第21卷 第9期 高能物理与核物理 Vol.21, No.9
1997年 9 月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Sep., 1997

双参数形变谐振子湮没算符高次幂本征态的量子统计性质*

王继锁[1)] 孙长勇 滕爱萍[2)]

(聊城师范学院物理系 山东 252059)

1996-11-22收稿

摘 要

研究双参数形变谐振子湮没算符高次幂 $a_{qs}^k(k\geqslant 3)$本征态的量子统计特性. 结果表明，当 k 为偶数时它们都可存在 N 次方 $\left[N=\left(m+\frac{1}{2}\right)k, m=0,1,2,\cdots\right]$ 压缩；并且它们均可呈现反聚束效应.

关键词 算符 a_{qs}^k的本征态，N次方压缩，反聚束效应.

1 引 言

最近，周焕强等人[1]构造了双参数形变谐振子湮没算符二次幂 a_{qs}^2的本征态，即 qs 奇偶相干态，并利用 qs 积分证明了它们的完备性；在此基础上，在文献[2]中构造出了双参数形变谐振子湮没算符高次幂 $a_{qs}^k(k\geqslant 3)$的 k 个正交归一本征态，并给出了这些本征态完备性的证明. 与未形变的情形[3, 4]相比较，算符 $a_{qs}^k(k\geqslant 3)$本征态的量子统计性质尚待人们研究，这将有益于人们研究双参数形变电磁场的量子特性. 本文就在前文[2]工作的基础上，研究双参数形变谐振子湮没算符高次幂 $a_{qs}^k(k\geqslant 3$，下同)的压缩、N次方压缩和反聚束效应等非经典特性.

2 算符 a_{qs}^k的 k 个正交归一本征态

由文献[2]知，双参数形变谐振子湮没算符高次幂 a_{qs}^k的本征值为α^k的 k 个正交归一本征态(k重简并态)为

* 山东省青年科学基金资助.

1) 中国高等科学技术中心(世界实验室)协联成员.

2) 工作单位：山东建筑材料工业学院基础部，济南250022.

$$|\psi_j^k\rangle_{qs} = [A_j(|\alpha|^2)]^{-1/2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha^{kn+j}}{\sqrt{[kn+j]_{qs}!}}\,|kn+j\rangle_{qs}, \tag{1}$$

$$A_j(x) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{kn+j}}{[kn+j]_{qs}!}, \tag{2}$$

式中α为复参数，$x=|\alpha|^2$, j的可能取值(下同)为$j=0, 1, 2, \cdots, k-1$；而式中$[n]_{qs}$和$[n]_{qs}!$的定义分别为[1]

$$[n]_{qs} = \frac{(s^{-1}q)^n-(sq)^{-n}}{s^{-1}q-s^{-1}q^{-1}}, \tag{3}$$

$$[n]_{qs}! = [n]_{qs}[n-1]_{qs}\cdots[2]_{qs}[1]_{qs}. \tag{4}$$

显然，$[n]_{qs}$在替换$q\to q^{-1}$下保持不变，且当$s\to 1$时$[n]_{qs}\to[n]_q=(q^n-q^{-n})/(q-q^{-1})$.

3 a_{qs}^k的正交归一本征态的量子统计性质

3.1 压缩特性

与通常的单模电磁场压缩的定义相类似，定义$X_i^{qs}(i=1, 2)$为qs电磁场正交位相的振幅算符，它们可通过qs湮没和产生算符a_{qs}和a_{qs}^+来表示：

$$X_1^{qs} = (a_{qs}^+ + a_{qs})/2, \quad X_2^{qs} = \mathrm{i}(a_{qs}^+ - a_{qs})/2, \tag{5}$$

若变量$X_i^{qs}(i=1, 2)$满足如下关系式

$${}_{qs}\langle(\Delta X_i^{qs})^2\rangle_{qs} - \frac{1}{4}\ {}_{qs}\langle[a_{qs}, a_{qs}^+]\rangle_{qs} < 0, \tag{6}$$

则称qs光场在X_i^{qs}分量上为qs压缩.

因为对于a_{qs}^k的上述本征态均有${}_{qs}\langle\psi_j^k|a_{qs}^+|\psi_j^k\rangle_{qs} = {}_{qs}\langle\psi_j^k|a_{qs}|\psi_j^k\rangle_{qs} = {}_{qs}\langle\psi_j^k|a_{qs}^{+2}|\psi_j^k\rangle_{qs} = {}_{qs}\langle\psi_j^k|a_{qs}^2|\psi_j^k\rangle_{qs} = 0$，而利用关系式[2]

$$a_{qs}^i|\psi_0^k\rangle_{qs} = \alpha^i A_0^{-1/2}A_{k-i}^{1/2}|\psi_{k-i}^k\rangle_{qs},\ (i=1, 2, 3, \cdots, k), \tag{7}$$

可以求得

$${}_{qs}\langle\psi_0^k|a_{qs}^+a_{qs}|\psi_0^k\rangle_{qs} = |\alpha|^2A_{k-1}/A_0, \tag{8}$$

$${}_{qs}\langle\psi_i^k|a_{qs}^+a_{qs}|\psi_i^k\rangle_{qs} = |\alpha|^2A_{i-1}/A_i,\ (i=1, 2, \cdots, k-1), \tag{9}$$

所以对态$|\psi_0^k\rangle_{qs}$有

$${}_{qs}\langle\psi_0^k|(\Delta X_i^{qs})^2|\psi_0^k\rangle_{qs} - \frac{1}{4}\cdot{}_{qs}\langle\psi_0^k|[a_{qs}, a_{qs}^+]|\psi_0^k\rangle_{qs} = \frac{1}{2}|\alpha|^2A_{k-1}/A_0, \quad (i=1, 2), \tag{10}$$

对态$|\psi_m^k\rangle_{qs}(m=1, 2, \cdots, k-1)$有

$${}_{qs}\langle\psi_m^k|(\Delta X_i^{qs})^2|\psi_m^k\rangle_{qs} - \frac{1}{4}\cdot{}_{qs}\langle\psi_m^k|[a_{qs}, a_{qs}^+]|\psi_m^k\rangle_{qs} = \frac{1}{2}|\alpha|^2A_{m-1}/A_m, \quad (i=1, 2). \tag{11}$$

而由(2)式可知，当$x=|\alpha|^2\neq 0$时总有$A_j(x)>0$，因此由(10)和(11)式可知，a_{qs}^k的k个本征态均不呈现qs压缩效应.

3.2 N次方压缩特性

同样，仿照 Zhang 等人[5]对通常光场N次方压缩的定义,定义两个可测量即两个厄米算符:

$$Z_1^{qs}(N) = (a_{qs}^{+N} + a_{qs}^{N}) / 2, \quad Z_2^{qs}(N) = \mathrm{i}(a_{qs}^{+N} - a_{qs}^{N}) / 2, \tag{12}$$

它们分别表示qs光场复振幅N次幂的实部和虚部．容易证明,算符$Z_1^{qs}(N)$和$Z_2^{qs}(N)$满足对易关系

$$[Z_1^{qs}(N),\ Z_2^{qs}(N)] = \frac{\mathrm{i}}{2}[a_{qs}^{N}, a_{qs}^{+N}]. \tag{13}$$

若

$${}_{qs}\langle(\Delta Z_i^{qs})^2\rangle_{qs} - \frac{1}{4}\cdot {}_{qs}\langle[a_{qs}^{N}, a_{qs}^{+N}]\rangle_{qs} < 0,\ (i = 1, 2) \tag{14}$$

成立,则称qs光场存在N次方压缩效应.

下面分四种情形来研究a_{qs}^{k}的k个本征态的这种高阶压缩特性.

3.2.1　当 $N = mk(m = 1,\ 2,\ \cdots)$时

这时对于a_{qs}^{k}的k个本征态均有

$$\left.\begin{aligned}
&{}_{qs}\langle\psi_j^k|a_{qs}^{+2N}|\psi_j^k\rangle_{qs} = r^{2mk}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2mk\theta},\ {}_{qs}\langle\psi_j^k|a_{qs}^{2N}|\psi_j^k\rangle_{qs} = r^{2mk}\mathrm{e}^{\mathrm{i}2mk\theta},\\
&{}_{qs}\langle\psi_j^k|a_{qs}^{+N}|\psi_j^k\rangle_{qs} = r^{mk}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}mk\theta},\ {}_{qs}\langle\psi_j^k|a_{qs}^{N}|\psi_j^k\rangle_{qs} = r^{mk}\mathrm{e}^{\mathrm{i}mk\theta},\\
&{}_{qs}\langle\psi_j^k|a_{qs}^{+N}a_{qs}^{N}|\psi_j^k\rangle_{qs} = r^{2mk},
\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

式中$\alpha = r\exp(\mathrm{i}\theta)$. 将(15)式代入 (14)式得

$${}_{qs}\langle\psi_j^k|(\Delta Z_i^{qs})^2|\psi_j^k\rangle_{qs} - \frac{1}{4}\cdot {}_{qs}\langle\psi_j^k|[a_{qs}^{N}, a_{qs}^{+N}]|\psi_j^k\rangle_{qs} = 0,\ (i = 1, 2). \tag{16}$$

这表明,这时a_{qs}^{k}的k个正交归一本征态都是算符$Z_1^{qs}(N)$和$N_2^{qs}(N)$的最小测不准态.

3.2.2　当k为奇数且$N = mk + i$　　$(m = 0, 1, 2,\cdots; i = 1, 2, \cdots, k - 1)$时

此时对于a_{qs}^{k}的k个本征态均有${}_{qs}\langle\psi_j^k|a_{qs}^{+2N}|\psi_j^k\rangle_{qs} = {}_{qs}\langle\psi_j^k|a_{qs}^{2N}|\psi_j^k\rangle_{qs} = {}_{qs}\langle\psi_j^k|a_{qs}^{+N}|\psi_j^k\rangle_{qs} = {}_{qs}\langle\psi_j^k|a_{qs}^{N}|\psi_j^k\rangle_{qs} = 0$,而由(7)式可得到

$$\begin{aligned}
&{}_{qs}\langle\psi_p^k|a_{qs}^{+N}a_{qs}^{N}|\psi_p^k\rangle_{qs} - \frac{1}{4}\cdot {}_{qs}\langle\psi_p^k|[a_{qs}^{N}, a_{qs}^{+N}]|\psi_p^k\rangle_{qs}\\
&= r^{2(mk+l)}A_{k-l+p} / A_p,\ (p = 0, 1, 2, \cdots, l - 1),
\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
&{}_{qs}\langle\psi_t^k|a_{qs}^{+N}a_{qs}^{N}|\psi_t^k\rangle_{qs} - \frac{1}{4}\cdot {}_{qs}\langle\psi_t^k|[a_{qs}^{N}, a_{qs}^{+N}]|\psi_t^k\rangle_{qs}\\
&= r^{2(mk+l)}A_{t-l} / A_t,\ (t = l, l + 1, \cdots, k - 1).
\end{aligned} \tag{18}$$

因此,对于态$|\psi_p^k\rangle_{qs}(p = 0, 1, 2, \cdots, l - 1)$有

$$\begin{aligned}
&{}_{qs}\langle\psi_p^k|(\Delta Z_i^{qs})^2|\psi_p^k\rangle_{qs} - \frac{1}{4}\cdot {}_{qs}\langle\psi_p^k|[a_{qs}^{N}, a_{qs}^{+N}]|\psi_p^k\rangle_{qs}\\
&=\frac{1}{2}r^{2(mk+l)}A_{k-l+p} / A_p,\ (i = 1, 2);
\end{aligned} \tag{19}$$

对于态 $|\psi_t^k\rangle_{qs}\ (t=l,\ l+1,\cdots,k-1)$有

$$
{}_{qs}\langle\psi_t^k|\,(\Delta Z_i^{qs})^2|\psi_t^k\rangle_{qs}-\frac{1}{4}\cdot{}_{qs}\langle\psi_t^k|[a_{qs}^N,\ a_{qs}^{+N}]|\psi_t^k\rangle_{qs}
=\frac{1}{2}r^{2(mk+l)}A_{t-l}\,/\,A_t,\ \ (t=1,2). \tag{20}
$$

由(19)和(20)式可以看出，这时对于 a_{qs}^k的 k 个本征态不会呈现 N 次方压缩效应.

3.2.3 当 k 为偶数且 $N=mk+i\ \left(m=0,1,2,\cdots;i=1,2,\cdots,\frac{k}{2}-1,\frac{k}{2}+1,\cdots,k-1\right)$时

与上面对 3.2.2 情形的讨论相类似，在此情况下我们可以得到，a_{qs}^k的 k 个本征态也不会呈现 N 次方压缩效应.

3.2.4 当 k 为偶数且 $N=\left(m+\frac{1}{2}\right)k\ \ (m=0,1,2,\cdots)$时

在此情况下，对于 a_{qs}^k的 k 个本征态均有

$$
\left.\begin{aligned}
{}_{qs}\langle\psi_j^k|a_{qs}^{+2N}|\psi_j^k\rangle_{qs}&=r^{(2m+1)k}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(2m+1)k\theta},\\
{}_{qs}\langle\psi_j^k|a_{qs}^{2N}|\psi_j^k\rangle_{qs}&=r^{(2m+1)k}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(2m+1)k\theta},\\
{}_{qs}\langle\psi_j^k|a_{qs}^{+N}|\psi_j^k\rangle_{qs}&={}_{qs}\langle\psi_j^k|a_{qs}^{N}|\psi_j^k\rangle_{qs}=0.
\end{aligned}\right\} \tag{21}
$$

又由(7)式得

$$
{}_{qs}\langle\psi_p^k|a_{qs}^{+N}a_{qs}^N|\psi_p^k\rangle_{qs}=r^{(2m+1)k}A_{k/2+p}\,/\,A_p,\ \left(p=0,1,2,\cdots,\frac{k}{2}-1\right), \tag{22}
$$

$$
{}_{qs}\langle\psi_t^k|a_{qs}^{+N}a_{qs}^N|\psi_t^k\rangle_{qs}=r^{(2m+1)k}A_{t-k/2}\,/\,A_t,\ \left(t=\frac{k}{2},\frac{k}{2}+1,\cdots,k-1\right). \tag{23}
$$

所以对于态 $|\psi_p^k\rangle_{qs}\ \left(p=0,1,2,\cdots,\frac{k}{2}-1\right)$有

$$
{}_{qs}\langle\psi_p^k|\,(\Delta Z_1^{qs})^2|\psi_p^k\rangle_{qs}-\frac{1}{4}\cdot{}_{qs}\langle\psi_p^k|[a_{qs}^N,\ a_{qs}^{+N}]|\psi_p^k\rangle_{qs}
=\frac{1}{2}r^{(2m+1)k}[A_{k/2+p}\,/\,A_p+\cos(2m+1)k\theta], \tag{24}
$$

$$
{}_{qs}\langle\psi_p^k|\,(\Delta Z_2^{qs})^2|\psi_p^k\rangle_{qs}-\frac{1}{4}\cdot{}_{qs}\langle\psi_p^k|[a_{qs}^N,\ a_{qs}^{+N}]|\psi_p^k\rangle_{qs}
=\frac{1}{2}r^{(2m+1)k}[A_{k/2+p}\,/\,A_p-\cos(2m+1)k\theta]; \tag{25}
$$

对于态 $|\psi_t^k\rangle_{qs}\ \left(t=\frac{k}{2},\frac{k}{2}+1,\cdots,k-1\right)$有

$$
{}_{qs}\langle\psi_t^k|\,(\Delta Z_1^{qs})^2|\psi_t^k\rangle_{qs}-\frac{1}{4}\cdot{}_{qs}\langle\psi_t^k|[a_{qs}^N,\ a_{qs}^{+N}]|\psi_t^k\rangle_{qs}
$$

$$= \frac{1}{2} r^{(2m+1)k} [A_{t-k/2} / A_t + \cos(2m+1)k\theta], \tag{26}$$

$$_{qs}\langle \psi_t^k | (\Delta Z_2^{qs})^2 | \psi_t^k \rangle_{qs} - \frac{1}{4} \cdot {}_{qs}\langle \psi_t^k | [a_{qs}^N, a_{qs}^{+N}] | \psi_t^k \rangle_{qs}$$

$$= \frac{1}{2} r^{(2m+1)k} [A_{t-k/2} / A_t - \cos(2m+1)k\theta]. \tag{27}$$

由(24)和(25)式可得到这时态$|\psi_p^k\rangle_{qs}$ $\left(p = 0, 1, 2, \cdots, \frac{k}{2} - 1\right)$在$Z_1^{qs}(N)$和$Z_2^{qs}(N)$两个方向上存在$N$次方压缩的条件分别为

$$A_{k/2+p} / A_p + \cos(2m+1)k\theta < 0, \tag{28}$$

$$A_{k/2+p} / A_p - \cos(2m+1)k\theta < 0. \tag{29}$$

同样由(26)和(27)式可得到这时态$|\psi_t^k\rangle_{qs}$ $\left(t = \frac{k}{2}, \frac{k}{2} + 1, \cdots, k+1\right)$在这两个方向上存在$N$次方压缩的条件分别为

$$A_{t-k/2} / A_t + \cos(2m+1)k\theta < 0, \tag{30}$$

$$A_{t-k/2} / A_t - \cos(2m+1)k\theta < 0. \tag{31}$$

如前所述,由于当$|\alpha|^2 \neq 0$时$A_j(|\alpha|^2) > 0$,所以当k(k为偶数)和m分别取任一确定值时,只要适当选取α的模值r和幅角θ,不等式(28)、(29)式总可以被满足,即这时态$|\psi_j^k\rangle_{qs}$总可以存在N次方$\left(N = \left(m + \frac{1}{2}\right)k, m = 0, 1, 2, \cdots;\text{且}\ k\ \text{为偶数}\right)$压缩效应.

3.3 反聚束效应

我们知道,对于通常光场,若光场归一的二阶相关函数[6] $g^{(2)}(0) < 1$,则称光场呈现反聚束效应.类似地,对于qs光场,引入qs光场的二阶qs相关函数:

$$g_{qs}^{(2)}(0) = \frac{_{qs}\langle |a_{qs}^{+2} a_{qs}^2| \rangle_{qs}}{_{qs}\langle |a_{qs}^{+} a_{qs}| \rangle_{qs}^2}, \tag{32}$$

同样,若$g_{qs}^{(2)}(0) < 1$,则称这种qs光场具有反聚束效应.对于a_{qs}^k的上述k个本征态,由(7)式可得

$$\left.\begin{aligned}
&_{qs}\langle \psi_0^k | a_{qs}^{+} a_{qs} | \psi_0^k \rangle_{qs} = r^2 A_{k-1} / A_0, \\
&_{qs}\langle \psi_t^k | a_{qs}^{+} a_{qs} | \psi_t^k \rangle_{qs} = r^2 A_{k-1} / A_t, \ (t = 1, 2, \cdots, k-1), \\
&_{qs}\langle \psi_0^k | a_{qs}^{+2} a_{qs}^2 | \psi_0^k \rangle_{qs} = r^4 A_{k-2} / A_0, \\
&_{qs}\langle \psi_1^k | a_{qs}^{+2} a_{qs}^2 | \psi_1^k \rangle_{qs} = r^4 A_{k-1} / A_1, \\
&_{qs}\langle \psi_t^k | a_{qs}^{+2} a_{qs}^2 | \psi_t^k \rangle_{qs} = r^4 A_{k-2} / A_t, \ (t = 2, 3, \cdots, k-1).
\end{aligned}\right\} \tag{33}$$

由上式可以求得态 $|\psi_j^k\rangle_{qs}$ 的二阶 qs 相干度分别为

$$g_{qs,0}^{(2)}(0) = \frac{{}_{qs}\langle\psi_0^k|a_{qs}^{+2}a_{qs}^2|\psi_0^k\rangle_{qs}}{{}_{qs}\langle\psi_0^k|a_{qs}^{+}a_{qs}|\psi_0^k\rangle_{qs}^2} = \frac{A_0 A_{k-2}}{A_{k-1}^2}, \tag{34}$$

$$g_{qs,1}^{(2)}(0) = \frac{{}_{qs}\langle\psi_1^k|a_{qs}^{+2}a_{qs}^2|\psi_0^k\rangle_{qs}}{{}_{qs}\langle\psi_1^k|a_{qs}^{+}a_{qs}|\psi_1^k\rangle_{qs}^2} = \frac{A_1 A_{k-1}}{A_0^2}, \tag{35}$$

$$g_{qs,t}^{(2)}(0) = \frac{{}_{qs}\langle\psi_t^k|a_{qs}^{+2}a_{qs}^2|\psi_t^k\rangle_{qs}}{{}_{qs}\langle\psi_t^k|a_{qs}^{+}a_{qs}|\psi_t^k\rangle_{qs}^2} = \frac{A_{t-2}A_t}{A_{k-1}^2},\ (t = 2, 3, \cdots, k-1). \tag{36}$$

将(2)式代入(34)式得

$$g_{qs,0}^{(2)}(0) = \frac{\sum\limits_{m=0}^{\infty}\left\{\sum\limits_{n=0}^{m}([kn]_{qs}!\,[km-kn+k-2]_{qs}!)^{-1}\right\}x^{km}}{x^k\sum\limits_{m=0}^{\infty}\left\{\sum\limits_{n=0}^{m}([kn+k-1]_{qs}!\,[km-kn+k-1]_{qs}!)^{-1}\right\}x^{km}} = \frac{f_{qs,1}(x)}{x^k f_{qs,2}(x)}, \tag{37}$$

由于 $[n+1]_{qs} > [n]_q \geqslant 1$，所以当 $k \geqslant 3$ 时有

$$\sum_{n=0}^{m}\frac{1}{[kn]_{qs}!\,[km-kn+k-2]_{qs}!} > \sum_{n=0}^{m}\frac{1}{[kn+k-1]_{qs}!\,[km-kn+k-1]_{qs}!},$$

因此对于 $x(x>0)$ 的所有可能取值，均有 $f_{qs,1}(x) > f_{qs,2}(x)$．故当 $x \leqslant 1$ 时由(37)式可得 $g_{qs,0}^{(2)}(0) > 1$．然而当 x 较大即 $x^k > f_{qs,1}(x)/f_{qs,2}(x)$ 时，则有 $g_{qs,0}^{(2)}(0) < 1$，即此时态 $|\psi_0^k\rangle_{qs}$ 可呈现反聚束效应．

同样，将(2)式代入(35)式可得到

$$g_{qs,1}^{(2)}(0) = \frac{x^k\sum\limits_{m=0}^{\infty}\left\{\sum\limits_{n=0}^{m}([kn+1]_{qs}!\,[km-kn+k-1]_{qs}!)^{-1}\right\}x^{km}}{\sum\limits_{m=0}^{\infty}\left\{\sum\limits_{n=0}^{m}([kn]_{qs}!\,[km-kn]_{qs}!)^{-1}\right\}x^{km}} = \frac{x^k f_{qs,3}(x)}{f_{qs,4}(x)}, \tag{38}$$

由于

$$\sum_{n=0}^{m}\frac{1}{[kn+1]_{qs}!\,[km-kn+k-1]_{qs}!} < \sum_{n=0}^{m}\frac{1}{[kn]_{qs}!\,[km-kn]_{qs}!}.$$

同理可以得到当 $x \leqslant 1$ 时有 $q_{qs,1}^{(2)}(0) < 1$，即这时态 $|\psi_1^k\rangle_{qs}$ 可呈现反聚束效应．

若将(2)式代入(36)式，则有

$$g_{qs,t}^{(2)}(0) = \frac{\sum\limits_{m=0}^{\infty}\left\{\sum\limits_{n=0}^{m}([kn+t-2]_{qs}!\,[km-kn+t]_{qs}!)^{-1}\right\}x^{km}}{\sum\limits_{m=0}^{\infty}\left\{\sum\limits_{n=0}^{m}([kn+t-1]_{qs}!\,[km-kn+t-1]_{qs}!)^{-1}\right\}x^{km}}$$

$$< \frac{\sum_{m=0}^{\infty}[m+1]_{qs}([t-2]_{qs}![t]_{qs}!)^{-1}x_{km}}{\sum_{m=0}^{\infty}[m+1]_{qs}([km+t-1]_{qs}!)^{-2}}$$

$$< \frac{([t-2]_{qs}![t]_{qs}!)^{-1}\sum_{m=0}^{\infty}[m+1]_{qs}x^{km}}{([t-1]_{qs}!)^{-2}} = \frac{[t-1]_{qs}\sum_{m=0}^{\infty}[m+1]_{qs}x^{km}}{[t]_{qs}}. \tag{39}$$

由于

$$\lim_{x\to 0}\sum_{m=0}^{\infty}[m+1]_{qs}x^{km} = [1]_{qs} = 1,$$

所以由(39)式可以得到

$$\lim_{x\to 0} g_{qs,t}^{(2)}(0) < \lim_{x\to 0}\frac{[t-1]_{qs}\sum_{m=0}^{\infty}[m+1]_{qs}x^{km}}{[t]_{qs}} = \frac{[t-1]_{qs}}{[t]_{qs}} < 1.$$

故态 $|\psi_t^k\rangle_{qs}$ 在当 $x\to 0$ 时可呈现反聚束效应.

总之,只要适当选取复参数α的模值,a_{qs}^k的这 k 个本征态便可在不同范围内呈现反聚束效应这种典型的非经典特性,因此,它们都是非经典光场态.

4 结 束 语

本文在前文[2]工作的基础上,研究了双参数形变谐振子湮没算符高次幂 a_{qs}^k的 k个正交归一本征态的压缩、N次方压缩和反聚束效应等量子统计性质. 其结果表明,它们不仅都可呈现反聚束效应,而且当 k 为偶数时它们还均可存在 N次方 $\left[N=\left(m+\frac{1}{2}\right)k,\ m=0,1,2,\cdots\right]$压缩效应. 由本文的讨论可见,双参数形变谐振子湮没算符高次幂的本征态,不仅包含了通常谐振子湮没算符高次幂的本征态($q=s=1$)[3,4],而且把单参数形变谐振子湮没算符高次幂的本征态[7]也包含在内($s=1, q\neq 1$). 这说明由双参数形变谐振子湮没算符高次幂的本征态所构成的体系,比通常的或单参数形变情况下的谐振子湮没算符高次幂的本征态所构成的体系具有更广泛的物理内涵,这种体系一旦在实验上实现,人们便可通过分别控制 q 和 s 参数来实现控制场的某些量子统计特性,因此这种体系有着潜在的重要应用前景,值得人们深入研究. 另外,通过本文的研究,使我们对文献 [2]的工作进一步得到了发展和完善.

参 考 文 献

[1] 周焕强、贺劲松、张新明，高能物理与核物理，**19**(1995)251。
[2] 王继锁、孙长勇等，高能物理与核物理，**20**(1996)703。
[3] Jizuo Sun, Jisuo Wang, Chuankui Wang, *Phys. Rev.*, **A44**(1991)3369.
[4] Jizuo Sun, Jisuo Wang, Chuankui Wang, *Phys. Rev.*, **A46**(1992)1700.
[5] Z. M. Zhang, L. Xu *et al.*, *Phys. Lett.*, **A150**(1990)27.
[6] D. F. Walls, *Nature*, **306**(1983)141.
[7] Jisuo Wang *et al.*, *Phys. Lett.*, **A199**(1995)137.

Quantum Statistic Properties of Eigenstates of the Annihilation Operator a_{qs}^k of Two Parameter Deformed Harmonic Oscillator

Wang Jisuo Sun Changyong Teng Aiping

(*Department of Physics, Liaocheng Teacher's College, Shandong* 252059)

Received 22 November 1996

Abstract

In this paper, the quantum statistic properties of the eigenstates of the higher power a_{qs}^k $(k\geqslant 3)$ of the annihilation operator of two-parameter deformed harmonic oscillator are investigated. The results show that the k states have Nth-power squeezing $[N=(m+1/2)k,\ m=0,\ 1,\ 2,\ \cdots]$ when k is even, and all of them show the antibunching effect.

Key words eigenstates of operator a_{qs}^k, Nth-power squeezing, antibunching effect.