体形式(当然可能还包括了测量中的偶然起伏), 因而有助于进一步研究  $\Delta I = 4$  分岔问题. 当然, 这里提取的  $f(I)$ , 在理论上说并不是唯一的, 还可以相差一个  $I$  的 3 次多项式.

最后还需要指出, 产生  $\Delta I = 4$  分岔的原因既可以是  $C_4$  对称性或 16 极形变, 也可以是

带交叉, 甚至是转动带性质(例如转动惯量)的突然变化. 因此, 本文对于第二类转动惯量的分析, 并不足以否定对力减弱引起  $\mathcal{J}^{(2)}$  下降的原有解释.

对于  $A \sim 190$  和 150 区超形变带的系统分析工作, 将另文发表.

### 参 考 文 献

- [1] J. A. Becker, E. A. Henry, A. Kuhnert et al., Phys. Rev., 1992, **C46**: 889
- [2] J. E. Draper, F. S. Stephens, M. A. Deleplanque et al., Phys. Rev., 1990, **C42**: R1791
- [3] J. Y. Zeng, J. Meng, C. S. Wu et al., Phys. Rev., 1991, **C44**: R1745
- [4] C. S. Wu, J. Y. Zeng, Z. Xing et al., Phys. Rev., 1992, **C45**: 261
- [5] F. Xu, J. Hu, Phys. Rev., 1994, **C49**: 1449
- [6] Hu Jimin, Xu Purong, Zheng Chunkai. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1996, **20**: 559  
(胡济民, 许甫荣, 郑春开. 高能物理与核物理, 1996, **20**: 559)
- [7] R. Piepenbring, K. V. Protasov, Z. Phys., 1993, **345**: 7
- [8] T. L. Khoo, M. P. Carpenter, T. Lauritsen et al., Phys. Rev. Lett., 1996, **76**: 1583
- [9] A. Lopez-Martens, F. Hannachi, A. Korichi et al., Phys. Lett., 1996, **B380**: 18
- [10] S. Flibotte, H. R. Andrews, G. C. Ball et al., Phys. Rev. Lett., 1993, **71**: 4299
- [11] B. Cederwall, R. V. F. Janssens, M. J. Brinkman et al., Phys. Rev. Lett., 1994, **72**: 3150
- [12] Wu Chongshi, Zhou Zhining, Li Song. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1996, **20**: 1028  
(吴崇试, 周治宁, 李 松. 高能物理与核物理, 1996, **20**: 1028)
- [13] C. W. Beausang, E. A. Henry, J. A. Becker et al., Z. Phys., 1990, **A335**: 325
- [14] X. L. Han, C. L. Wu, At. Data Nucl. Data Tables, 1996, **63**: 117
- [15] C. S. Wu, L. Cheng, C. Z. Liu et al., Phys. Rev., 1992, **C45**: 2507

## Improvement of the Spin Assignment of the Superdeformed Band — Elimination of the $\Delta I = 4$ Bifurcation

Wu Chongshi

(Department of Physics, Peking University, Beijing 100871)

**Abstract** The counterpart which is related to the  $\Delta I = 4$  bifurcation was separated properly from the observed transition energies. The spins of a superdeformed band may be assigned more accurately by the *ab* fitting after the  $\Delta I = 4$  bifurcation is removed. The spin assignment for the superdeformed bands in  $^{194}\text{Hg}$  were re-investigated. A linear increasing is shown in the dynamic moments of inertia and the deflection disappears.

**Key words** superdeformed band,  $\Delta I = 4$  bifurcation, spin assignment, *ab* expression, nuclear moment of inertia