

Hf 高自旋态推转壳模型 PNC 方法研究*

林辛未 廖伯琴 郑仁蓉

(西南师范大学物理系, 重庆 630715)

1994-02-26 收稿

摘 要

用推转壳模型 PNC 方法研究了¹⁶⁶Hf₉₄-¹⁷⁰Hf₉₈ 核, 计算了这三个核晕带和次晕带间的带交叉频率、带间相互作用强度、顺排角动量和转动惯量等, 并与实验值作了比较, 结果表明在 Nilsson 势参数完全按照 Lund 系统学选取的情况下, 理论计算值与实验值符合得较好。

关键词 推转壳模型, 粒子数守恒, 带交叉频率, 相互作用强度, 转动惯量。

在研究原子核在高自旋态下的变化时, 通常可采用推转壳模型, 我们利用已证明其可靠性的 PNC (粒子数守恒) 方法和程序求解推转壳模型哈密顿量。

1 用 PNC 方法处理推转壳模型 (以下简称 CSM) 简介^[1-7]

要求解的哈密顿量为:

$$\begin{aligned}
 H_{\text{CSM}} &= H_{\text{intr}} - \omega J_x, \\
 H_{\text{intr}} &= H_p + H_p = \sum_{\nu} \varepsilon_{\nu} a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu} - G \sum_{\mu\nu>0} a_{\mu}^{\dagger} a_{\mu}^{\dagger} a_{\nu} a_{\nu}, \\
 J_x &= \sum_{\mu\nu} (\mu | j_x | \nu) a_{\mu}^{\dagger} a_{\nu}. \quad (1)
 \end{aligned}$$

式中以 μ, ν 标记单粒子态, $\bar{\mu}, \bar{\nu}$ 为其时间反演态, ε_{ν} 为 ν 态的能量, 这里 ε_{ν} 取国际上广泛使用的 Nilsson 能级作为单粒子能级。

从(1)式可知, 由于 ωJ_x 项的存在, 原子核角动量的 z 分量 k 已不再是好量子数, 但通常可假定 H_p 具有绕 x 轴旋转 180° 的 $R_x(\pi)$ 的对称性, 此时, $R_x(\pi)$ 的本征值 Signature $r = e^{-i\pi\alpha}$ 为好量子数, H_{CSM} 可以在宇称 π 和 r , 即 (π, r) 的子空间中对角

* 国家自然科学基金资助。

化。如以 x_Q 表示 j_x 的本征值为 Q 的本征态,则可定义

$$\varphi_{rQ} = \frac{i}{\sqrt{2}} (R_x(\pi) + r)x_Q, \quad Q > 0. \quad (2)$$

显然

$$\varphi_{rQ} = \frac{1}{\sqrt{2}} (x_{\bar{Q}} \pm x_Q), \quad r = \mp i. \quad (3)$$

式中 $x_{\bar{Q}} = iR_x(\pi)x_Q$ 是 j_x 的本征值为 $-Q$ 的本征态,它与 x_Q 的时间反演态相差一个位相因子。

利用二次量子化形式,可将(2)(3)式的变换写成:

$$b_v^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} (a_v^\dagger + a_{\bar{v}}^\dagger). \quad (4)$$

$$b_{\bar{v}}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} (a_v - a_{\bar{v}}). \quad (5)$$

且

$$b_v^\dagger b_{\bar{v}}^\dagger = a_v^\dagger a_{\bar{v}}^\dagger. \quad (6)$$

要选出有确定粒子数的组态,对于偶粒子系统有^[2]:

1) 完全配对的组态 (Seniority $\nu = 0$)

$$\begin{aligned} |\rho_1 \bar{\rho}_1 \rho_2 \bar{\rho}_2 \cdots \rho_n \bar{\rho}_n\rangle &= b_{\rho_1}^\dagger b_{\bar{\rho}_1}^\dagger b_{\rho_2}^\dagger b_{\bar{\rho}_2}^\dagger \cdots b_{\rho_n}^\dagger b_{\bar{\rho}_n}^\dagger |0\rangle \\ &= a_{\rho_1}^\dagger a_{\bar{\rho}_1}^\dagger a_{\rho_2}^\dagger a_{\bar{\rho}_2}^\dagger \cdots a_{\rho_n}^\dagger a_{\bar{\rho}_n}^\dagger |0\rangle. \end{aligned}$$

2) 有两个不配对粒子的组态 ($\nu = 2$)

$$\begin{aligned} |(\nu_1 \nu_2) \rho_1 \bar{\rho}_1 \cdots \rho_{n-1} \bar{\rho}_{n-1}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [1 + R_x(\pi)] a_{\nu_1}^\dagger a_{\nu_2}^\dagger a_{\rho_1}^\dagger a_{\bar{\rho}_1}^\dagger \cdots a_{\rho_{n-1}}^\dagger a_{\bar{\rho}_{n-1}}^\dagger |0\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [a_{\nu_1}^\dagger a_{\nu_2}^\dagger - a_{\bar{\nu}_1}^\dagger a_{\bar{\nu}_2}^\dagger] a_{\rho_1}^\dagger a_{\bar{\rho}_1}^\dagger \cdots a_{\rho_{n-1}}^\dagger a_{\bar{\rho}_{n-1}}^\dagger |0\rangle. \end{aligned} \quad (7)$$

$$\pi_{\nu_1} \pi_{\nu_2} = +. \quad (8)$$

易证

$$\begin{aligned} J_x^2 |(\nu_1 \nu_2) \rho_1 \bar{\rho}_1 \cdots \rho_{n-1} \bar{\rho}_{n-1}\rangle &= (Q_{\nu_1} + Q_{\nu_2})^2 |(\nu_1 \nu_2) \rho_1 \bar{\rho}_1 \cdots \rho_{n-1} \bar{\rho}_{n-1}\rangle \end{aligned}$$

且对于偶粒子 $R_x^2(\pi) = 1$ 因而

$$R_x(\pi)[1 + R_x(\pi)] = 1 + R_x(\pi). \quad (9)$$

从而说明 $|(\nu_1 \nu_2) \rho_1 \bar{\rho}_1 \cdots \rho_{n-1} \bar{\rho}_{n-1}\rangle$ 同时是 J_x^2 和 $R_x(\pi)$ 的本征值为 $k^2 = (Q_{\nu_1} + Q_{\nu_2})^2$ 和 $r = +1$ 的本征态。

另一个可能的不配对的组态为

$$\begin{aligned} |(\nu_1 \bar{\nu}_2) \rho_1 \bar{\rho}_1 \cdots \rho_{n-1} \bar{\rho}_{n-1}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} [1 + R_x(\pi)] a_{\nu_1}^\dagger a_{\bar{\nu}_2}^\dagger a_{\rho_1}^\dagger a_{\bar{\rho}_1}^\dagger \cdots a_{\rho_{n-1}}^\dagger a_{\bar{\rho}_{n-1}}^\dagger |0\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} [a_{\nu_1}^\dagger a_{\bar{\nu}_2}^\dagger - a_{\bar{\nu}_1}^\dagger a_{\nu_2}^\dagger] a_{\rho_1}^\dagger a_{\bar{\rho}_1}^\dagger \cdots a_{\rho_{n-1}}^\dagger a_{\bar{\rho}_{n-1}}^\dagger |0\rangle. \end{aligned} \quad (10)$$

$$k^2 = (Q_{v_1} - Q_{v_2})^2, \quad r = +1. \quad (11)$$

3) 有四个或更多个的不配对粒子的组态,可参照以上方法构造组态。

下面给出偶偶核各组态间计算 i_x 矩阵元的几条选择定则。

1) 角动量选择定则: $\Delta k = \pm 1$;

2) Seniority 选择定则: $\Delta \nu = \pm 2, 0$;

3) Signature 选择定则: $\Delta \alpha = 0$ 。

根据以上选择定则和公式,可以求出 H_{CSM} 矩阵。将矩阵对角化后,可得 H_{CSM} 的本征值和本征矢。从而可以求出几率密度,力学量的平均值,顺排角动量,能隙,第一、二类转动惯量等。

在程序中为便于计算,以 $|j - \nu\rangle$ 表示 $|j\bar{\nu}\rangle$, 由于

$$|j\bar{\nu}\rangle = (-)^{j-\nu} |j - \nu\rangle$$

从而如(1)式中的

$$\begin{aligned} a_{\mu}^{\dagger} a_{\nu} &= (-)^{2j-\mu-\nu} a_{-\mu}^{\dagger} a_{-\nu} \\ &= (-)^{\mu-\nu} a_{-\mu}^{\dagger} a_{-\nu}. \end{aligned} \quad (12)$$

式中第二个等号是由于 j, μ, ν 皆为半奇数,所以 $(-)^{2j-2\mu} = 1$ 。

试用我们的程序作了 $N = 2, j = 11/2, G = 1, k = 2.4$ 的 PNC 方法计算,其结果 $\omega_c = 0.45139\text{MeV}$ 与文献[7]中的结果 $\omega_c \doteq 0.45\text{MeV}$ 一致,从而验证了程序的正确性。

2 参数的选择^[8-10]

组态截断能量的大小是根据具体核组态的维数取 $N \doteq 300$ 来定的,对于中子截断能量取:

$$0.45\hbar\omega_n \geq E_c \geq 0.40\hbar\omega_n$$

式中

$$\omega_n^0 = \omega_0 \left(1 + \frac{1}{3} \frac{N-z}{A} \right)$$

而

$$\hbar\omega_0 = 41A^{-1/3}\text{MeV}. \quad (13)$$

Nilsson 势中的参数则完全按照 Lund 系统学^[9]选取,具体为

$$^{166}\text{Hf}_{94} \quad \varepsilon_2 = 0.2195, \quad \varepsilon_4 = -0.005, \quad k = 0.0637, \quad \mu = 0.4192$$

$$^{168}\text{Hf}_{96} \quad \varepsilon_2 = 0.2345, \quad \varepsilon_4 = 0.005, \quad k = 0.0637, \quad \mu = 0.4167$$

$$^{170}\text{Hf}_{98} \quad \varepsilon_2 = 0.2445, \quad \varepsilon_4 = 0.014, \quad k = 0.0637, \quad \mu = 0.4142$$

对力强度 G 的确定: 一方面参照文献[8]的公式

$$G = \frac{g_0}{A} \pm \frac{g_1}{A} \left(\frac{N-z}{A} \right). \quad (14)$$

式中“+”和“-”分别对应于质子和中子, $g_0 = 19.2\text{MeV}$, $g_1 = 7.4\text{MeV}$ 。但由此定的 G 值偏小,另一方面可根据奇偶质量差^[10]决定 G , 但又偏大,参照文献[12]的做法,可

根据实验值来确定 G 。因而我们取比奇偶质量差略小些的 G 值,而对于 ^{169}Hf 又参照文献 [11] 取比 $G_n = 22.4/A$ 的值略大一些,具体采用的 G 值为

$$\begin{aligned} ^{166}\text{Hf}_{94} \quad G &= 0.06\hbar\omega_n = 0.4673\text{MeV} \\ ^{168}\text{Hf}_{96} \quad G &= 0.02\hbar\omega_n = 0.15\text{MeV} \\ ^{170}\text{Hf}_{98} \quad G &= 0.0485\hbar\omega_n = 0.3772\text{MeV}. \end{aligned} \quad (15)$$

(上式中的 ω_n 根据(13)式应与 A 和 N 有关)

3 计算结果与讨论

根据以上理论与所选择的参数计算了 $^{166}\text{Hf}_{94}$, $^{168}\text{Hf}_{96}$, $^{170}\text{Hf}_{98}$ 三个核的晕带和次晕带的带间相互作用强度,带交叉频率, $\langle J_x \rangle$ 值和第一类转动惯量等。其结果如表 1 和图 1 至图 4 所示,表 1 列出晕带和次晕带带交叉频率和带间相互作用强度,并列出文献[11—14]由实验所测得的带交叉频率,可见我们的计算值与实验值很相近。此外实验测量也表明 $^{166}\text{Hf}_{94}$ — $^{170}\text{Hf}_{98}$ 这三个核中 $^{168}\text{Hf}_{96}$ 的回弯最尖锐,也就是相互作用强度接近于零,这与计算值是

表 1 $^{166}\text{Hf}_{94}$ — $^{170}\text{Hf}_{98}$ 核晕带和次晕带的带间相互作用强度 VI 和带交叉频率 ω_c

	$^{166}\text{Hf}_{94}$	$^{168}\text{Hf}_{96}$	$^{170}\text{Hf}_{98}$
VI	$0.02505\hbar\omega_n$ 0.19764 MeV	$0.00244\hbar\omega_n$ 0.0190 MeV	$0.06178\hbar\omega_n$ 0.48078 MeV
ω_c	$0.03600\hbar\omega_n$ 0.28040 MeV	$0.03601\hbar\omega_n$ 0.2802 MeV	$0.03625\hbar\omega_n$ 0.28192 MeV
ω_c^*	0.27 MeV [11] [12]	0.278 + 0.01 MeV [11, 13]	0.275 + 0.01 MeV [14]

表中所列 ω_c^* 分别是文献[11—14]中由实验所测得的 ω_c 值

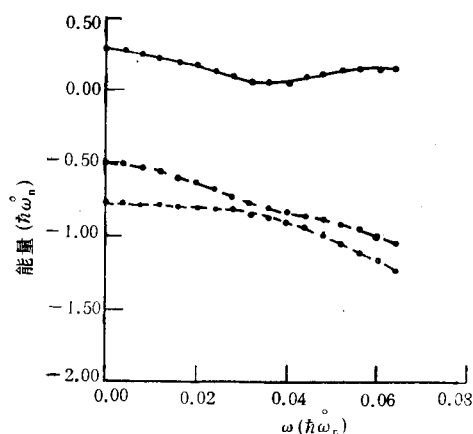


图 1 晕带(长虚线)、次晕带(短虚线)和次晕带与晕带的能差(实线),随角频率 ω 的变化

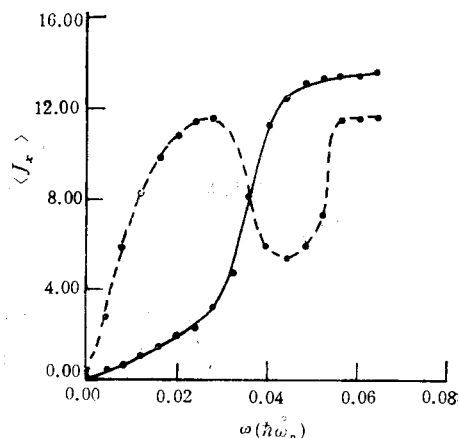


图 2 晕带的 $\langle J_x \rangle$ 值(实线)和次晕带的 $\langle J_x \rangle$ 值(虚线)随角频率 ω 的变化

吻合的。

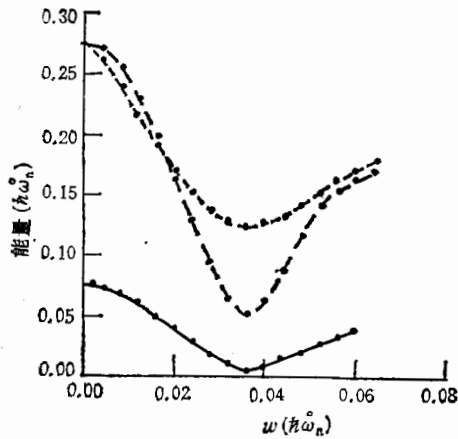


图 3 ^{166}Hf (长虚线)、 ^{170}Hf (短虚线)、 ^{168}Hf (实线)的 Yrare-Yrast 值随角频率 ω 的变化

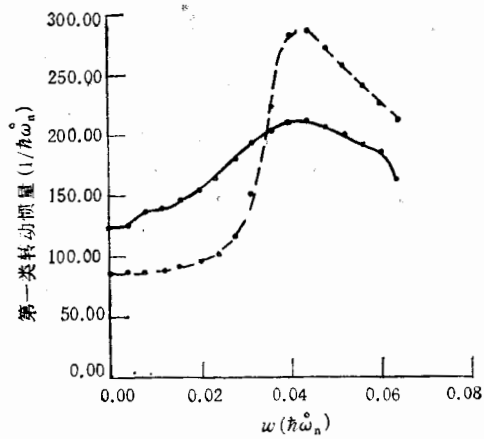


图 4 ^{166}Hf (虚线)和 ^{170}Hf (实线)的第一类转动惯量值随角频率 ω 的变化

图 1 是 $^{166}\text{Hf}_{94}$ 核的晕带、次晕带和次晕带相对于晕带的能差随角频率 ω 的变化,从图可见两带在 ω_c 处发生明显的带交叉。图 2 是 $^{166}\text{Hf}_{94}$ 核的晕带和次晕带 $\langle J_x \rangle$ 值随 ω 的变化。从晕带的 $\langle J_x \rangle$ 值可见随 ω 的增加角动量明显顺排,而晕带和次晕带的 $\langle J_x \rangle$ 值在 ω_c 处性质互换,两者随 ω 的变化符合一般的规律。图 3 是 $^{166}\text{Hf}_{94}$, $^{168}\text{Hf}_{96}$ 和 $^{170}\text{Hf}_{98}$ 三个核的次晕带相对于晕带的值随 ω 的变化,图中可明显地看出三者 Yrare-Yrast 能值从而也决定了 V_i 值的明显差别。图 4 是 $^{166}\text{Hf}_{94}$ 和 $^{170}\text{Hf}_{98}$ 的第一类转动惯量随 ω 的变化,由文献 [12] 和 [14] 可知 $^{166}\text{Hf}_{94}$ 核在 $0.38 \text{ MeV} < \omega < 0.47 \text{ MeV}$ 即 $0.0488 \hat{\omega}_n < \omega/\hbar < 0.064 \hat{\omega}_n$ 时表现为刚体性质,即转动惯量突增至接近刚体转动惯量值,而 $^{170}\text{Hf}_{98}$ 核在 $0.31 \text{ MeV} < \omega < 0.37 \text{ MeV}$ 或 $0.03986 \hat{\omega}_n < \omega/\hbar < 0.04757 \hat{\omega}_n$ 时有类似性质,这在图 4 中也明显可见,只是转动惯量值比刚体值小了一些。

文献 [12—14] 为了拟合实验值,不但调整了对力强度 G , 而且有的还改变了 Nilsson 势的参数值^[12,14], 而我们在不改变 Nilsson 势参数值的前提下,只对对力强度 G 在允许的范围作了适当的调整,得出了比较符合实验的结果^[11-17], 从而说明 PNC 方法的合理性。

最后谨对北京大学曾谨言教授, 吴崇试教授的大力支持并给予基本的计算程序表示衷心的感谢!

参 考 文 献

- [1] C. S. Wu, J. Y. Zeng, *Phys. Rev. Lett.*, **66**(1991) 1022.
- [2] C. S. Wu, J. Y. Zeng, *Phys. Rev.*, **C41**(1990) 1822.
- [3] 吴崇试、曾谨言, *高能物理与核物理*, **12**(1988)95.
- [4] 廖伯琴、林辛未, *高能物理与核物理*, **16**(1992)266.
- [5] 廖伯琴、林辛未, *物理学报*, **40**(1991)11,1741.
- [6] 林辛未、孟杰等, *西南师范大学学报*, **14**(1989)48.

- [7] J. A. Sheikh, M. A. Nagarajan, N. Rowley, *Phys. Lett.*, **B203** (1989) 1.
 [8] S. G. Nilsson, C. F. Tsang, *Nucl. Phys.*, **A131**(1969) 1.
 [9] R. Bengtsson, S. Frauendorf, F. R. Mary, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **35**(1986) 6.
 [10] A. H. Wapstra, *Nucl. Phys.*, **A432**(1985) 1.
 [11] L. F. Canto, P. Ring, J.O. Rasmussen, *Phys. Lett.*, **161B**(1985) 21.
 [12] Y. K. Agarwal et al., *Nucl. Phys.*, **A399**(1983) 199.
 [13] R. Chapman et al., *Phys. Rev. Lett.*, **51**(1983) 2265.
 [14] J. C. Lisle et al., *Nucl. Phys.*, **A366**(1981) 281.
 [15] R. Bengtsson, J. D. Garrett, Lund-Mph-84/18.
 [16] Sood, Headly, Sheline, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **47**(1991) 1.
 [17] 孟杰、殷传宗、林辛未, 高能物理与核物理, **15**(1991)1109.

A Study for Nuclei $^{166}\text{Hf}_{94}$ — $^{170}\text{Hf}_{98}$ Using Cranking Shell Model with PNC Method

Lin Xinwei Liao Boqin Zheng Renrong
 (South-west China Teacher University, Chongqing 630715)

Received 26 February 1994

Abstract

The properties of the band in even nuclei of $^{166}\text{Hf}_{94}$ — $^{170}\text{Hf}_{98}$ are investigated using cranking shell model with PNC method. The band crossing frequency, the interaction intensity between yrast and yrare bands, the aligned momentum, and the moment of inertia are calculated. The comparison between the calculation and experimental data shows a good agreement with each other if Lund systematic parameter is used for the Nilsson potential.

Key words cranking shell model, particle number constant, band crossing frequency, interaction intensity, moment of inertia.