

# 核内核子与 $\Delta$ 粒子的散射截面\*

茅 广 军

(中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

李祝霞 卓益忠

(中国原子能科学研究院 北京 102413)

1995-10-04 收稿

## 摘要

在自治的相对论 BUU 方程框架内研究了核内 N(核子)  $\Delta$  弹性和非弹性散射截面的介质效应, 结果表明, 在 SIS 能区有效截面与 Cugnon 参数化相差很大而必须加以考虑。

**关键词** 相对论 BUU, 核内  $N\Delta$  弹性散射截面, 核内  $N\Delta$  非弹性散射截面。

## 1 引言

文献[1]指出,  $\Delta$  粒子在中高能重离子碰撞中发挥着很重要的作用。近几年实验<sup>[2]</sup>和理论<sup>[3]</sup>两方面的研究都表明, 在重离子反应中存在着共振态物质, 尤其是  $\Delta$  物质。这就要求在输运理论中要更严格地处理  $\Delta$  粒子, 为此我们发展了一套  $\Delta$  粒子分布函数所满足的、自治的相对论 Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck(BUU) 方程<sup>[4]</sup>, 并得到了核内  $N\Delta$  弹性和非弹性散射截面的解析表达式。本文的目的是继续文献[1]的工作, 研究核内  $N\Delta$  弹性和非弹性散射截面的介质效应。

由于从实验中不能直接得到  $\Delta$  入射的反应截面, 所以在通常的输运理论中都将  $N\Delta$  散射截面假设成为相对应的自由核子-核子(NN)散射截面。在文献[4—6]中发现 NN 散射截面有很强的密度依赖, 简单地将  $N\Delta$  散射截面假设成为 NN 散射截面在理论上过于粗糙, 所以有必要系统地研究  $N\Delta$  散射截面的介质效应。在文献[1]中得到的  $\Delta$  粒子 BUU 方程中同时给出了平均场和碰撞项的解析表达式, 可以自治地研究这个问题。

## 2 理论模型

文献[1]从核子和  $\Delta$  粒子通过交换  $\sigma$ 、 $\omega$ 、 $\pi$  介子相互作用的有效拉氏密度出发, 利用

\* 国家自然科学基金和中国博士后科学基金资助。

闭合时间回路格林函数方法, 导出了 $\Delta$ 粒子分布函数满足的、自治的相对论 BUU 方程, 整个方程的表达式为:

$$\begin{aligned} & \{p_\mu [\partial_x^\mu - \partial_x^\mu \Sigma_\Delta^v(x) \partial_v^\mu + \partial_v^\nu \Sigma_\Delta^\mu(x) \partial_v^\mu] + m_\Delta^* \partial_x^\nu \Sigma_\Delta^s(x) \partial_v^\mu\} \frac{f_\Delta(x, p, \tau)}{E_\Delta(p)} \\ &= \frac{1}{4} \int \frac{dp_2}{(2\pi)^3} \sigma_{el}^\Delta(s, t) v_\Delta [F_2^0 - F_1^0] d\Omega \\ &+ \frac{1}{4} \int \frac{dp_2}{(2\pi)^3} \sigma_{in}^\Delta(s, t) v_\Delta [F_2 - F_1] d\Omega, \end{aligned} \quad (1)$$

上式中 $\Sigma_\Delta^s(x), \Sigma_\Delta^v(x)$ 是 $\Delta$ 粒子自能,  $\sigma_{el}^\Delta(s, t), \sigma_{in}^\Delta(s, t)$ 是 $N\Delta$ 弹性和平非弹性微分散射截面, 它们的解析表达式见文献[1]. 对初态粒子求平均后可得到核内 $N\Delta \rightarrow N\Delta$ 和 $N\Delta \rightarrow \Delta\Delta$ 有效散射截面.

$$\sigma_{N\Delta \rightarrow N\Delta}^* = \frac{1}{32} \int \sigma_{el}^\Delta(s, t) d\Omega, \quad (2)$$

$$\sigma_{N\Delta \rightarrow \Delta\Delta}^* = \frac{1}{32} \int \sigma_{in}^\Delta(s, t) d\Omega. \quad (3)$$

在计算中对各个介子的耦合顶角引入形状因子, 在文献[4,5] 中已给出核子-核子-介子和核子- $\Delta$ -介子耦合顶角的形状因子, 在本文中取 $\Delta-\Delta$ -介子耦合顶角的形状因子与相对应的核子-核子-介子耦合顶角相同, 并采用了文献[4,5] 中确定的截断质量 $\Lambda_\sigma = 1200$  MeV,  $\Lambda_\omega = 808$  MeV,  $\Lambda_\pi = 510$  MeV.

为了计算有效截面, 必须首先计算介质内核子和 $\Delta$ 粒子的有效质量. 在核物质近似下 $\pi$ 介子对平均场贡献为零, 在考虑了 $\Delta$ 粒子自由度以后,  $\sigma, \omega$ 介子的平均场方程可写为:

$$m_\sigma^2 \sigma_0 + b(g_{NN}^\sigma)^3 \sigma_0^2 + c(g_{NN}^\sigma)^4 \sigma_0^3 = g_{NN}^\sigma \rho_s(N) + g_{\Delta\Delta}^\sigma \rho_s(\Delta), \quad (4)$$

$$m_\omega^2 \omega_0 = g_{NN}^\omega \rho_v(N) + g_{\Delta\Delta}^\omega \rho_v(\Delta), \quad (5)$$

其中 $\rho_s(i), \rho_v(i)$ (这里*i*=N,  $\Delta$ )是核子和 $\Delta$ 粒子的标量、矢量密度, 它们的具体表达式已在文献[1]中给出. 核子与 $\sigma, \omega$ 介子耦合的耦合常数 $g_{NN}^\sigma, g_{NN}^\omega$ 和**b**, **c**可以通过拟合核物质饱和态性质得到, 在本文的计算中采用了文献[4]表1中的set B组参数, 而 $\pi$ 介子的耦合常数则采用通常的值 $f_\pi^2/4\pi=0.08, f^{*\prime 2}/4\pi=0.37$ . 考虑到 $\Delta$ 粒子交换介子相互作用的耦合常数不能通过拟合实验结果得到, 根据文献[7]的讨论, 假设对于同一种介子 $\Delta$ 粒子具有与核子相同的耦合常数. 核子和 $\Delta$ 粒子的有效质量定义为:

$$m^* = M_N - g_{NN}^\sigma \sigma_0, \quad (6)$$

$$m_\Delta^* = \langle M_\Delta \rangle - g_{\Delta\Delta}^\sigma \sigma_0, \quad (7)$$

这里 $\langle M_\Delta \rangle$ 是考虑了 $\Delta$ 粒子宽度以后的质心质量. 在文献[5,6]中引用了Kitazoe等人<sup>[8]</sup>提出的 $\Delta$ 粒子质量的洛伦兹分布函数

$$f(M_\Delta) = \frac{1}{4} \Gamma^2(q) \left/ \left[ (M_\Delta - M_0)^2 + \frac{1}{4} \Gamma^2(q) \right] \right. \quad (8)$$

来计算 $\langle M_\Delta \rangle$ ,

$$\langle M_\Delta \rangle = \frac{\int_{M_N+m_\pi}^{\sqrt{s}-M_N} f(M_\Delta) M_\Delta dM_\Delta}{\int_{M_N+m_\pi}^{\sqrt{s}-M_N} f(M_\Delta) dM_\Delta} \quad (9)$$

在入射动能小于1.2 GeV时(相当于自由空间二粒子系统总能量 $s \sim 5.8 \text{ GeV}^2$ ), 得到的自由NN非弹性散射截面与实验符合得很好. 图1给出 $\langle M_\Delta \rangle$ 随 $s$ 的变化曲线. 不难发现 $\langle M_\Delta \rangle$ 随能量的增加迅速上升, 在 $s \sim 6-10 \text{ GeV}^2$ 时变得不合理. 对于 $\Delta$ 入射的散射截面来说这个能区仍然是我们感兴趣的能区, 在计算中采用VerWest等人<sup>[9]</sup>提出的分布函数

$$f(M_\Delta) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma_0/2}{(\Gamma_0/2)^2 + (M_\Delta - M_0)^2}. \quad (10)$$

从图1可以看出, 当 $s < 6 \text{ GeV}^2$ 时(8)式计算结果与(10)式计算结果相差不大, 因此对文献[5,6]中的结果没有太大影响; 当 $s > 6 \text{ GeV}^2$ 时用(10)式计算的 $\langle M_\Delta \rangle$ 在达到共振态质量( $M_0 = 1232 \text{ MeV}$ )后随能量缓慢上升, 是比较合理的.

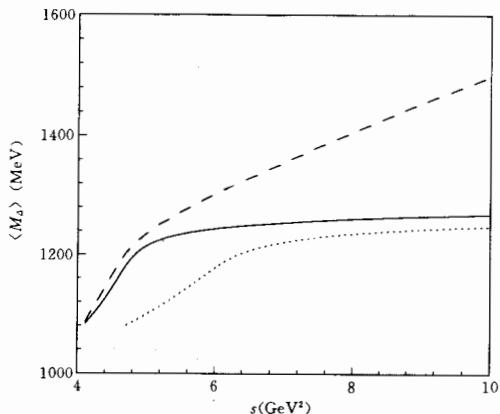


图1  $\Delta$ 粒子中心质量随自由空间两粒子系统总能量 $s$ 的变化

--  $\langle M_\Delta \rangle$ , (8)式计算结果; —  $\langle M_\Delta \rangle$ , (10)式计算结果; .....  $\langle M_\Delta \rangle$ , (10)式计算结果.

### 3 核内 $N\Delta$ 弹性散射截面

图2给出了在 $\rho=\rho_0$ 时的有效 $N\Delta$ 弹性散射截面. 从图中可以看出, 与 $NN \rightarrow N\Delta$ 散射截面<sup>[5]</sup>不同, 这里交换图只有很小的贡献. 图3给出不同介子的贡献( $\rho=\rho_0$ ). 不难发现,  $\sigma$ 与 $\omega$ 介子的混合项和单独的 $\sigma$ 、 $\omega$ 介子项符号相反, 它们的贡献相互抵消; 而 $\sigma$ 与 $\pi$ 介子、 $\omega$ 与 $\pi$ 介子混合项的贡献由于只存在交换图而几乎可以忽略; 因此, 对于 $N\Delta \rightarrow N\Delta$ 散射截面来说, 主要贡献来自 $\pi$ 介子.

图4给出不同能量、密度下的核内 $N\Delta$ 弹性散射截面, 同时还给出了Cugnon参数化<sup>[10]</sup>的自由NN弹性散射截面, 在输运模型中这个截面经常被用作 $N\Delta$ 弹性散射截面. 从图中可以看出, 有效截面随密度的增加而下降, 在高能时对密度的依赖不明显. 这是因为 $\sigma$ 、 $\omega$ 介子的作用相互抵消, 截面的主要贡献来自 $\pi$ 介子, 而高能时 $\pi$ 介子项的数值比起低能时要小得多, 并且对有效质量不敏感. 从图中还可以发现, 当 $s > 9 \text{ GeV}^2$

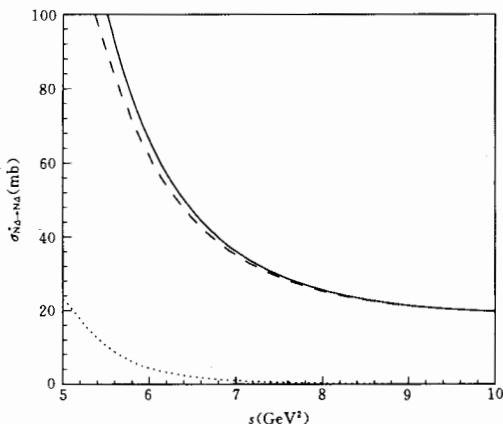


图2 直接图与交换图的贡献

——总数; - - - 直接; ······ 交换.

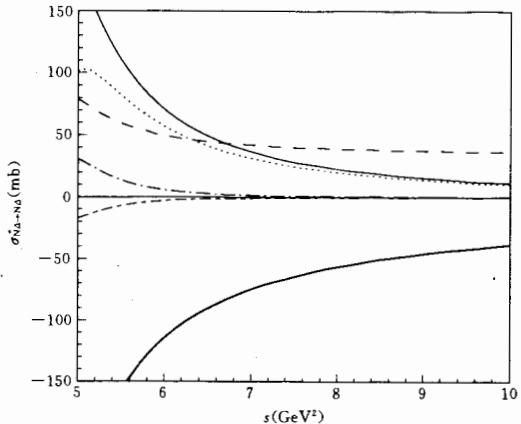


图3 不同介子的贡献

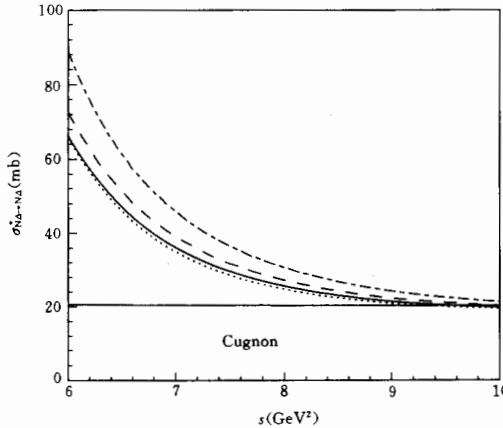
—— $\sigma$ ; - - -  $\omega$ ; ······  $\pi$ ;  
—  $\sigma + \omega$ ; - - -  $\sigma + \pi$ ; - - - -  $\omega + \pi$ .

图4 不同能量密度下的有效 NΔ 弹性散射截面

· - -  $\rho = 0$ ; - - -  $\rho = 0.5\rho_0$ ;  
—  $\rho = \rho_0$ ; ······  $\rho = 2\rho_0$ .

时(相当于  $\Delta$  入射动能  $E_K^\Delta \sim 2.2\text{GeV}$ ), 我们计算的有效截面与 Cugnon 参数化的自由 NN 散射截面相趋近, 这似乎说明有效截面与 Cugnon 参数化的结果在 AGS 能区相趋近。但在 SIS 能区, 有效截面与 Cugnon 参数化的结果相差很大, 因此有必要考虑  $N\Delta$  弹性散射截面的介质效应。需要指出的是, 在这些计算中没有考虑介质的屏蔽效应。因此上述结果只能作为初步探讨。总的来讲, 我们计算的有效截面在高能部分与  $G$  矩阵<sup>[11]</sup>的计算结果相一致, 文献[11]中有效截面在低能时的衰变由泡利效应引起, 在本文的计算中没有考虑, 但将包含在 BUU 程序中。

#### 4 核内 $N\Delta$ 非弹性散射截面

前面已经指出, 考虑宽度后  $\Delta$  粒子的中心质量  $\langle M_\Delta \rangle$  是能量依赖的。对于  $N\Delta$  非弹性散射截面来说, 它的末态是  $\Delta\Delta$  系统, 由于能量守恒, (9)式中的积分上限应是  $\sqrt{s}/2$ , 我们定义与之相对应的  $\Delta$  粒子中心质量为  $\langle M_d \rangle$ 。从图 1 可以看出, 在低能时  $\langle M_d \rangle$  与  $\langle M_\Delta \rangle$  相差很大。由于在文献[1]中推导的  $\Delta$  粒子 BUU 方程没有区分  $\langle M_d \rangle$  与  $\langle M_\Delta \rangle$ , 如果让  $\langle M_d \rangle = \langle M_\Delta \rangle$  并应用文献[1]的公式计算  $\sigma_{N\Delta \rightarrow \Delta\Delta}^A$ , 则阈能会变得很大 ( $E_K^\Delta \approx 0.7\text{GeV}$ ), 这是不合理的(图 5 给出计算结果)。为此, 通过区分入射和出射  $\Delta$  粒子的质量, 我们重新推导了  $\sigma_{in}^A(s, t)$  的解析表达式

$$\sigma_{\text{in}}^{\Delta}(s, t) = \frac{1}{16\pi^2 s} (g_{\Delta\Delta}^{\pi})^2 (g_{\Delta N}^{\pi})^2 \left[ \frac{s(s-4m_d^{*2})}{(s-m_d^{*2}-m_{\Delta}^{*2})^2 - 4m_d^{*2}m_{\Delta}^{*2}} \right]^{1/2} [D(s, t) + (s, t \leftrightarrow u)], \quad (11)$$

其中

$$D(s, t) = \frac{5(m_{\Delta}^{*2} + m_d^{*2})^2}{54m_{\Delta}^{*2}m_d^{*4}(t - m_{\pi}^2)^2} [(m_{\Delta}^{*2} + m_d^{*2} - m_{\Delta}^{*2}m_d^{*2} - t)^2 + 9m_{\Delta}^{*2}m_d^{*2}] \\ [(m_{\Delta}^{*2} - m_d^{*2})^2 - t][(m_d^{*2} - m^{*2})^2 - t][(m^{*2} + m_d^{*2})^2 - t]^2, \quad (12)$$

$$t = \frac{1}{2} (m_{\Delta}^{*2} + 2m_d^{*2} + m^{*2} - s) + 2|\mathbf{P}| |\mathbf{P}_3| \cos\theta, \quad (13)$$

$$u = m_{\Delta}^{*2} + 2m_d^{*2} + m^{*2} - s - t, \quad (14)$$

$$|\mathbf{P}| = \frac{1}{2\sqrt{s}} \sqrt{(s - m^{*2} - m_{\Delta}^{*2})^2 - 4m^{*2}m_{\Delta}^{*2}}, \quad (15)$$

$$|\mathbf{P}_3| = \frac{1}{2} \sqrt{s - 4m_d^{*2}}. \quad (16)$$

这里  $m_d^*$  表示将(7)式中的  $\langle M_{\Delta} \rangle$  换成  $\langle M_d \rangle$ . 在(11)式中忽略了交换图的贡献, 从图 5 可以看出交换图对  $N\Delta \rightarrow \Delta\Delta$  散射截面几乎没有效应.

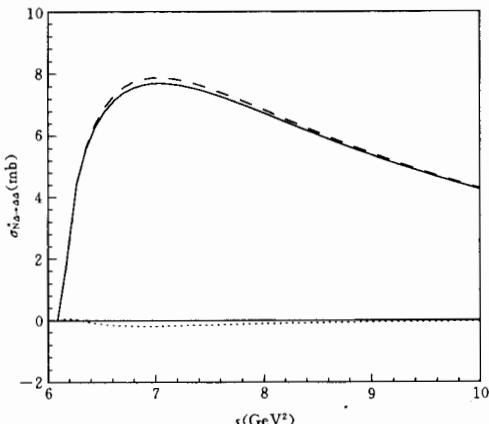


图 5 直接图与交换图的贡献

计算中应用文献[1]的公式。

—总数; - - - 直接; ····· 交换.

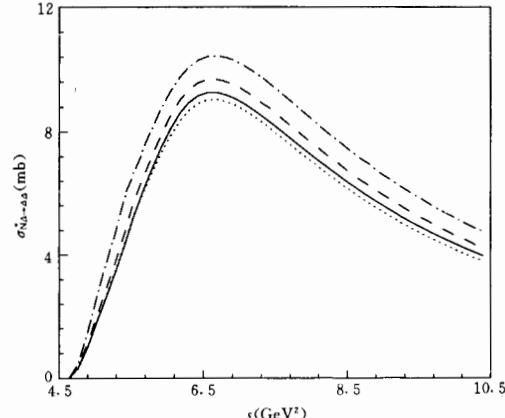


图 6 不同能量、密度下的有效  $N\Delta$  非弹性散射截面

- - -  $\rho=0$ ; - - -  $\rho=0.5\rho_0$ ; —  $\rho=\rho_0$ ;

·····  $\rho=2\rho_0$ .

应用公式(11)–(16)计算了不同能量、密度下的核内  $N\Delta$  非弹性散射截面, 图 6 给出计算结果. 与弹性截面一样, 非弹性截面随密度的增加而下降, 总的来讲密度依赖不是很强,  $\sigma_{N\Delta \rightarrow \Delta\Delta}^*$  大概是  $\sigma_{NN \rightarrow N\Delta}^*$  的一半, 因此在重离子反应中不如后者显得重要.

## 5 总结与展望

在  $\Delta$  粒子分布函数所满足的、自洽的相对论 BUU 方程框架内研究了核内  $N\Delta$  弹性

和非弹性散射截面的介质效应，结果表明， $N\Delta$  弹性和非弹性散射截面随密度的增加而下降。在高能( $E_k^A > 2.2 \text{ GeV}$ )时，我们计算的有效  $N\Delta$  弹性散射截面与 Cugnon 参数化的自由 NN 弹性散射截面相趋近，但在低能( $E_k^A < 2 \text{ GeV}$ )时两者相差很大，说明在 SIS 能区有必要考虑， $N\Delta$  散射截面的介质效应。所得到的  $N\Delta$  非弹性散射截面大概是 NN 非弹性散射截面的一半。在本文的计算中没有包含介质的屏蔽效应，在文献[5] 中已指出介质对介子的屏蔽效应对有效截面在高密度时的行为有很大影响，因此有必要作进一步的研究，这方面的工作正在进行之中。

### 参 考 文 献

- [1] 茅广军、李祝霞、卓益忠，高能物理与核物理，**20**(1996)826.
- [2] R. Averbeck, R. Holtzmann *et al.*, GSI Sci. Rep., (1994)80.
- [3] W. Ehehalt, W. Cassing *et al.*, *Phys. Rev.*, **C47**(1993)R2467; M. Hofmann, R. Mattiello *et al.*, *A566*(1994)15c.
- [4] 茅广军、李祝霞、卓益忠等，高能物理与核物理，**18**增刊(1994)56.
- [5] 茅广军、李祝霞、卓益忠等，高能物理与核物理，**19**(1995)540; **19**(1995)628.
- [6] Guangjun Mao, Zhuxia Li, Yizhong Zhuo *et al.*, *Phys. Rev.*, **C49**(1994)3137.
- [7] S. A. Moszkowski, *Phys. Rev.*, **D9**(1974)1613.
- [8] Y. Kitazoe, M. Sano, H. Toki *et al.*, *Phys. Lett.*, **B166**(1986)35.
- [9] B. J. VerWest, R. A. Arndt, *Phys. Rev.*, **C25**(1982)1979.
- [10] J. Cugnon, T. Mizutani, J. Vandermeulen, *Nucl. Phys.*, **A352**(1981)505.
- [11] B. ter Haar, R. Malfliet, *Phys. Rev.*, **C36**(1987)1611.

## In-medium Nucleon- $\Delta$ Scattering Cross Sections

Mao Guangjun

(Institute of Theoretical Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Li Zhuxia Zhuo Yizhong

(China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413)

Received 4 October 1995

### Abstract

The medium effects on the nucleon- $\Delta$  elastic and inelastic scattering cross sections are investigated within the framework of self-consistent relativistic Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck approach. The results show that at SIS energy range the in-medium cross sections deviate substantially from the Cugnon's parametrization. So, the medium effects must be taken into account.

**Key words** relativistic BUU, in-medium N- $\Delta$  elastic scattering cross section, in-medium N- $\Delta$  inelastic scattering cross section.