第20卷 第10期　高 能 物 理 与 核 物 理　Vol.20, No.10
1996年 10月　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　Oct., 1996

B^0衰变中*CP*不对称性的重新估算

朱 国 怀

(中国科技大学少年班　合肥　230026)

1995-11-09收稿

摘　　要

用振幅比值的方法，对末态为*CP*本征态的B_d^0和B_s^0介子衰变道可能的*CP*不对称性进行计算，并发现除了众所周知的$B_d^0\to\psi K_s$外，$B_d^0\to D^+D^-$也极有希望在10^7事例数附近观测到*CP*破坏. 并讨论了计算结果的可靠性.

关键词　B^0介子，*CP*破坏，标准模型.

1　引　　言

到目前为止，只在$K^0-\overline{K}^0$混合态中观察到了*CP*破坏. 但是，许多人[1]均指出$B^0-\overline{B}^0$系统衰变很可能存在大的*CP*破坏. 已有许多文章利用标准模型对B^0介子各种衰变道的可能的*CP*破坏程度做了计算[2]. 但当时B^0介子衰变的实验数据还很少，KM矩阵的参数值也不精确. 近年来大量实验较精确地获得了KM矩阵的参数值，使得重新对某些B^0介子衰变道的*CP*破坏程度进行计算变得有必要和有意义.

本文主要考虑B^0介子衰变成两体强子末态，且末态为*CP*本征态，即$CP|f\rangle=\pm|f\rangle$. 我们采用振幅比值的方法而免于计算复杂的衰变振幅[2,3]，并且这种振幅比值法计算的*CP*不对称性在末态为*CP*本征态时是可靠的，不受末态相互作用的影响. 我们发现最有希望观测到*CP*破坏的衰变道除了众所周知的$B_d^0\to\psi K_s$外，还有$B_d^0\to D^+D^-$.

2　计　　算

在标准模型中，KM矩阵为:

$$V=\begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{bmatrix}.$$

采用 Wolfenstein 参数[4]表示，保留到λ^4项有:

$$V_{\mathrm{W}}=\begin{bmatrix} 1-\frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & A\lambda^3(\rho-\mathrm{i}\eta) \\ -\lambda & 1-\frac{1}{2}\lambda^2-\mathrm{i}\eta A^2\lambda^4 & A\lambda^2(1+\mathrm{i}\eta\lambda^2) \\ A\lambda^3(1-\rho-\mathrm{i}\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{bmatrix},$$

由于相因子的任意性，取 $CP|B^0\rangle=|\overline{B}^0\rangle$，则物理本征态为

$$|B_{\mathrm{L}}\rangle=P|B^0\rangle+q|\overline{B}^0\rangle,$$
$$|B_{\mathrm{H}}\rangle=P|B^0\rangle-q|\overline{B}^0\rangle;$$

相应的本征值为 $\lambda_{\mathrm{H,L}}=m_{\mathrm{H,L}}-\mathrm{i}\gamma_{\mathrm{H,L}}/2$，这里 L, H 分别表示轻的和重的．由文献[5]有:

$$\frac{p}{q}=\left[\frac{M_{12}-\mathrm{i}\Gamma_{12}/2}{M_{12}^*-\mathrm{i}\Gamma_{12}^*/2}\right]^{1/2}.$$

若初始态为纯 B^0 介子，在 t 时刻演化为:

$$|B_{\mathrm{phys}}^0(t)\rangle=f_+(t)|B^0\rangle+\frac{q}{p}f_-(t)|\overline{B}^0\rangle,$$

而初始态为纯 $\overline{\mathrm{B}}^0$ 介子，在 t 时刻演化为

$$|\overline{B}_{\mathrm{phys}}^0(t)\rangle=\frac{p}{q}f_-(t)|B^0\rangle+f_+(t)|\overline{B}^0\rangle,$$

其中 $f_+(t)=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\lambda_{\mathrm{L}}t}+\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\lambda_{\mathrm{H}}t})$，$f_-(t)=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\lambda_{\mathrm{L}}t}-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\lambda_{\mathrm{H}}t})$．考虑衰变末态 f 为 CP 本征态，即 $CP|f\rangle=\pm|f\rangle$，定义

$$x=\frac{A(\overline{\mathrm{B}}^0\to\mathrm{f})}{A(\mathrm{B}^0\to\mathrm{f})}.$$

由于 B^0 介子的短寿命，我们考虑时间累积效应，因此定义[6]

$$C_{\mathrm{f}}=\frac{\Gamma(\mathrm{B}_{\mathrm{phys}}^0\to\mathrm{f})-\Gamma(\overline{\mathrm{B}}_{\mathrm{phys}}^0\to\mathrm{f})}{\Gamma(\mathrm{B}_{\mathrm{phys}}^0\to\mathrm{f})+\Gamma(\overline{\mathrm{B}}_{\mathrm{phys}}^0\to\mathrm{f})}.$$

在本文中假定 $|A(\mathrm{B}^0\to\mathrm{f})|=|A(\overline{\mathrm{B}}^0\to\mathrm{f})|$，这样有 $|x|=1$，经过冗长的推导，有[6]

$$C_{\mathrm{f}}=\frac{\left(\left|\frac{q}{p}\right|^2-\left|\frac{p}{q}\right|^2\right)(1-a)+2y\mathrm{Re}\left(\frac{q}{p}x-\frac{p}{qx}\right)-2aZ\mathrm{Im}\left(\frac{q}{p}x-\frac{p}{qx}\right)}{2(1+a)+\left(\left|\frac{q}{p}\right|^2+\left|\frac{p}{q}\right|^2\right)(1-a)+2y\mathrm{Re}\left(\frac{q}{p}x+\frac{p}{qx}\right)-2aZ\mathrm{Im}\left(\frac{q}{p}x+\frac{p}{qx}\right)},$$

其中 $Z=\frac{\Delta M}{\Gamma}$，$y=\frac{\Delta\Gamma}{2\Gamma}$，$a=\frac{1-y^2}{1+Z^2}$．又因为[7] $\frac{q}{p}=\frac{\xi_t^*}{\xi_t}\left[1+O\left[\left(\frac{m_c}{m_t}\right)^2\right]\right]$，其中 $\xi_t=V_{tb}V_{t\alpha}^*$，$\alpha=\mathrm{d}$ 或 s．所以 $\left|\frac{q}{p}\right|\simeq1$，代入 C_{f} 表达式化简得

$$C_f \simeq \frac{-2aZ\mathrm{Im}\lambda}{(1+a)+(1-a)+2y\mathrm{Re}\lambda} + O\left[\left(\frac{m_c}{m_t}\right)^2\right] \simeq \frac{-aZ\mathrm{Im}\lambda}{1+y\mathrm{Re}\lambda},$$

其中 $\lambda \simeq \frac{\xi_t^*}{\xi_t} x$. 又因为 $y = \frac{\Delta\Gamma}{2\Gamma} \ll 1$, 所以近似有:

$$C_f \simeq -aZ\mathrm{Im}\lambda \simeq -\frac{Z}{1+Z^2}\mathrm{Im}\lambda.$$

由最近的实验数据[8], 有 $Z_d = 0.76 \pm 0.06$. 而 $B_s^0 - \overline{B}_s^0$ 混合参数最可能的值为[8]: $Z_S \simeq 20$, 所以有:

$$C_{f_d} \simeq -0.482\ \mathrm{Im}\lambda, \qquad C_{f_s} \simeq -0.05\ \mathrm{Im}\lambda.$$

假定真空中 $q\overline{q}$ 对产生的几率比为: $u\overline{u} : d\overline{d} : s\overline{s} = 2:2:1$ 因而产生 $B_x B_u^{\pm}$ 的可能性为[9]:

$$\sigma(B_s B_u^{\pm}) = \frac{2}{25}, \qquad \sigma(B_d B_u^{\pm}) = \frac{4}{25}.$$

要获得三倍标准差的结果需要的 $b\overline{b}$ 事例数为[6]

$$N_{b\overline{b}} = 9\frac{1}{C_f^2}\ \frac{1}{\sigma(B_\alpha B_u^{\pm})B(f+\overline{f})}\varepsilon,$$

其中 ε 是粒子探测效率的倒数. $B(f+\overline{f}) \simeq 2B(B_{\alpha\mathrm{pure}}^0 \to f)$. 各粒子探测效率取值见表 1.

表 1　各粒子的探测效率

粒　子	探测效率 (%)	粒　子	探测效率 (%)
$D^{\pm}$, D^0, $\overline{D}^0$	20	η	60
K^0	33	$F^{\pm}$	3
π^0, $\pi^{\pm}$	100	ϕ	50
$K^{\pm}$	100	ψ	14

由文献 [8], 等式 (1) 中各参数值取为:

$$\lambda = 0.2205 \pm 0.0018,\ A = 0.80 \pm 0.12,\ \rho = -0.12,\ \eta = 0.34.$$

由以上分析, 可得表 2, 表 3. 表 3 中分支比 $B(B_{\mathrm{phys}}^0 \to f)$ 的获得有若干种途径: 若实验上已测 到, 则利用实验数据, 或由文献 [10] 给出, 其余的利用文献 [6] 给出的方法估算. 对 Penguin 图的贡献也用文献 [6] 的方法估算.

例如:

$$\frac{\Gamma_{\mathrm{pen}}(B_d \to \pi\pi)}{\Gamma_{O\pm}(B_d \to \pi\pi)} \sim 5C_P^2\left|\frac{V_{tb}V_{td}}{V_{ub}V_{ud}}\right|^2 \ll 1.$$

其中 $C_P \simeq 0.05$ [11]. 若 $\Gamma_{\mathrm{pen}}(B_\alpha \to f) \gg \Gamma_{o\pm}(B_\alpha \to f)$, 则利用实验上已知的分支比, 例如 $\Gamma(B_d \to D^-\pi^+)$ 有

表 2

B→f	Imλ	Reλ
$B_d^0\to\pi^+\pi^-$, π^0K_s, K^+K^-, ηK_s ($\bar{b}\to\bar{u}u\bar{d}$, $\bar{u}u\bar{s}$)	$\frac{-2\eta(\rho-\rho^2-\eta^2)}{(\rho-\rho^2-\eta^2)^2+\eta^2}$	$\frac{(\rho-\rho^2-\eta^2)^2-\eta^2}{(\rho-\rho^2-\eta^2)^2+\eta^2}$
$B_d^0\to\psi\phi$, D^+D^-, $D_s^+D_s^-$, ψK_s ($\bar{b}\to\bar{c}c\bar{d}$, $\bar{c}c\bar{s}$)	$\frac{-2\eta(1-\rho-\lambda^2+2\rho\lambda^2)}{(1-\rho)^2+\eta^2}$	$\frac{(1-\rho)^2-\eta^2}{(1-\rho)^2+\eta^2}$
$B_d^0\to\phi K_s$, π^0K_s, ηK_s ($\bar{b}\to\bar{s}$)	$\frac{-2\eta(1-\rho)}{(1-\rho)^2+\eta^2}$	$\frac{(1-\rho)^2-\eta^2}{(1-\rho)^2+\eta^2}$
$B_s^0\to\pi^+\pi^-$, π^0K_s, K^+K^- ($\bar{b}\to\bar{u}u\bar{d}$, $\bar{u}u\bar{s}$)	$\frac{-2\rho\eta}{\rho^2+\eta^2}$	$\frac{\rho^2-\eta^2}{\rho^2+\eta^2}$
$B_s^0\to\psi K_s$, $\psi\phi$, $D_s^+D_s^-$, D^+D^- ($\bar{b}\to\bar{c}c\bar{d}$, $\bar{c}c\bar{s}$)	$\frac{2\eta\lambda^2}{1-\lambda^2}$	1
$B_s^0\to\phi K_s$ ($\bar{b}\to\bar{d}$)	$\frac{2\eta(1-\rho)}{(1-\rho)^2+\eta^2}$	$\frac{(1-\rho)^2-\eta^2}{(1-\rho)^2+\eta^2}$

表 3

Case	$B_\alpha\to f$	C_f	$B(B^0_{\alpha pure}\to f)$	$N_{b\bar{b}}$
B_d^0: $\bar{b}\to\bar{u}u\bar{d}$	$\pi^+\pi^-$	−0.460	$<2.9\times10^{-5}$ (exp)	$>4.5\times10^6$
$\bar{u}u\bar{s}$	π^0K_s		2.3×10^{-7}	1.8×10^9
	K^+K^-		$<7\times10^{-6}$ (exp)	$>1.9\times10^7$
	ηK_s		7.5×10^{-8}	8.8×10^9
$\bar{b}\to\bar{c}c\bar{d}$	$\psi\phi$	0.254	1×10^{-5}	6.3×10^8
	D^+D^-		5×10^{-4} (stech)	2.2×10^7
$\bar{c}c\bar{s}$	$D_s^+D_s^-$		4×10^{-4}	1.2×10^9
	ψK_s		4×10^{-4} (exp)	2.3×10^7
$\bar{b}\to\bar{s}$	ϕK_s	0.268	2×10^{-5}	1.2×10^8
	π^0K_s		1×10^{-5}	1.2×10^8
	ηK_s		3.3×10^{-6}	6.7×10^8
B_s^0: $\bar{b}\to\bar{u}u\bar{d}$	$\pi^+\pi^-$	−0.032	8.9×10^{-7}	6.3×10^{10}
	π^0K_s		4.4×10^{-6}	3.7×10^{10}
$\bar{u}u\bar{s}$	K^+K^-		8.9×10^{-7}	6.2×10^{10}
$\bar{b}\to\bar{c}c\bar{d}$	ψK_s	−0.002	2.0×10^{-5}	1.5×10^{13}
$\bar{c}c\bar{s}$	$\psi\phi$		3.0×10^{-3}	6.7×10^{10}
	$D_s^+D_s^-$		7.9×10^{-3}	2.0×10^{12}
	D^+D^-		9.8×10^{-3}	3.5×10^{10}
$\bar{b}\to\bar{d}$	ϕK_s	−0.028	1.3×10^{-6}	3.3×10^{11}

注: (exp) 表示数据由实验测出, (Stech) 表示数据由文献 [10] 给出.

$$\frac{\Gamma_{pen}(B_d\to\phi K_S)}{\Gamma_{O\pm}(B_d\to D^-\pi^+)}\simeq 5C_P^2\frac{1}{2}\left|\frac{V_{tb}V_{ts}}{V_{cb}V_{ud}}\right|^2,$$

而对 B_S^0 介子，有

$$\frac{B(B_S\to\phi K_S)}{B(B_d\to\phi K_S)}\simeq\left|\frac{V_{tb}V_{td}}{V_{tb}V_{ts}}\right|^2,$$

由此可以算出各种可能的衰变道的分支比.

3 讨　论

在本文中我们取 $(\rho,\eta)=(-0.12,\ 0.34)$，但由文献[8]，$(\rho,\ \eta)$ 的可能的取值范围是相当大的，详见表 4[8]. 由表 2 可知：除了$\bar{b}\to\bar{u}u\bar{s}$ 或$\bar{u}u\bar{d}$ 外，其它衰变道的不对称性 C_f 对ρ 不敏感，近似有 $C_f\propto\eta$. 而 η 的取值范围由表 4 为 $0.18\leqslant\eta\leqslant 0.34$，变化并不大，由此可以认为这些计算结果在数量级上是可靠的. 而对 $B_S^0\to\pi^+\pi^-$，π^0K_S，K^+K^-，由表 4 取不同 $(\rho,\ \eta)$ 值计算可知：

表 4　$(\rho,\ \eta)$ 的取值

$f_{Bd}\sqrt{\hat{B}_{Bd}}$ (MeV)	$(\rho,\ \eta)$	x_{min}	$f_{Bd}\sqrt{\hat{B}_{Bd}}$ (MeV)	$(\rho,\ \eta)$	x_{min}
140	(−0.36, 0.18)	0.33	200	(−0.04, 0.33)	0.13
150	(−0.32, 0.21)	7.6×10^{-2}	210	(0.03, 0.33)	8.5×10^{-2}
160	(−0.28, 0.24)	1.1×10^{-3}	220	(0.09, 0.33)	2.8×10^{-2}
170	(−0.23, 0.27)	2.4×10^{-2}	230	(0.15, 0.33)	4.5×10^{-5}
180	(−0.17, 0.29)	8.0×10^{-2}	240	(0.21, 0.33)	4.4×10^{-2}
190	(−0.11, 0.32)	0.12	250	(0.25, 0.33)	0.18

$$0.01\leqslant|C_f|\leqslant 0.05,$$

考虑到 Z_S 的不确定性，我们可以有把握地肯定 $|C_f|\leqslant 0.1$，也就是说，最乐观的情况下，$B_S^0\to\pi^+\pi^-$，π^0K_S，K^+K^- 要观测到 CP 不守恒所需事例数将大于10^9 个. 因此 B_S^0 衰变中要观测到 CP 不对称将比 B_d^0 困难得多. 而对 $B_d^0\to\pi^+\pi^-$，π^0K_S，K^+K^-，ηK_S，由表 4 计算发现 C_f 的不确定性相当大，为

$$0<|C_f|\leqslant 0.5,$$

所以对这几个衰变道的计算结果只具有参考价值，但可以肯定的是：表 3 中对这些衰变道计算出的 $N_{b\bar{b}}$ 基本上是下限，所以几乎不可能通过这些衰变道观测到 CP 不对称性.

我们发现，除了众所周知的 $B_d^0\to\psi K_S$ 外，$B_d^0\to D^+D^-$ 也极有希望观测到 CP 破坏. 而且如果实验家能有效提高 ψ 及 $D^\pm$ 粒子的探测效率，那么所需的 $N_{b\bar{b}}$ 甚至可能降至 $10^6\sim10^7$. 同时如果能大幅提高 $D_S^\pm$ 的探测效率，例如提高至 20%，则 $B_d^0\to D_S^+D_S^-$ 所需的 $N_{b\bar{b}}$ 也将降至 3×10^7 个，从而有希望观测到 CP 破坏.

作者感谢中科院高能物理所杜东生教授的耐心指导和对本文的仔细审阅.

参 考 文 献

[1] J. Ellis *et al.*, *Nucl. Phys.*, **B131** (1977) 285; ibid., **B132**(1978) 541; A. Ali, Z. Z. Aydin, *Nucl. Phys.*, **B148**(1979) 165; A. B. Carter, A. I. Sanda, *Phys. Rev. Lett.*, **45** (1980) 952; *Phys. Rev.*, **D23** (1981) 1567; I. I. Bigi, A. I. Sanda, *Nucl. Phys.*, **B193** (1981) 85; *Phys. Rev.*, **D29** (1984) 1393.
[2] D. S. Du, I. Dunietz, D. D. Wu, *Phys. Rev.*, **D34**(1986) 3414; I. Dunietz, J. L. Rosner, *Phys. Rev.*, **D34**(1986)1404; I. I. Bigi, A. I. Sanda, *Nucl. Phys.*, **B281** (1987) 41; ibid., **B193** (1981) 85.
[3] R. G. Sachs, Physics of Time Reversal (University of Chicago Press, Chicago).
[4] L. Wolfenstein, *Phys. Rev. Lett.*, **51** (1983) 1945.
[5] Dan-di Wu, *Phys. Lett.*, **B90** (1980) 451.
[6] D. S. Du, I. Dunietz, D. D. Wu, *Phys. Rev.*, **D34** (1986) 3414.
[7] A. B. Carter, A. I. Sanda, *Phys. Rev. Lett.*, **45** (1980) 952.
[8] A. Ali, D. London, Preprint CERN-TH. 7408 /94.
[9] I. I. Bigi, A. I. Sanda, *Nucl. Phys.*, **B193** (1981) 85.
[10] M. Neubert, V. Rieckert, B. Stech, Preprint HD-THEP-91-28.
[11] B. Guberina *et al.*, *Phys. Lett.*, **B90** (1980) 169; G. Eilam, J. P. Leveille, *Phys. Rev. Lett.*, **44** (1980) 1648.

Reestimate for *CP* Asymmetries in Decays of Neutral B-Flavored Mesons

Zhu Guohuai

(*Special Class for Gifted Young, University of Science and Technology of China, Hefei* 230026)

Received 9 November 1995

Abstract

The *CP* violating effects in partial-decay-rate asymmetries of the B_d^0 and B_s^0 systems are reestimated with the method of amplitude ratio. We concentrate on those hadronic final states which are *CP* eigenstates. We find that for testing *CP* violations, except the well known $B_d^0 \to \psi K_S$, the best decay is $B_d^0 \to D^+D^-$, which needs, for 3σ signature, 2.2×10^7 $b\bar{b}$ pairs.

Key words B^0 meson, *CP* violation, standard model.