

# 原子核多重碎裂的静态理论

## II. 间歇类型和临界行为<sup>\*</sup>

张丰收 葛凌霄

(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

1996-03-12 收稿

### 摘要

用温度、密度和动量相关的平均场下的状态方程得到有限核  $^{197}\text{Au}$  在温度  $T=6\text{MeV}$  时的 5 个不同的相, 即热液相、汽相、超热液相、超冷汽相和力学不稳定相, 并对其在坐标和动量空间中进行了模拟。采用并合模型对形成的核碎片进行了分类。定标阶乘矩和条件矩分析表明, 间歇类型只来自于力学不稳定相的贡献, 临界行为主要来自于力学不稳定相的贡献, 超热液相和热液相也对临界行为有微弱贡献。

**关键词** 力学不稳定相, 间歇类型, 临界行为。

### 1 引言

近十年来, 人们对中能区重离子碰撞引起的多重碎裂现象进行了广泛的研究<sup>[1-14]</sup>。直到最近, 人们才开始对不同研究领域所表现的这一共同现象联系起来考虑, 即约束系统在某种扰动因素作用下, 在相空间会产生不稳定性, 而导致碎裂现象。如原子团簇<sup>[3]</sup>和某些材料的强烈相互作用导致的原子团簇的碎裂、凝聚态材料的断裂等。人们相信这种碎裂现象与自然界某种根本规律(如标度性质)有关。

中能区重离子碰撞会导致在反应初期热的和被压缩的核物质的形成。如果这个系统在膨胀阶段能够进入核状态方程的力学不稳定相, 那么动力学涨落会使这种不稳定性发生灾变性事件, 并使系统破裂成几块。基于这种考虑, 我们发展了一个描述多重碎裂的静态模型<sup>[1]</sup>。在温度、密度和动量相关的平均场下<sup>[2]</sup>, 对有限核  $^{197}\text{Au}$ , 得到了其状态方程的 5 个不同的相, 即热液相、汽相、超热液相、超冷汽相和力学不稳定相。在典型的温度  $T=6\text{MeV}$  时, 此等温线能够横穿力学不稳定相、超热液相和热的液相。在坐标和动量空间对这些相进行了模拟, 采用并合模型对形成的核碎片进行了分类。在文献 [1] 中, 通过单举和关联分析, 表明多重碎裂只来自于力学不稳定相的贡献。在本工作中,

\* 中国科学院留学人员专项基金和国家自然科学基金资助。

对在同样温度下的相同核，通过对5个不同相所形成核碎片的定标阶乘矩和条件矩分析，寻找出现临界现象和间歇类型的信号。本文第二部分将给出模型的简略描述，第三部分将采用阶乘矩和条件矩对不同区域所可能给出的临界现象和间歇类型的信号<sup>[4, 5]</sup>进行分析，最后给出小结。

## 2 理论模型

从推广的密度、动量和温度相关的有效 Skyrme 相互作用<sup>[15]</sup>出发，在 Hartree–Fock 近似下，对单粒子波函数采用平面波和对温度为  $T$  的单粒子分布函数取 Fermi–Dirac 分布时，得到密度、动量和温度相关的平均场<sup>[1, 2]</sup>：

$$U_{\pm} = a_{\pm}^{(1)} \rho + a_{\pm}^{(2)} \rho^{r+1} + a_{\pm}^{(3)} \rho^{\frac{5}{3}} + a_{\pm}^{(4)} \rho^{r+\frac{5}{3}}, \quad (1)$$

其中

$$\begin{cases} a_{\pm}^{(1)} = \frac{1}{4} t_0 [3 \mp (2x_0 + 1)\alpha], \\ a_{\pm}^{(2)} = \frac{1}{24} t_3 [3 \mp (2x_3 + 1)\alpha], \\ a_{\pm}^{(3)} = \frac{1}{16\pi^2} [t_1(1 - x_1) + 3t_2(1 + x_2)] (1 \pm \alpha)^{\frac{5}{3}} \left(\frac{2\sqrt{\pi}}{\lambda}\right)^5 C_{\frac{3}{2}}(\mu_{\pm}) \\ \quad + \frac{1}{8\pi^2} \left[ t_1 \left(1 + \frac{x_1}{2}\right) + t_2 \left(1 + \frac{x_2}{2}\right) \right] (1 \mp \alpha)^{\frac{5}{3}} \left(\frac{2\sqrt{\pi}}{\lambda}\right)^5 C_{\frac{3}{2}}(\mu_{\mp}), \\ a_{\pm}^{(4)} = \frac{1}{16\pi^2} [t_4(1 - x_4) + 3t_5(1 + x_5)] (1 \pm \alpha)^{\frac{5}{3}} \left(\frac{2\sqrt{\pi}}{\lambda}\right)^5 C_{\frac{3}{2}}(\mu_{\pm}) \\ \quad + \frac{1}{8\pi^2} \left[ t_4 \left(1 + \frac{x_4}{2}\right) + t_5 \left(1 + \frac{x_5}{2}\right) \right] (1 \mp \alpha)^{\frac{5}{3}} \left(\frac{2\sqrt{\pi}}{\lambda}\right)^5 C_{\frac{3}{2}}(\mu_{\mp}), \end{cases} \quad (2)$$

其中下标“+”和“-”分别表示中子和质子； $\mu_{\pm}$  表示自由中子和质子的化学势； $\gamma = \frac{1}{6}$ ，  
 $t_0 = -2635 \text{ MeVfm}^3$ ， $t_1 = 385 \text{ MeVfm}^5$ ， $t_2 = -120 \text{ MeVfm}^5$ ， $t_3 = 15595 \text{ MeVfm}^{3+3r}$ ， $t_4 = 0 \text{ MeVfm}^8$ ，  
 $t_5 = 0 \text{ MeVfm}^8$ ， $x_0 = 0.09$ ， $x_1 = 0$ ， $x_2 = 0$ ， $x_3 = 0$ ， $x_4 = 0$ ， $x_5 = 0$  是 Skyrme 中的 SKM 参数； $\alpha$ ， $\lambda$  和  $C_v(\mu_{\pm})$  分别是非对称参数、热波长和 Fermi–Dirac 积分。

对有限核，考虑到库仑和表面效应，得到了有限核的单核子能量：

$$\begin{aligned} \varepsilon(\rho, T) = & a_s^0 \left(1 + \frac{3}{2} \frac{T}{T_c}\right) \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{\frac{2}{3}} \rho_0^{\frac{3}{2}} A^{-\frac{1}{3}} \rho^{\frac{1}{3}} \\ & + 0.348 (1 - \alpha)^2 A^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{1}{3}} \\ & + \frac{1}{2} T \left[ \frac{C_{\frac{3}{2}}(\mu_+)}{C_{\frac{1}{2}}(\mu_+)} (1 + \alpha)^{\frac{5}{2}} + \frac{C_{\frac{3}{2}}(\mu_-)}{C_{\frac{1}{2}}(\mu_-)} (1 - \alpha)^{\frac{5}{2}} \right] \\ & + \frac{1}{4} [a_{+}^{(1)}(1 + \alpha) + a_{-}^{(1)}(1 - \alpha)] \rho \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{4} [a_+^{(0)}(1+\alpha) + a_-^{(0)}(1-\alpha)]\rho \\
 & + \frac{1}{4} [a_+^{(0)}(1+\alpha) + a_-^{(0)}(1-\alpha)]\rho \\
 & + \frac{1}{4} [a_+^{(4)}(1+\alpha) + a_-^{(4)}(1-\alpha)]\rho. \tag{3}
 \end{aligned}$$

这里的  $a_s^0$  是液滴模型中的表面项参数,  $T_c$  是核物质液汽相变的临界温度<sup>[1, 2]</sup>,  $\rho_0$  是基态密度. 对不同类型的 Skyrme 参数, 方程(3)能给出许多有限核的基态性质. 本工作所选 SKM 类型的参数, 它给出基态核物质的有效质量为  $\frac{m^*}{m} = 0.79$ , 压缩系数  $K=215.5\text{MeV}$ .

通过对  $^{197}\text{Au}$  的压强 - 密度等温曲线的分析, 其临界点  $T_c=10.33\text{MeV}$ ,  $\rho_c=0.045\text{fm}^{-3}$ , 极限点  $T_1=8.4\text{MeV}$ ,  $\rho_1=0.070\text{fm}^{-3}$ .

对真实重离子碰撞, 一些轨道在反应末期会进入  $P-\rho$  相图的不同区域. 我们将对这些态进行真实模拟并对其性质进行研究, 对  $P-\rho$  空间按照密度  $\rho$  和温度  $T$  进行划块, 并对每个( $\rho, T$ )点进行真实模拟. 然后采用 6 维并合模型, 确定不同相区域的所有核碎片.

### 3 定标阶乘矩和条件矩分析

如文献 [1] 所述, 通过对  $^{197}\text{Au}$  的压强 - 密度等温曲线的分析, 由热力学平衡和力学不稳定相的定义, 在  $T=6\text{MeV}$  时, 其力学不稳定区域为  $0.01 - 0.07\text{fm}^{-3}$ , 超热液相为  $0.08 - 0.11\text{fm}^{-3}$ , 热的液相为  $0.12 - 0.15\text{fm}^{-3}$ . 我们将对不同相的核碎片进行定标阶乘矩和条件矩分析. 在后继工作中也将对不同温度的情况进行分析.

#### 3.1 定标阶乘矩分析

为了获得原子核多重碎裂间歇类型的信息, 需要分析其非统计的动力学涨落. 对多重碎裂事件, 其碎片的电荷分布和电荷分布的多重性可被用来检验间歇行为的信息. 对一个物理系统, 其第  $i$  级的定标阶乘矩为<sup>[3]</sup>:

$$F_i = \frac{\langle \sum_{j=1}^M n_j(n_j-1)\dots(n_j-i+1) \rangle}{\sum_{j=1}^M \langle n^j \rangle^i}, \tag{4}$$

这里的  $n_j$  是  $j$  窗口中目标的数目,  $\sum_{j=1}^M n_j = Z$  是其总数目,  $M = \frac{Z}{\delta Z}$ ,  $\delta Z$  是窗口的大小.

平均是对所有生成的目标事件来进行的.

这里定义的  $F_i$  尽量减少了可能的统计效应, 对纯的泊松涨落, 所有的  $F_i=1$ . 如果在所有尺度  $\delta Z$  存在自相似的涨落, 第  $i$  级的定标阶乘矩  $F_i=(Z/\delta Z)^{\alpha_i}$ .  $\alpha_i$  是表征对所有的  $\delta Z$ ,  $\ln(F_i)$  随  $-\ln\delta Z$  线性增加的斜率. 图 1 给出了  $^{197}\text{Au}$  核在  $T=6\text{MeV}$  时, 对不同相

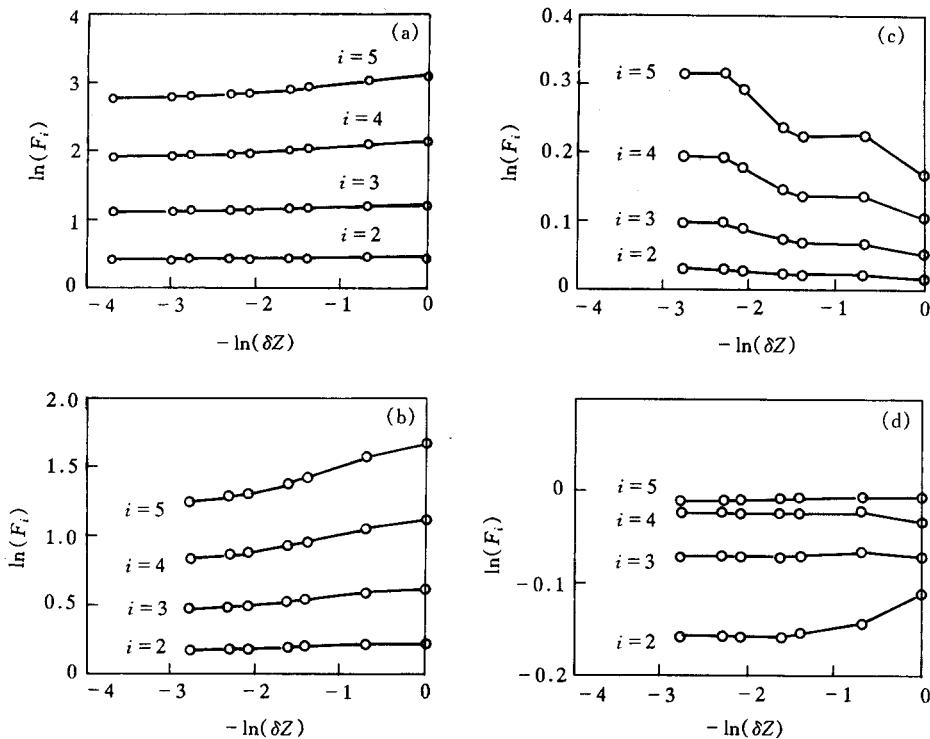


图 1 有限核  $^{197}\text{Au}$  在  $T=6\text{MeV}$  时, 对力学不稳定相、超热液相、热液相和混合相的定标阶乘矩的比较

(a)  $\rho=0.01-0.05\text{fm}^{-3}$ ; (b)  $\rho=0.01-0.07\text{fm}^{-3}$ ; (c)  $\rho=0.08-0.11\text{fm}^{-3}$ ; (d)  $\rho=0.12-0.15\text{fm}^{-3}$ .

变区域, 即力学不稳定相、超热液相、热液相及少混合相的定标阶乘矩的比较. 从图 1 (a)、(b) 的比较看出, 对混合相  $\rho=0.01-0.15\text{fm}^{-3}$  和力学不稳定相  $\rho=0.01-0.07\text{fm}^{-3}$ , 所有的  $F_i$  ( $i=2, 3, 4, 5$ ) 按照指数定律随窗口的宽度  $\delta Z$  的减小而增加. 对这两种情况,  $F_i$  的线性增加是出现间歇行为的信号, 只是在力学不稳定相时的指数更大一些. 图 1 (c)、(d) 的情况与图 1(a)、(b) 相比完全不同, 没有看到出现间歇类型的信息, 说明事件之间的涨落更趋于泊松类型, 这是由于超热相和热液相属于正常衰变. 另外, 从力学不稳定相的高级矩  $F_i$  ( $i=3, 4, 5$ ) 和  $F_2$  的关联图(图 2), 我们看到 3 条直线, 这是因为当自相似的动力学涨落存在于所有电荷尺度  $\delta Z$  时,  $\ln(F_i)=\frac{\alpha_i}{\alpha_2} F_2$  呈现线性性质. 对  $i=3, 4, 5$  级的定标阶乘矩, 用最小二乘法可以给出相应的比值  $\frac{\ln(F_i)}{\ln(F_2)}=\frac{\alpha_i}{\alpha_2}=2.69\pm 0.01, 4.79\pm 0.02, 7.08\pm 0.04$ .

我们也可以从指数  $\alpha_i$  提取其相应的反常维度  $d_i$ ,

$$d_i = \frac{\alpha_i}{i-1}. \quad (5)$$

从图3可以很明显地看到, 对混合相和力学不稳定相,  $d_i$  随  $i$  的增加而增加, 力学不稳定相给出更大的值, 这与文献[1]的分析相符合。有趣的是, 得到的  $d_i$  很接近于实验所提取的值和一些复杂理论所计算的结果<sup>[6]</sup>, 说明了我们模型的合理性。

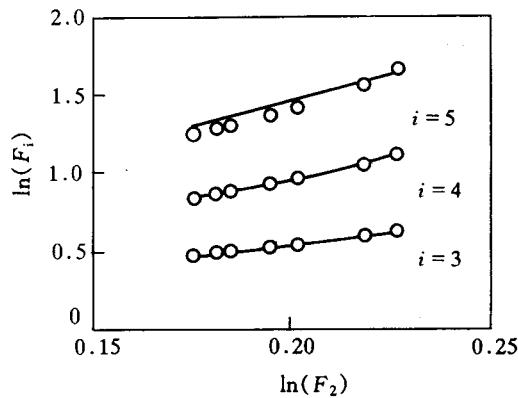


图2 有限核<sup>197</sup>Au在  $T=6\text{MeV}$  时, 力学不稳定相的定标阶乘矩  $\ln(F_i)$  随  $\ln(F_2)$  变化的函数关系

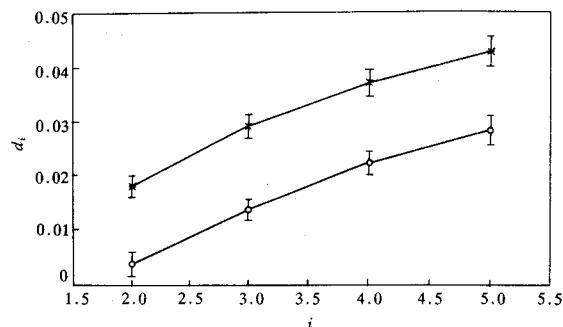


图3 有限核<sup>197</sup>Au在温度  $T=6\text{MeV}$  时, 混合相和力学不稳定相的反常维度  $d_i$   
○  $0.01-0.15\text{fm}^{-3}$ ,  $\times 0.01-0.07\text{fm}^{-3}$ .

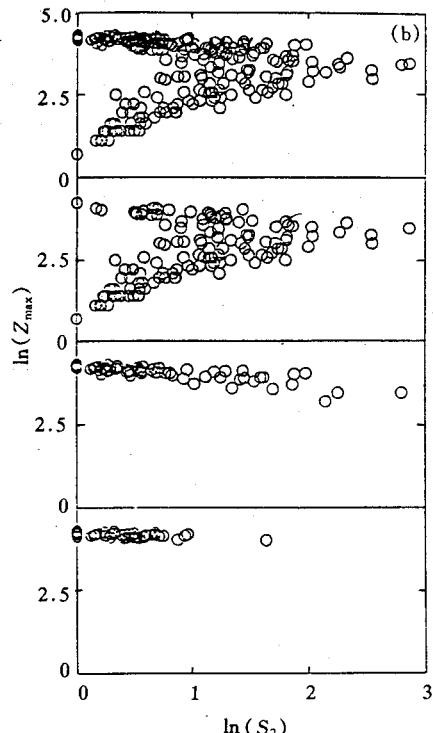
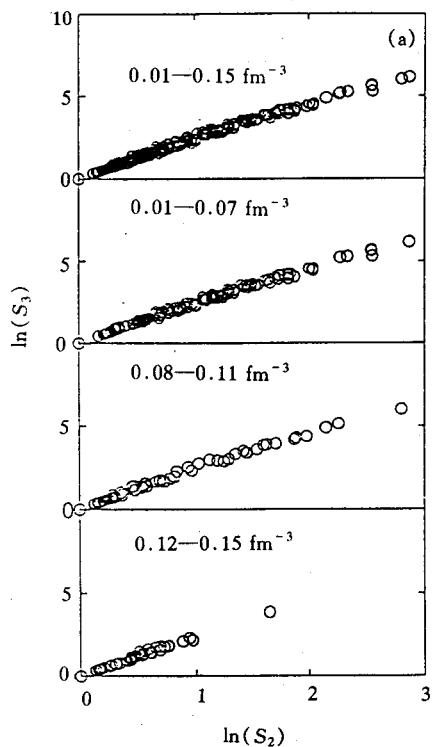


图4 有限核<sup>197</sup>Au在温度  $T=6\text{MeV}$  时, 力学不稳定相、超热液相、热液相及混合相的  $\ln S_i$  与  $\ln S_2$  关联(a)和  $\ln(Z_{\max})$  与  $\ln S_2$  的关联(b)

### 3.2 条件矩分析

采用文献[4]所提出的技术来获取核碎片中所包含的临界行为的信息。单事件条件矩定义为：

$$M_k^{(j)} = \sum_{Z=1}^{Z_0} Z^k n^{(j)}(Z) - (Z_{\max}^{(j)})^k, \quad (6)$$

这里的  $n^{(j)}(Z)$  是事件  $j$  所产生的电荷为  $Z$  的碎片的数目。求和是对所有碎片，从  $Z=1$  到  $Z=Z_0$ ，其中  $Z_0$  是碎裂系统总的电荷数目。当  $k=0$  和  $1$  时， $M_0^{(j)}$  表示第  $j$  个事件中所产生的碎片的总数减  $1$ ， $M_1^{(j)}$  表示第  $j$  个事件中这些  $M_0^{(j)}$  个碎片的电荷总和减去最大电荷。因此，0 级和 1 级矩只表现一些光滑的性质，只有高级矩才会包含多重碎裂和临界行为。在一般情况下，定义折合矩  $S_k^{(j)}$  为：

$$S_k^{(j)} = \frac{M_k^{(j)}}{M_1^{(j)}}. \quad (7)$$

从图 4(a) 看出， $\ln S_3$  和  $\ln S_2$  的关联是线性的，我们也可从这种关联提取临界指数  $\tau$ 。

对混合事件  $\rho = 0.01 - 0.15 \text{ fm}^{-3}$ ，我们提取的  $\tau = 2.47$ ，对力学不稳定相、超热液相和热液相， $\tau$  分别是  $2.46 \pm 0.01$ 、 $2.48 \pm 0.02$  和  $2.49 \pm 0.02$ 。这里提取的  $\tau$  似乎是一个常量，有别于文献[1]直接从碎片分布所提取的值。这主要是因为所用碎片的范围不同，文献[1]只选用了  $Z=3 - 20$  的中等质量碎片，而本文所选用的碎片是  $Z=1 - 79$ 。另外，本文所得到的常数  $\tau$  似乎是这种临界指数对核物质的渐近值，这与文献[4, 5]的发现符合。另一种表征临界行为的量是  $\ln(Z_{\max})$  和  $\ln S_2$  的关联如图 4(b) 所示。很明显，图中有两个分支，具有重电荷的  $Z_{\max}$  对应于欠临界状态，具有轻电荷的  $Z_{\max}$  对应于超临界状态，两个分支在临界点相遇。从图 4(b) 看出，混合事件  $\rho = 0.01 - 0.15 \text{ fm}^{-3}$  和力学不稳定相  $\rho = 0.01 - 0.07 \text{ fm}^{-3}$  均有明显的临界行为表现，而超热液相和热液相只表现了一些欠临界状态，这与文献[1]关于状态方程的讨论是一致的。

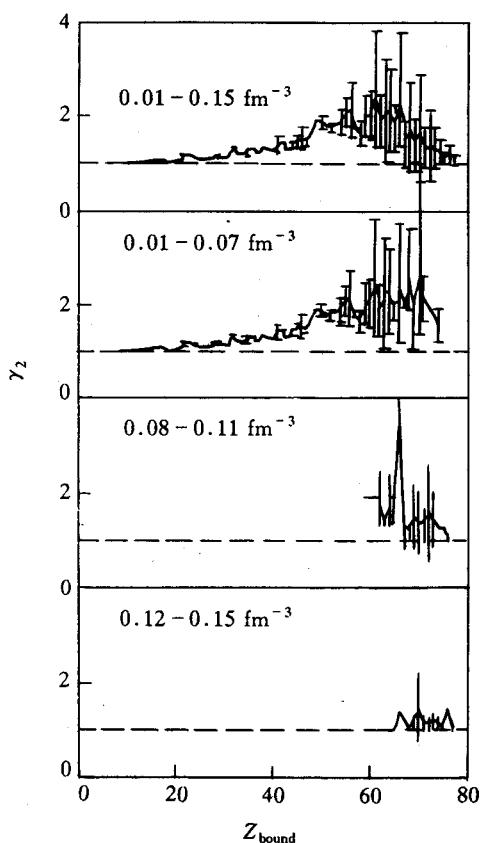


图 5. 有限核  $^{197}\text{Au}$  在温度  $T=6\text{MeV}$  时，其力学不稳定相、超热液相、热液相及混合相的  $\gamma_2$  随  $Z_{\text{bound}}$  的变化

最明显临界行为的信号是每个事件的  $\gamma_2$  的行为,  $\gamma_2$  定义为

$$\gamma_2 = \frac{M_2 M_0}{M_1^2} . \quad (8)$$

在极限情况下, 当电荷分布的方差为零时,  $\gamma_2$  趋于 1. 这对应于两种情况, 即蒸发的轻碎片(这儿已去掉了最重的蒸发余核)和系统的全爆炸. 从图 5 看出, 对力学不稳定相  $Z_{\text{bound}}=50-70$  时,  $\gamma_2 > 2.0$ , 这是临界行为的信号<sup>[4]</sup>. 应该注意到, 对超热液相和热液相, 也有很小的  $\gamma_2 > 2$  的贡献.

通过  $\ln(Z_{\text{max}})$  和  $\ln S_2$ ,  $\gamma_2$  和  $Z_{\text{bound}}$  的关联分析, 在力学不稳定相, 我们看到了临界行为的信号. 而多重碎裂只来自于力学不稳定相, 因此可以认为中能重离子碰撞的多重碎裂过程反映了临界现象.

#### 4 小 结

本文是在文献 [1] 的基础上, 对有限核  $^{197}\text{Au}$  在温度  $T=6\text{MeV}$  时出现的力学不稳定相、超热液相和热液相, 在坐标和动量空间进行了模拟, 采用并合模型对形成的核碎片进行了分类. 通过对这些核碎片的定标阶乘矩分析和条件矩的关联分析, 可以认为, 中能重离子碰撞中的多重碎裂是间歇行为和临界行为的反映. 也就是说, 中能重离子碰撞会引起核子、费米子这种强束缚系统进入原子核状态方程的力学不稳定相, 而使核体系碎裂. 在不同温度下, 特别是在靠近临界温度和极限温度的分析、重离子碰撞中在反应后期可能形成的一些拓扑结构, 这种拓扑结构与核物质状态方程的关系的分析将在后继工作中给出.

另外, 我们所提出的模型很容易被推广到其它学科所遇到的碎裂现象的研究中, 只是相互作用强度、研究目标的尺度不同而已. 我们也正从包含高级关联效应的输运方程出发, 为这种多重碎裂理论的静态描述给出一个微观基础.

#### 参 考 文 献

- [1] 张丰收、葛凌霄, 高能物理与核物理, 21(1997)340.
- [2] 张丰收、葛凌霄, 高能物理与核物理, 16(1992)666.
- [3] M. Chevallier *et al.*, *Z. Phys.*, D2(1986)87.
- [4] X. Campi, *Phys. Lett.*, B208 (1988)351.
- [5] M. Ploszajczak, A. Tucholski, *Phys. Rev. Lett.*, 65(1990)1539.
- [6] D. H. E. Gross, Sa-Ben Ha, *Nucl. Phys.*, A437(1985)643.  
D. H. E. Gross *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 68(1992)146.
- [7] J. P. Bondorf *et al.*, *Nucl. Phys.*, A443(1985)321.
- [8] J. Aichelin, *Phys. Rep.*, 202(1991)233.
- [9] G. F. Bertsch, S. Das Gupta, *Phys. Rep.*, 160(1988)233.
- [10] F. S. Zhang, E. Suraud, *Phys. Lett.*, B319(1993)35.
- [11] F. S. Zhang, E. Suraud, *Phys. Rev.*, C51(1995)2301.
- [12] D. R. Bowman *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 67(1991)1527.
- [13] C. A. Ogilvie *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 67(1991)1214.
- [14] G. Bizard *et al.*, *Phys. Lett.*, B302(1993)162.
- [15] L. X. Ge, Y. Z. Zhuo, W. Norenberg, *Nucl. Rhys.*, A459(1986)77.

## A Static Theory for Nuclear Multifragmentation II. Intermittent Pattern and Critical Behaviour

Zhang Fengshou Ge Lingxiao

(Institute of Modern Physics, The Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000)

Received 12 March 1996

### Abstract

A simulation is carried out for five different phases of nuclear equation of state: the gas, the liquid, the super heated liquid, the super cooled gas and the mechanical instability of spinodal phases, which are obtained from a density, temperature, and momentum dependent mean field for  $^{197}\text{Au}$  at finite temperature  $T=6\text{MeV}$  in real space and in momentum space. The nuclear cluster is sorted by a coalescence model. It is demonstrated that the intermittent pattern comes from the mechanical instability of spinodal phase and the critical behaviour comes mainly from the mechanical instability of spinodal phase while there is also a small contribution from the super heated liquid and the liquid phases from the analyses of the conditional moments and the scaled factorial moments.

**Key words** Mechanical instability of spinodal phase, intermittent pattern, critical behaviour.