第19卷 第9期 高能物理与核物理 Vol. 19, No. 9
1995年9月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Sep., 1995

过程 $e^+e^- \to J/\psi \to V+X(J^{PC})$, $X \to 3P$ 的矩分析*

张 霖 郁 宏 沈齐兴
(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

1995-01-16 收稿

摘 要

用推广的矩分析方法对过程 $e^+e^- \to J/\psi \to V+X(J^{PC}), X(J^{PC}) \to 3P$ 进行了研究,着重讨论了多态耦合的共振峰复杂结构,并由此得到了一些矩的关系式. 利用这些关系式,可以通过对实验数据的分析来确定宽共振峰的耦合模式,进而确定它们的质量,宽度,自旋等重要性质。

关键词 矩分析,自旋,宇称,宽共振态.

1 引 言

夸克模型和量子色动力学(QCD)预言,除了普通的 $q\bar{q}$ 介子之外,还应存在 $qq\bar{q}\bar{q}$ 四夸克态,胶子球(gg,ggg)以及 $q\bar{q}g$ 混杂态(hybrid). 尤其是胶子球和混杂态,它们的发现无疑是对 QCD 的一个强有力的支持.

近年来,在 J/ψ 的强子衰变和辐射衰变过程中,发现了一些令人很感兴趣的共振态[1](特别是胶子球候选者 $\iota/\eta(1440)$). 但是,对这些新的共振态的认识随着新的实验结果的提出而存在着许多疑问,它们的性质至今还不能完全确定下来. 例如, MARKIII 和 DM2 近期在对 $J/\psi \to \gamma K\bar{K}\pi$ 过程的进一步分析中发现,单个的 Breit-Wigner 曲线不能很好地拟合~1.44GeV 附近的共振峰, $K\bar{K}\pi$ 的不变质量谱是不对称的. 这说明在 ~1.44GeV 附近的共振峰中可能包含多个共振态. 为此, DM2[2] 对 1300—1550MeV 能区进行了分波分析,发现有三个共振态. 其中最主要的一个先衰变为 $a_0(980)\pi$, 是一个 0^{-+} 的态,第二个是 $J^{PC}=0^{-+}$ 的共振态,还有一个是 $J^{PC}=1^{++}$ 的态,它们均先衰变为 $K^*\bar{K}$. MARKIII[3] 也对 1350—1600MeV 能区进行了分波分析,虽然他们也得到了类似的三个共振态,但每个共振态的参数却与 DM2 的结果有较大的差异,如表 1、2 所示.

这样,在 1350—1600MeV 质量区域就有多个共振态相互迭加,呈现出十分复杂的结构. 对这个复杂结构的研究涉及到对 $\iota/\eta(1440)$ 性质的认识,以及寻找和确认胶子束缚

---

* 国家自然科学基金资助.

表 1　DM_2 的结果

耦合方式	M_X(MeV)	Γ_X(MeV)	分支比 $Br(J/\psi\to\gamma X)Br(X\to K\bar{K}\pi)$
$0^{-+}, a_0(980)\pi$	1459 ± 5	75 ± 9	$(1.78\pm.21\pm.33)\times10^{-3}$
$0^{-+}, K^*\bar{K}$	1421 ± 14	63 ± 18	$(.83\pm.13\pm.18)\times10^{-3}$
$1^{++}, K^*\bar{K}$	1462 ± 20	129 ± 41	$(.76\pm.15\pm.21)\times10^{-3}$

表 2　MARKIII 的结果

耦合方式	M_X(MeV)	Γ_X(MeV)	分支比 $Br(J/\psi\to\gamma X)Br(X\to K\bar{K}\pi)$
$0^{-+}, K^*\bar{K}$	1490^{+14+3}_{-8-16}	91^{+67+15}_{-31-38}	$(1.03^{+.21+.26}_{-.18-.19})\times10^{-3}$
$1^{++}, K^*\bar{K}$	1443^{+7+3}_{-6-2}	68^{+29+8}_{-18-9}	$(.87\pm.14^{+.14}_{-.11})\times10^{-3}$
$0^{-+}, a_0(980)\pi$	1416^{+8+7}_{-8-5}	54^{+37+13}_{-21-24}	$(.66^{+.17+.24}_{-.16-.15})\times10^{-3}$

态(胶子球和混杂态)，因此具有非常重要的意义。对于 $\theta/f_2(1720)$ 亦有类似的情况。所有这些疑问都有待于理论和实验的进一步分析才有可能给出一个令人信服的结论。而本文的目的就是要对～1440MeV 的复杂结构从理论上进行研究，为实验数据的分析提供依据。

在 $J/\psi \to \gamma X(J^{PC})$，$X \to K\bar{K}\pi$ 的过程中，$\iota/\eta(1440)$ 可以通过两种方式衰变到 $K\bar{K}\pi$ 末态：

1. 通过中间态

   a. $X(J^{PC}) \to a_0(980)\pi, a_0(980) \to K\bar{K}$.

   b. $X(J^{PC}) \to K^*\bar{K}, K^* \to K\pi$.

2. 直接的三体衰变[4]

   $X(J^{PC}) \to K\bar{K}\pi$.

目前，一般的测定共振态自旋-宇称的方法是利用角分布螺旋度形式。在 J/ψ 的衰变中，关于共振态三体衰变和二体级联衰变的角分布螺旋度形式已在文献[5]中给出。但是，对于过程的角分布用通常的最大似然法作数据分析来确定共振态的自旋和极化参数虽然比较简单，却有一个不足，即它只适用于与其他共振态明显分离的单个共振态。本文考虑三体末态，采用推广的矩分析法（GMA）来研究 $\iota/\eta(1440)$ 附近的共振峰结构。假设～1440MeV 共振峰中包含的态只有 0^{-+} 和 1^{++} 两种自旋-宇称量子数，则三态耦合方式可以有三个 0^{-+} 耦合，三个 1^{++} 耦合，两个 0^{-+} 和一个 1^{++} 耦合，以及一个 0^{-+} 和两个 1^{++} 耦合等四种可能。我们以两种耦合方式(0^{-+},0^{-+}和 1^{++} 三态耦合，以及三个 1^{++} 态耦合)为例，着重考察多态迭加的耦合模式。

具体内容是这样安排的：在第 2 部分，讨论了两个 0^{-+} 态和一个 1^{++} 态耦合的模式，在第 3 部分，讨论了三个 1^{++} 态的耦合情形。在第 4 部分，就得到的结果进行分析。

2　0^{-+},0^{-+} 和 1^{++} 态耦合情形

过程 $e^+e^- \to J/\psi \to V + X(J^{PC}), X(J^{PC}) \to 3P$（P 代表赝标介子）实际上包括以下

三个子过程:

$$
\begin{aligned}
&e^+e^- \to J/\psi,\\
&J/\psi \to V + X(J^{PC}),\\
&X(J^{PC}) \to P_1P_2P_3.
\end{aligned}
$$

各子过程的矩阵元分别为[6]:

$$
\begin{aligned}
&\langle \psi_{\lambda_J} | T_1 | e^+_r e^-_{r'} \rangle \sim e^{\lambda_J *}_{\mu} \bar{v}_r(\boldsymbol{p}_+)\gamma^{\mu} u_{r'}(\boldsymbol{p}_-),\\
&\langle V_{\lambda_V} X_{\lambda_X} | T_2 | \psi_{\lambda_J} \rangle \sim A_{\lambda_V,\lambda_X} D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_V-\lambda_X}(0,\theta_V,0),\\
&\langle P_1P_2P_3 | T_3 | X_{\lambda_X} \rangle \sim \sum_{\nu} F_{\nu}(\omega_1,\omega_2,\omega_3) D^{J*}_{\lambda_X,\nu}(\phi,\theta,\gamma).
\end{aligned}
\tag{1}
$$

其中 λ_J,λ_V 和 λ_X 分别为 J/ψ,矢量介子 V 和共振态 X 的螺旋度,A_{λ_V,λ_X} 是过程 $J/\psi \to V + X(J^{PC})$ 的螺旋度振幅。$F_{\nu}(\omega_1,\omega_2,\omega_3)$ 是过程 $X(J^{PC}) \to P_1P_2P_3$ 的衰变振幅,$\omega_1,\omega_2,\omega_3$ 分别是 P_1,P_2,P_3 的能量。$e^{\lambda_J}_{\mu}$ 为 J/ψ 的极化矢量,r 和 r' 分别为正电子和负电子的极化指标。

在写以上矩阵元时选取了如下坐标系:1. e^+e^- 质心系,并选取正电子的运动方向为 Z 轴,$\boldsymbol{p}_{e^-} \times \boldsymbol{p}_V$,的方向为 Y 轴;2. 共振态的静止系,选取共振态在 J/ψ 静止系中的运动方向为 Z' 轴,$\Omega = (\theta,\phi)$ 描述了共振态衰变平面法线方向在共振态静止系中的取向,γ 角描述了衰变平面绕其法线方向的转动。

在考虑多态耦合时,和文献[7]的处理方法一样,把包含在～1440MeV 附近的宽共振峰中的各共振态的质量和宽度作为待定参数,同时采取通常的处理三体衰变的方法,即将其中的两个粒子看成一个体系,并只考虑最低分波的贡献。

对于过程 $X(J^{PC}) \to 0^{-+} + 0^{-+} + 0^{-+}$,$J^{PC} = 0^{-+}$ 或 1^{++},我们假设前两个赝标介子的相对轨道角动量为 l_1(此处我们选取前两个赝标介子为一正反玻色子体系,如 $K\bar{K}$),该两个介子构成的体系与第三个赝标介子之间的轨道角动量为 l_2。由宇称守恒,电荷共轭守恒和角动量耦合法则,得到 l_1, l_2 的可能取值,见表 3:

表 3

	$J^{PC} = 0^{-+}$			$J^{PC} = 1^{++}$		
l_1 \ l_2	0	1	2	0	1	2
0	可				可	
1						
2			可		可	

这样,便可以找出各共振态衰变矩阵元和末态粒子动量的关系(见表 4)

表 4

	$X(0^{-+}) \to 0^{-+} + 0^{-+} + 0^{-+}$		$Y(1^{++}) \to 0^{-+} + 0^{-+} + 0^{-+}$	
l_2 \ l_1	0	2	0	2
0	无动量因子			
1			$\lvert \boldsymbol{p}_x \rvert$	$\lvert \boldsymbol{p}_x \rvert \lvert \boldsymbol{p}_s \rvert^2$
2		$\lvert \boldsymbol{p}_x \rvert^2 \lvert \boldsymbol{p}_s \rvert^2$		

其中，p_π 为在共振态X静止系中 π 介子或 $K\bar{K}$ 系统的动量大小，p_s 为 $K\bar{K}$ 系统静止系中 K（或 $\bar{K}$）介子的动量大小，

$$|p_\pi| = \frac{1}{2m}\sqrt{(m^2 - m_{K\bar{K}}^2 - m_\pi^2)^2 - 4m_{K\bar{K}}^2 m_\pi^2}$$

$$|p_s| = \frac{1}{2}\sqrt{m_{K\bar{K}}^2 - 4m_K^2}$$

其中，$m_{K\bar{K}}$ 为 $K\bar{K}$ 系统的不变质量，m 为共振态X的不变质量。为简单起见，我们略去 $l_i \geqslant 2$ 高分波的贡献，这样，对于 0^{-+} 态我们将考虑 l_1, l_2 均为 0 的情形，而对于 1^{++} 态我们将考虑 l_2 为 1，l_1 为 0 的情形。若考虑高分波，可按类似的方法来处理。

这里以 X，Z 代表 0^{-+} 态，以 Y 代表 1^{++} 态，与这三个态有关的过程的各子过程的矩阵元分别为：

对于 $X(0^{-+})$ 态：

$$\begin{aligned}&\langle V_{\lambda_V} X(0^{-+})|T_2|\psi_{\lambda_J}\rangle \sim |p_X| A_{\lambda_V,0} D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_V}(0,\theta_V,0),\\ &\langle P_1P_2P_3|T_3|X(0^{-+})\rangle \sim \sum_\nu C_\nu(\omega_1,\omega_2,\omega_3) D^{0*}_{0,\nu}(\phi,\theta,\gamma).\end{aligned} \tag{2}$$

对于 $Y(1^{++})$ 态：

$$\begin{aligned}&\langle V_{\lambda_V} Y_{\lambda_Y}(1^{++})|T_2|\psi_{\lambda_J}\rangle \sim B_{\lambda_V,\lambda_Y} D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_V-\lambda_Y}(0,\theta_V,0),\\ &\langle P_1P_2P_3|T_3|Y_{\lambda_Y}(1^{++})\rangle \sim |p_\pi| \sum_\nu F_\nu(\omega_1,\omega_2,\omega_3) D^{1*}_{\lambda_Y,\nu}(\phi,\theta,\gamma).\end{aligned} \tag{3}$$

对于 $Z(0^{-+})$ 态：

$$\begin{aligned}&\langle V_{\lambda_V} Z(0^{-+})|T_2|\psi_{\lambda_J}\rangle \sim |p_Z| E_{\lambda_V,0} D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_V}(0,\theta_V,0),\\ &\langle P_1P_2P_3|T_3|Z(0^{-+})\rangle \sim \sum_\nu K_\nu(\omega_1,\omega_2,\omega_3) D^{0*}_{0,\nu}(\phi,\theta,\gamma).\end{aligned} \tag{4}$$

在上述诸式中 $|p_X|, |p_Z|$ 分别为 X，Z 粒子在 J/ψ 静止系中的动量值。

考虑到宇称守恒，有如下关系式：

$$\begin{aligned}A_{\lambda_V,\lambda_X} &= \eta_X(-1)^{J_X} A_{-\lambda_V,-\lambda_X},\\ B_{\lambda_V,\lambda_Y} &= \eta_Y(-1)^{J_Y} B_{-\lambda_V,-\lambda_Y},\\ E_{\lambda_V,\lambda_Z} &= \eta_Z(-1)^{J_Z} E^{-}{}_{\lambda_V,-\lambda_Z},\\ C_\nu &= \eta_X(-1)^{\nu+1} C_\nu,\\ F_\nu &= \eta_Y(-1)^{\nu+1} F_\nu,\\ K_\nu &= \eta_Z(-1)^{\nu+1} K_\nu,\end{aligned}$$

其中 η_X, η_Y 和 η_Z 分别为X，Y和Z粒子的内禀宇称，J_X, J_Y 和 J_Z 分别为 X，Y 和 Z 的自旋。对于 $J^{PC} = 0^{-+}$ 和 $J^{PC} = 1^{++}$ 的情况得到独立的振幅数为(见表 5)：

表 5

$J_i^{\eta_i}$	独立的振幅 $A_{\lambda_V,\lambda_X}, B_{\lambda_V,\lambda_Y}, E_{\lambda_V,\lambda_Z}$	独立的振幅 C_ν, F_ν, K_ν
$X(0^-)$	A_{10}	C_0
$Y(1^+)$	B_{11}, B_{10}, B_{01}	F_+, F_-
$Z(0^-)$	E_{10}	K_0

只计及共振态粒子衰变平面的法线方向,积去γ角,亦不计及三个赝标介子的能量,则得到三态耦合的角分布为:

$$W(\theta_V,\Omega)\sim\int d\gamma d\omega_1 d\omega_2 \sum_{\substack{\lambda_J,\lambda_J',\lambda_X,\lambda_X'\\ \lambda_Y,\lambda_Y',\lambda_Z,\lambda_Z',\lambda_V}} I_{\lambda_J,\lambda_J'}$$

$$\{a\sqrt{(2J_X+1)}\langle P_1P_2P_3|T_3|X_{\lambda_X}\rangle\langle V_{\lambda_V}X_{\lambda_X}|T_2|\psi_{\lambda_J}\rangle$$
$$+b\sqrt{(2J_Y+1)}\langle P_1P_2P_3|T_3|Y_{\lambda_Y}\rangle\langle V_{\lambda_V}Y_{\lambda_Y}|T_2|\psi_{\lambda_J}\rangle$$
$$+f\sqrt{(2J_Z+1)}\langle P_1P_2P_3|T_3|Z_{\lambda_Z}\rangle\langle V_{\lambda_V}Z_{\lambda_Z}|T_2|\psi_{\lambda_J}\rangle\} \tag{5}$$
$$\{a\sqrt{(2J_X+1)}\langle P_1P_2P_3|T_3|X_{\lambda_X'}\rangle\langle V_{\lambda_V}X_{\lambda_X'}|T_2|\psi_{\lambda_J'}\rangle$$
$$+b\sqrt{(2J_Y+1)}\langle P_1P_2P_3|T_3|Y_{\lambda_Y'}\rangle\langle V_{\lambda_V}Y_{\lambda_Y'}|T_2|\psi_{\lambda_J'}\rangle$$
$$+f\sqrt{(2J_Z+1)}\langle P_1P_2P_3|T_3|Z_{\lambda_Z'}\rangle\langle V_{\lambda_V}Z_{\lambda_Z'}|T_2|\psi_{\lambda_J'}\rangle\}^*.$$

其中

$$a=\frac{e^{i\alpha}}{(m^2-m_X^2+i\Gamma_X m_X)},$$
$$b=\frac{e^{i\beta}}{(m^2-m_Y^2+i\Gamma_Y m_Y)},$$
$$f=\frac{e^{i\rho}}{(m^2-m_Z^2+i\Gamma_Z m_Z)},$$

分别为与 X,Y,Z 三个共振态有关的 Breit-Wigner 函数,(m_X,Γ_X),(m_Y,Γ_Y) 和 (m_Z,Γ_Z) 分别为宽共振峰中三个态 X,Y 和 Z 的质量与宽度.

将过程的矩定义为:

$$M(jlm)=\sqrt{(2j+1)(2l+1)}\int\sin\theta_V d\theta_V\sin\theta d\theta d\phi \tag{6}$$
$$W(\theta_V,\Omega)D^j_{0,-m}(0,\theta_V,0)D^l_{m,0}(\phi,\theta,0).$$

利用上述各子过程的矩阵元,角分布公式,矩的定义式以及D函数和 C-G 系数的性质并完成所有的积分,我们可以将矩化简为:

$$M(jlm)\sim\sqrt{(2j+1)(2l+1)}\sum_{\substack{\lambda_J,\lambda_J',\lambda_V,\lambda_X,\lambda_X'\\ \lambda_Y,\lambda_Y',\lambda_Z,\lambda_Z',\nu}} I_{\lambda_J,\lambda_J'}$$

$$\{[|\boldsymbol{p}_X|^2|a|^2|A_{\lambda_V,0}|^2|G_0|^2+|\boldsymbol{p}_Z|^2|f|^2|E_{\lambda_V,0}|^2|H_0|^2$$
$$+2|\boldsymbol{p}_X||\boldsymbol{p}_Z|\mathrm{Re}(af^*G_0H_0^*A_{\lambda_V,0}E^*_{\lambda_V,0})]\langle j01\lambda_J'|1\lambda_J\rangle \tag{7}$$
$$\langle j-m1\lambda_V|1\lambda_V\rangle\langle lm00|00\rangle\langle l000|00\rangle$$
$$+|\boldsymbol{p}_x|^2|b|^2|R_\nu|^2B_{\lambda_V,\lambda_Y}B^*_{\lambda_V,\lambda_Y'}\langle j01\lambda_J'|1\lambda_J\rangle$$
$$\langle j-m1\lambda_V-\lambda_Y'|1\lambda_V-\lambda_Y\rangle\langle lm1\lambda_Y'|1\lambda_Y\rangle\langle l01\nu|1\nu\rangle\}.$$

其中:

$$|R_\nu|^2=2\pi\int d\omega_1 d\omega_2|F_\nu(\omega_1,\omega_2,\omega_3)|^2,$$

$$|G_0|^2=2\pi\int d\omega_1 d\omega_2|C_0(\omega_1,\omega_2,\omega_3)|^2,$$

$$|H_0|^2=2\pi\int d\omega_1 d\omega_2|K_0(\omega_1,\omega_2,\omega_3)|^2, \tag{8}$$

$$I_{\lambda_J,\lambda_J'}=\frac{1}{4}\sum_{r,r'}\langle\psi_{\lambda_1}|T_1|e_r^+e_{r'}^-\rangle\langle\psi_{\lambda_J\lambda_J'}|T_1|e_r^+e_{r'}^-\rangle^*. \tag{9}$$

在以上所选取的坐标系中有：

$$I_{\lambda_J,\lambda_J'}=2|\boldsymbol{p}_-|^2\delta_{\lambda_J,\lambda_J'}\delta_{\lambda_1,\pm1}. \tag{10}$$

从矩的化简式可以看到，0^{-+} 态 (X,Z) 和 1^{++} 态(Y)之间没有出现交叉项，因此并不存在干涉，但两个 0^{-+} 态之间出现了交叉项，它们会发生干涉。这是一个很重要的特点。这主要是因为由宇称守恒而得出 0^{-+} 态衰变到三个赝标介子只有 ν 取 0 的衰变振幅 $C_0(K_0)$，而 1^{++} 态却只有 ν 值取 ±1 的衰变振幅 $F_\pm$，它们在角分布公式中经过对 γ 角的积分后正交。

根据 C-G 系数的性质，从矩的化简式中可知，要使矩 $M(jlm)$ 不等于 0，j 和 l 都必须取偶数 0 或 2。在这种情况下我们求得如下六个矩：

$$\begin{aligned}
M(000)\sim{}&|a|^2|\boldsymbol{p}_X|^2|G_0|^2|A_{10}|^2+|f|^2|\boldsymbol{p}_Z|^2|H_0|^2|E_{10}|^2\\
&+2|\boldsymbol{p}_X||\boldsymbol{p}_Z|\mathrm{Re}(af^*G_0H_0^*A_{10}E_{10}^*)\\
&+|b|^2|\boldsymbol{p}_x|^2(|B_{11}|^2+|B_{10}|^2+|B_{01}|^2)(|R_+|^2+|R_-|^2),\\
M(020)\sim{}&\frac{\sqrt{5}}{10}|b|^2|\boldsymbol{p}_x|^2(|B_{11}|^2+|B_{01}|^2-2|B_{10}|^2)(|R_+|^2+|R_-|^2),\\
M(200)\sim{}&\frac{\sqrt{5}}{10}\{|a|^2|\boldsymbol{p}_X|^2|G_0|^2|A_{10}|^2+|f|^2|\boldsymbol{p}_Z|^2|H_0|^2|E_{10}|^2\\
&+2|\boldsymbol{p}_X||\boldsymbol{p}_Z|\mathrm{Re}(af^*G_0H_0^*A_{10}E_{10}^*)\\
&+|b|^2|\boldsymbol{p}_x|^2(|B_{10}|^2+|B_{01}|^2-2|B_{11}|^2)(|R_+|^2+|R_-|^2),\\
M(220)\sim{}&\frac{-1}{20}|b|^2|\boldsymbol{p}_x|^2(2|B_{11}|^2+2|B_{10}|^2-|B_{01}|^2)(|R_+|^2+|R_-|^2),\\
M(22\pm1)\sim{}&\frac{-3}{20}|b|^2|\boldsymbol{p}_x|^2(|R_+|^2+|R_-|^2)\mathrm{Re}(B_{11}B_{10}^*),\\
M(22\pm2)\sim{}&\frac{-3}{20}|b|^2(|R_+|^2+|R_-|^2)|B_{01}|^2.
\end{aligned} \tag{11}$$

将以上诸矩进行组合，我们得到如下的关系：

$$\begin{aligned}
2\sqrt{5}M(020)-20M(220)={}&3|b|^2|\boldsymbol{p}_x|^2|B_{11}|^2(|R_+|^2+|R_-|^2),\\
2M(000)+20M(220)={}&2|a|^2|\boldsymbol{p}_X|^2|G_0|^2|A_{10}|^2+2|f|^2|\boldsymbol{p}_Z|^2|H_0|^2|E_{10}|^2\\
&+4|\boldsymbol{p}_X||\boldsymbol{p}_Z|\mathrm{Re}(af^*G_0H_0^*A_{10}E_{10}^*)\\
&+3|b|^2|\boldsymbol{p}_x|^2|B_{01}|^2(|R_+|^2+|R_-|^2),\\
M(000)-2\sqrt{5}M(020)={}&|a|^2|\boldsymbol{p}_X|^2|G_0|^2|A_{10}|^2+|f|^2|\boldsymbol{p}_Z|^2|H_0|^2|E_{10}|^2\\
&+2|\boldsymbol{p}_X||\boldsymbol{p}_Z|\mathrm{Re}(af^*G_0H_0^*A_{10}E_{10}^*)\\
&+3|b|^2|\boldsymbol{p}_x|^2|B_{10}|^2(|R_+|^2+|R_-|^2),\\
M(000)-2\sqrt{5}M(200)={}&2\sqrt{5}M(020)-20M(220).
\end{aligned} \tag{12}$$

如果将以上各矩及矩的组合式中与态 Z 有关的振幅 E_{10} 取为 0，就得到一个 0^{-+} 态和一个 1^{++} 态的双态耦合结果．如果再取与 X 或 Y 态有关的振幅为 0，则也可得到单态的结

果(见附录 A).

3 三个 1^{++} 态的耦合

再以三个 1^{++} 态的耦合为例，简要讨论一下. 其角分布与在第二部分中的(5)式一样，a,b,f 的意义不变,所不同的是此处的态 X 和 Z 均是 1^{++} 态. 与这三个 1^{++} 态有关的各过程的矩阵元分别为:

对于 X(1^{++}) 态:

$$\langle V_{\lambda_V}X_{\lambda_X}(1^{++})|T_2|\psi_{\lambda_J}\rangle \sim A_{\lambda_V,\lambda_X}D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_V-\lambda_X}(0,\theta_V,0), \tag{13}$$

$$\langle P_1P_2P_3|T_3|X_{\lambda_X}(1^{++})\rangle \sim |\boldsymbol{p}(X)_\pi|\sum_\nu F_{X\nu}(\omega_1,\omega_2,\omega_3)D^{1*}_{\lambda_X,\nu}(\phi,\theta,\gamma).$$

对于 Y(1^{++}) 态:

$$\langle V_{\lambda_V}Y_{\lambda_Y}(1^{++})|T_2|\psi_{\lambda_J}\rangle \sim B_{\lambda_V,\lambda_Y}D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_V-\lambda_Y}(0,\theta_V,0),$$

$$\langle P_1P_2P_3|T_3|Y_{\lambda_Y}(1^{++})\rangle \sim |\boldsymbol{p}(Y)_\pi|\sum_\nu F_{Y\nu}(\omega_1,\omega_2,\omega_3)D^{1*}_{\lambda_Y,\nu}(\phi,\theta,\gamma). \tag{14}$$

对于 Z(1^{++}) 态:

$$\langle V_{\lambda_V}Z_{\lambda_Z}(1^{++})|T_2|\psi_{\lambda_J}\rangle \sim E_{\lambda_V,\lambda_Z}D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_V}(0,\theta_V,0), \tag{15}$$

$$\langle P_1P_2P_3|T_3|Z_{\lambda_Z}(1^{++})\rangle \sim |\boldsymbol{p}(Z)_\pi|\sum_\nu F_{Z\nu}(\omega_1,\omega_2,\omega_3)D^{1*}_{\lambda_Z,\nu}(\phi,\theta,\gamma).$$

这样,由宇称守恒得到各独立的振幅:

表 6

J^P_X	独立的振幅 $A_{\lambda_V,\lambda_X},B_{\lambda_V,\lambda_Y},E_{\lambda_V,\lambda_Z}$	独立的振幅 $F_{X\nu},F_{Y\nu},F_{Z\nu}$
X(1^+)	A_{11},A_{10},A_{01}	F_{X+},F_{X-}
Y(1^+)	B_{11},B_{10},B_{01}	F_{Y+},F_{Y-}
Z(1^+)	E_{11},E_{10},E_{01}	F_{Z+},F_{Z-}

根据角分布和矩的定义，与第二部分同样的步骤我们可求得相应的矩以及矩的关 系 式. (见附录 B)

4 讨 论

综合单态和多态耦合的情形来考虑. 从(11)式可以看到，对于两 个 0^{-+} 和一个 1^{++} 耦合的情况，0^{-+} 和 1^{++} 态之间没有干涉,但两个 0^{-+} 态之间却有干涉. 显然在考虑 0^{-+} 和 1^{++} 双态耦合时,矩的值只是 0^{-+} 和 1^{++} 态的简单迭加. 从以上诸式中还知道，0^{-+} 态只对矩 $M(000)$ 和 $M(200)$ 有贡献,而 1^{++} 态对所有的矩都有贡献.

对于多态干涉的情形在实验上处理起来不会象单态那么简单，但可以根据矩的一些特点作出如下判断:

4.1　两个 0^{-+} 和一个 1^{++} 态耦合

如果实验上测得不等于 0 的矩多于两个，则说明 $\iota/\eta(1440)$ 附近的共振结构中至少含有 1^{++} 态，但不能据此得出该共振结构是否必定含有 0^{-+} 态的结论，因为 1^{++} 态也对矩 $M(000)$，$M(200)$ 有贡献．(12)式的第二、三式中，0^{-+} 和 1^{++} 态均有贡献，因此也不能从这些矩的组合式中判断 0^{-+} 态的存在，除非与 1^{++} 态有关的螺旋度振幅 $|B_{10}|^2$ 或 $|B_{01}|^2$ 等于 0．从(11)式也得不到只包含与 0^{-+} 有关的振幅的矩的关系式，但是因为 0^{-+} 态对 $M(000)$，$M(200)$ 有贡献，所以可以利用这两个矩的实验值用 1^{++} 单峰情形的矩和 1^{++}、0^{-+} 双态耦合情形下的矩分别去拟合实验数据，对这两种拟合结果进行比较．如果 ～1400MeV 附近的共振结构含有 0^{-+} 态，则用耦合情形的矩拟合的效果将会好些．由此，可以判断 0^{-+} 的存在．

在确定 0^{-+} 态存在的情况下，可进一步判断是两个 0^{-+} 和一个 1^{++} 的耦合还是一个 0^{-+} 和一个 1^{++} 的耦合．与上面的方法类似，分别用这两种耦合模式的矩去拟合实验数据并比较拟合结果，便可确定是哪一种耦合方式占优．

在拟合时，注意到 0^{-+} 态和 1^{++} 态之间无干涉，所以可以挑选 0^{-+} 态无贡献的矩，先拟合出 1^{++} 态的参数，然后将这些参数代入矩 $M(000)$，$M(200)$ 中，再拟合出 0^{-+} 态的参数．

如果共振结构是单峰的话，利用矩本身的特点和组合式，很容易区分 0^{-+} 态和 1^{++} 态．同时，可以用矩的值求出螺旋度振幅比．如对于 $J^{PC}=1^{++}$：

$$x^2 = \frac{|A_{11}|^2}{|A_{10}|^2} = \frac{M(000) - 2\sqrt{5}M(200)}{M(000) - 2\sqrt{5}M(020)},$$

$$z^2 = \frac{|A_{01}|^2}{|A_{10}|^2} = \frac{2M(000) + 20M(220)}{M(000) - 2\sqrt{5}M(020)}.$$

4.2　三个 1^{++} 态耦合

三个 1^{++} 态耦合与两个 0^{-+} 和一个 1^{++} 态耦合一样存在 6 个矩，但两两之间都存在干涉．所有 1^{++} 态对这 6 个矩都有贡献．但是我们可以用三个 1^{++} 态耦合和两个 0^{-+} 与一个 1^{++} 态耦合的矩的公式分别拟合实验数据，根据拟合的结果就可以判定这两种三态耦合模式何种占优．

由于光子只有横向极化，因此只要令 λ_V 为 0 的螺旋度振幅等于 0，本文给出的所有公式适用于相应的 J/ψ 的辐射衰变过程．

至此，我们以三态耦合模式（$(0^{-+}, 0^{-+}, 1^{++})$ 及 3 个 1^{++} 态耦合为例讨论了过程 $e^+e^- \to J/\psi \to V + X(J^{PC}), X(J^{PC}) \to 3P$ 多态迭加的复杂情形．实验家可以利用以上结果分析 $\iota/\eta(1440)$ 附近的共振结构．

附录 A

(1) $0^{-+}X$ 和 $1^{++}Y$ 的双态耦合

$$M(000)\sim|b|^2|p_x|^2(|B_{11}|^2+|B_{10}|^2+|B_{01}|^2)(|R_+|^2+|R_-|^2)$$
$$+|p_X|^2|a|^2|A_{10}|^2|G_0|^2,$$
$$M(020)\sim\frac{\sqrt{5}}{10}|b|^2|p_x|^2(|B_{11}|^2-2|B_{10}|^2+|B_{01}|^2)(|R_+|^2+|R_-|^2),$$
$$M(200)\sim\frac{\sqrt{5}}{10}\{|b|^2|p_x|^2(|B_{10}|^2+|B_{01}|^2$$
$$-2|B_{11}|^2)(|R_+|^2+|R_-|^2)+|p_X|^2|a|^2|A_{10}|^2|G_0|^2\},\tag{16}$$
$$M(220)\sim\frac{-1}{20}|b|^2|p_x|^2(2|B_{11}|^2+2|B_{10}|^2-|B_{01}|^2)(|R_+|^2+|R_-|^2),$$
$$M(22\pm1)\sim\frac{-3}{20}|b|^2|p_x|^2(|R_+|^2+|R_-|^2)\mathrm{Re}(B_{11}B_{10}^*),$$
$$M(22\pm2)\sim\frac{-3}{20}|a|^2(|R_+|^2+|R_-|^2)|A_{01}|^2.$$

$$2\sqrt{5}M(020)-20M(220)=3|b|^2|p_x|^2|B_{11}|^2(|R_+|^2+|R_-|^2),$$
$$2M(000)+20M(220)=3|b|^2|p_x|^2|B_{01}|^2(|R_+|^2+|R_-|^2)+2|p_X|^2|a|^2|A_{10}|^2|G_0|^2,$$
$$M(000)-2\sqrt{5}M(020)=3|b|^2|p_x|^2|B_{10}|^2(|R_+|^2+|R_-|^2)+|p_X|^2|a|^2|A_{10}|^2|G_0|^2,$$
$$M(000)-2\sqrt{5}M(200)=2\sqrt{5}M(020)-20M(220).\tag{17}$$

(2) $0^{-+}X$ 态单峰

$$M(000)\sim|A_{10}|^2|G_0|^2,$$
$$M(200)\sim\frac{\sqrt{5}}{10}|A_{10}|^2|G_0|^2,$$
$$M(000)-2\sqrt{5}M(200)=0,\tag{18}$$
$$M(000)+2\sqrt{5}M(200)=2|A_{10}|^2|G_0|^2.$$

(3) $1^{++}Y$ 态单峰

$$M(000)\sim(|R_+|^2+|R_-|^2)(|A_{11}|^2+|A_{10}|^2+|A_{01}|^2),$$
$$M(020)\sim\frac{\sqrt{5}}{10}(|R_+|^2+|R_-|^2)(|A_{11}|^2-2|A_{10}|^2+|A_{01}|^2),$$
$$M(200)\sim\frac{\sqrt{5}}{10}(|R_+|^2+|R_-|^2)(|A_{10}|^2+|A_{01}|^2-2|A_{11}|^2),$$
$$M(220)\sim\frac{-1}{20}(|R_+|^2+|R_-|^2)(2|A_{11}|^2+2|A_{10}|^2-|A_{01}|^2),\tag{19}$$
$$M(22\pm1)\sim\frac{-3}{20}(|R_+|^2+|R_-|^2)\mathrm{Re}(A_{11}A_{10}^*),$$
$$M(22\pm2)\sim\frac{-3}{20}(|R_+|^2+|R_-|^2)|A_{01}|^2.$$

$$M(000)-2\sqrt{5}M(200)=3(|R_+|^2+|R_-|^2)|A_{11}|^2,$$
$$2M(000)+20M(220)=3(|R_+|^2+|R_-|^2)|A_{01}|^2,\tag{20}$$

$$M(000) - 2\sqrt{5}\,M(020) = 3(|R_+|^2 + |R_-|^2)|A_{10}|^2,$$
$$M(000) - 2\sqrt{5}\,M(200) = 2\sqrt{5}\,M(020) - 20M(220).$$

附　录　B

三个 1^{++} 态 X,Y,Z 的耦合

$$\begin{aligned}
M(000) = {} & |a|^2|\boldsymbol{p}(X)_\pi|^2(|F_X^+|^2 + |F_X^-|^2)(|A_{11}|^2 + |A_{10}|^2 + |A_{01}|^2) \\
& + |b|^2|\boldsymbol{p}(Y)_\pi|^2(|F_Y^+|^2 + |F_Y^-|^2)(|B_{11}|^2 + |B_{10}|^2 + |B_{01}|^2) \\
& + |f|^2|\boldsymbol{p}(Z)_\pi|^2(|F_Z^+|^2 + |F_Z^-|^2)(|E_{11}|^2 + |E_{10}|^2 + |E_{01}|^2) \\
& + 2|\boldsymbol{p}(X)_\pi||\boldsymbol{p}(Y)_\pi|\mathrm{Re}[ab^*(F_{XY}^+ + F_{XY}^-)(A_{11}B_{11}^* + A_{10}B_{10}^* + A_{01}B_{01}^*)] \\
& + 2|\boldsymbol{p}(X)_\pi||\boldsymbol{p}(Z)_\pi|\mathrm{Re}[af^*(F_{XZ}^+ + F_{XZ}^-)(A_{11}E_{11}^* + A_{10}E_{10}^* + A_{01}E_{01}^*)] \\
& + 2|\boldsymbol{p}(Y)_\pi||\boldsymbol{p}(Z)_\pi|\mathrm{Re}[bf^*(F_{YZ}^+ + F_{YZ}^-)(B_{11}E_{11}^* + B_{10}E_{10}^* + B_{01}E_{01}^*)], \\
M(020) = {} & \frac{\sqrt{5}}{10}\{|a|^2|\boldsymbol{p}(X)_\pi|^2(|F_X^+|^2 + |F_X^-|^2)(|A_{11}|^2 - 2|A_{10}|^2 + |A_{01}|^2) \\
& + |b|^2|\boldsymbol{p}(Y)_\pi|^2(|F_Y^+|^2 + |F_Y^-|^2)(|B_{11}|^2 - 2|B_{10}|^2 + |B_{01}|^2) \\
& + |f|^2|\boldsymbol{p}(Z)_\pi|^2(|F_Z^+|^2 + |F_Z^-|^2)(|E_{11}|^2 - 2|E_{10}|^2 + |E_{01}|^2) \\
& + 2|\boldsymbol{p}(X)_\pi||\boldsymbol{p}(Y)_\pi|\mathrm{Re}[ab^*(F_{XY}^+ + F_{XY}^-)(A_{11}B_{11}^* - 2A_{10}B_{10}^* + A_{01}B_{01}^*)] \\
& + 2|\boldsymbol{p}(X)_\pi||\boldsymbol{p}(Z)_\pi|\mathrm{Re}[af^*(F_{XZ}^+ + F_{XZ}^-)(A_{11}E_{11}^* - 2A_{10}E_{10}^* + A_{01}E_{01}^*)] \\
& + 2|\boldsymbol{p}(Y)_\pi||\boldsymbol{p}(Z)_\pi|\mathrm{Re}[bf^*(F_{YZ}^+ + F_{YZ}^-)(B_{11}E_{11}^* - 2B_{10}E_{10}^* + B_{01}E_{01}^*)]\}, \\
M(200) = {} & \frac{\sqrt{5}}{10}\{|a|^2|\boldsymbol{p}(X)_\pi|^2(|F_X^+|^2 + |F_X^-|^2)(|A_{10}|^2 + |A_{01}|^2 - 2|A_{11}|^2) \\
& + |b|^2|\boldsymbol{p}(Y)_\pi|^2(|F_Y^+|^2 + |F_Y^-|^2)(|B_{10}|^2 + 2|B_{01}|^2 - 2|B_{11}|^2) \\
& + |f|^2|\boldsymbol{p}(Z)_\pi|^2(|F_Z^+|^2 + |F_Z^-|^2)(|E_{10}|^2 + |E_{01}|^2 - 2|E_{11}|^2) \\
& + 2|\boldsymbol{p}(X)_\pi||\boldsymbol{p}(Y)_\pi|\mathrm{Re}[ab^*(F_{XY}^+ + F_{XY}^-)(A_{10}B_{10}^* + A_{01}B_{01}^* - 2A_{11}B_{11}^*)] \\
& + 2|\boldsymbol{p}(X)_\pi||\boldsymbol{p}(Z)_\pi|\mathrm{Re}[af^*(F_{XZ}^+ + F_{XZ}^+)(A_{01}E_{01}^* + A_{01}E_{01}^* - 2A_{11}E_{11}^*)] \\
& + 2|\boldsymbol{p}(Y)_\pi||\boldsymbol{p}(Z)_\pi|\mathrm{Re}[bf^*(F_{YZ}^+ + F_{YZ}^-)(B_{10}E_{01}^* + B_{01}E_{01}^* - 2B_{11}E_{11}^*)]\}. \qquad (21) \\
M(220) = {} & \frac{1}{20}\{|a|^2|\boldsymbol{p}(X)_\pi|^2(|F_X^+|^2 + |F_X^-|^2)(|A_{01}|^2 - 2|A_{10}|^2 - 2|A_{11}|^2) \\
& + |b|^2|\boldsymbol{p}(Y)_\pi|^2(|F_Y^+|^2 + |F_Y^-|^2)(|B_{01}|^2 - |B_{10}|^2 - 2|B_{11}|^2) \\
& + |f|^2|\boldsymbol{p}(Z)_\pi|^2(|F_Z^+|^2 + |F_Z^-|^2)(|E_{01}|^2 - 2|E_{10}|^2 - 2|E_{11}|^2) \\
& + 2|\boldsymbol{p}(X)_\pi||\boldsymbol{p}(Y)_\pi|\mathrm{Re}[ab^*(F_{XY}^+ + F_{XY}^-)(A_{01}B_{01}^* - 2A_{10}B_{10}^* - 2A_{11}B_{11}^*)] \\
& + 2|\boldsymbol{p}(X)_\pi||\boldsymbol{p}(Z)_\pi|\mathrm{Re}[af^*(F_{XZ}^+ + F_{XZ}^-)(A_{10}E_{10}^* - 2A_{10}E_{10}^* - 2A_{11}E_{11}^*)] \\
& + 2|\boldsymbol{p}(Y)_\pi||\boldsymbol{p}(Z)_\pi|\mathrm{Re}[bf^*(F_{YZ}^+ + F_{YZ}^-)(B_{10}E_{10}^* - 2B_{10}E_{10}^* - 2B_{11}E_{11}^*)]\}, \\
M(22\pm 1) = {} & \frac{-3}{20}\{|a|^2|\boldsymbol{p}(X)_\pi|^2(|F_X^+|^2 + |F_X^-|^2)\mathrm{Re}(A_{11}A_{10}^*) \\
& + |b|^2|\boldsymbol{p}(Y)_\pi|^2(|F_Y^+|^2 + |F_Y^-|^2)\mathrm{Re}(B_{11}B_{10}^*) \\
& + |f|^2|\boldsymbol{p}(Z)_\pi|^2(|F_Z^+|^2 + |F_Z^-|^2)\mathrm{Re}(E_{11}E_{10}^*) \\
& + |\boldsymbol{p}(X)_\pi||\boldsymbol{p}(Y)_\pi|\mathrm{Re}[ab^*(F_{XY}^+ + F_{XY}^-)(A_{11}B_{10}^* + A_{10}B_{11}^*)] \\
& + |\boldsymbol{p}(X)_\pi||\boldsymbol{p}(Z)_\pi|\mathrm{Re}[af^*(F_{XZ}^+ + F_{XZ}^-)(A_{11}E_{10}^* + A_{10}E_{11}^*)] \\
& + |\boldsymbol{p}(Y)_\pi||\boldsymbol{p}(Z)_\pi|\mathrm{Re}[bf^*(F_{YZ}^+ + F_{YZ}^-)(B_{11}E_{10}^* + B_{10}E_{11}^*)]\}, \\
M(22\pm 2) = {} & \frac{-3}{20}\{|a|^2|\boldsymbol{p}(X)_\pi|^2(|F_X^+|^2 + |F_X^-|^2)|A_{01}|^2 \\
& + |b|^2|\boldsymbol{p}(Y)_\pi|^2(|F_Y^+|^2 + |F_Y^-|^2)|B_{01}|^2
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&+|f|^2|\boldsymbol{p}(\mathrm{Z})_\pi|^2(|F_\mathrm{Z}^+|^2+|F_\mathrm{Z}^-|^2)|E_{01}|^2\\
&+2|\boldsymbol{p}(\mathrm{X})_\pi||\boldsymbol{p}(\mathrm{Y})_\pi|\mathrm{Re}[ab^*(F_\mathrm{XY}^+ + F_\mathrm{XY}^-)A_{01}B_{01}^*]\\
&+2|\boldsymbol{p}(\mathrm{X})_\pi||\boldsymbol{p}(\mathrm{Z})_\pi|\mathrm{Re}[af^*(F_\mathrm{XZ}^+ + F_\mathrm{XZ}^-)A_{01}E_{01}^*]\\
&+2|\boldsymbol{p}(\mathrm{Y})_\pi||\boldsymbol{p}(\mathrm{Z})_\pi|\mathrm{Re}[bf^*(F_\mathrm{YZ}^+ + F_\mathrm{YZ}^-)B_{01}E_{01}^*]\}. \qquad (22)
\end{aligned}
$$

由此我们得到关系:

$$
\begin{aligned}
2\sqrt{5}M(020)-20M(220) = 3\{&|a|^2|\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{X})|^2(|F_\mathrm{X}^+|^2+|F_\mathrm{X}^-|^2)|A_{11}|^2\\
&+|b|^2|\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{Y})|^2(|F_\mathrm{Y}^+|^2+|F_\mathrm{Y}^-|^2)|B_{11}|^2\\
&+|f|^2|\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{Z})|^2(|F_\mathrm{Z}^+|^2+|F_\mathrm{Z}^-|^2)|E_{11}|^2\\
&+2|\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{X})||\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{Y})|\mathrm{Re}[ab^*(F_\mathrm{XY}^+ + F_\mathrm{XY}^-)A_{11}B_{11}^*]\\
&+2|\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{X})||\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{Z})|\mathrm{Re}[af^*(F_\mathrm{XZ}^+ + F_\mathrm{XZ}^-)A_{11}E_{11}^*]\\
&+2|\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{Y})||\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{Z})|\mathrm{Re}[bf^*(F_\mathrm{YZ}^+ + F_\mathrm{YZ}^-)B_{11}E_{11}^*)]\},\\
2M(000)+20M(220) = 3\{&|a|^2|\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{X})|^2(|F_\mathrm{X}^+|^2+|F_\mathrm{X}^-|^2)|A_{01}|^2\\
&+|b|^2|\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{Y})|^2(|F_\mathrm{Y}^+|^2+|F_\mathrm{Y}^-|^2)|B_{01}|^2\\
&+|f|^2|\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{Z})|^2(|F_\mathrm{Z}^+|^2+|F_\mathrm{Z}^-|^2)|E_{01}|^2\\
&+2|\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{X})||\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{Y})|\mathrm{Re}[ab^*(F_\mathrm{XY}^+ + F_\mathrm{XY}^-)A_{01}B_{01}^*] \qquad (23)\\
&+2|\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{X})||\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{Z})|\mathrm{Re}[af^*(F_\mathrm{XZ}^+ + F_\mathrm{XZ}^-)A_{01}E_{01}^*]\\
&+2|\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{Y})||\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{Z})|\mathrm{Re}[bf^*(F_\mathrm{YZ}^+ + F_\mathrm{YZ}^-)B_{01}E_{01}^*)]\},\\
M(000)-2\sqrt{5}M(020) = 3\{&|a|^2|\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{X})|^2(|F_\mathrm{X}^+|^2+|F_\mathrm{X}^-|^2)|A_{10}|^2\\
&+|b|^2|\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{Y})|^2(|F_\mathrm{Y}^+|^2+|F_\mathrm{Y}^-|^2)|B_{10}|^2\\
&+|f|^2|\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{Z})|^2(|F_\mathrm{Z}^+|^2+|F_\mathrm{Z}^-|^2)|E_{10}|^2\\
&+2|\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{X})||\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{Y})|\mathrm{Re}[ab^*(F_\mathrm{XY}^+ + F_\mathrm{XY}^-)A_{10}B_{10}^*]\\
&+2|\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{X})||\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{Z})|\mathrm{Re}[af^*(F_\mathrm{XZ}^+ + F_\mathrm{XZ}^-)A_{10}E_{10}^*]\\
&+2|\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{Y})||\boldsymbol{p}_\pi(\mathrm{Z})|\mathrm{Re}[bf^*(F_\mathrm{YZ}^+ + F_\mathrm{YZ}^-)B_{10}E_{10}^*)]\}.\\
2\sqrt{5}M(200)-20M(220) = {}& M(000)-2\sqrt{5}M(020). \qquad (24)
\end{aligned}
$$

在以上各式中

$$
\begin{aligned}
|F_\mathrm{X}^\pm|^2 &= 2\pi\int \mathrm{d}\omega_1\mathrm{d}\omega_2|F_{\mathrm{X}\pm}(\omega_1,\omega_2,\omega_3)|^2,\\
|F_\mathrm{Y}^\pm|^2 &= 2\pi\int \mathrm{d}\omega_1\mathrm{d}\omega_2|F_{\mathrm{Y}\pm}(\omega_1,\omega_2,\omega_3)|^2,\\
|F_\mathrm{Z}^\pm|^2 &= 2\pi\int \mathrm{d}\omega_1\mathrm{d}\omega_2|F_{\mathrm{Z}\pm}(\omega_1,\omega_2,\omega_3)|^2,\\
F_\mathrm{XY}^\pm &= 2\pi\int \mathrm{d}\omega_1\mathrm{d}\omega_2 F_{\mathrm{X}\pm}(\omega_1,\omega_2,\omega_3)F_{\mathrm{Y}\pm}^*(\omega_1,\omega_2,\omega_3),\\
F_\mathrm{XZ}^\pm &= 2\pi\int \mathrm{d}\omega_1\mathrm{d}\omega_2 F_{\mathrm{X}\pm}(\omega_1,\omega_2,\omega_3)F_{\mathrm{Z}\pm}^*(\omega_1,\omega_2,\omega_3),\\
F_\mathrm{YZ}^\pm &= 2\pi\int \mathrm{d}\omega_1\mathrm{d}\omega_2 F_{\mathrm{Y}\pm}(\omega_1,\omega_2,\omega_3)F_{\mathrm{Z}\pm}^*(\omega_1,\omega_2,\omega_3).
\end{aligned}
$$

参 考 文 献

[1] L. Köpke, N. Werms, *Phys. Rep.*, **174**(1989); J. E. Augustin et al., *Phys. Rev.*, **D46**(1992)1951.
[2] G. Szklarz. LAL 89-61(1989).
[3] Z. Bai et al., *Phys. Rev. Lett.*, **65**(1990)2057.
[4] J. Weinstein et al. *Phys. Lett.*, **158B**(1985)442; *Phys. Rev.*, **D32**(1985)2971.
[5] Qixing Shen, Hong Yu, Jilong Zhang, *Phys. Rev.*, **D48**(1993)212.
[6] S. U. Chung, *Phys. Rev.*, **D169**(1968)1342.

[7] 郁宏等，高能物理与核物理，16(1992)807.

Moment Analysis for the Process $e^+e^-\to J/\psi\to V+X\ (J^{PC}),\ X\to 3P$

Zhang Lin　　Yu Hong　　Shen Qixing

(*Institute of High Energy Physics, the Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100039)

Received 16 January 1995

Abstract

The process $e^+e^-\to J/\psi\to V+X(J^{PC}),\ X(J^{PC})\to 3P$ is studied using the generalized moment analysis method. The complicated structure of the resonance peak is discussed by use of multi-states coupling modes and some relations of moments are obtained. The coupling mode of the wide resonance peak can be determined by analysing the experimental data. The masses, widths and spins and so on of these states can also be determined.

Key words moment analysis, spin, parity, wide resonance.