

考虑扩散动力学过程的裂变道理论

王 书 暖

(中国原子能科学研究院 北京 102413)

1993 年 7 月 17 日收到

摘 要

在裂变道理论和 Fokker-Planck 方程理论上给出考虑扩散动力学过程的裂变道理论, 分析了这一考虑对裂变宽度计算的影响并与裂变道理论的 Hill-Wheeler 公式进行了比较。

关键词 裂变道理论, Fokker-Planck 方程, 裂变宽度。

1 引 言

在裂变现象研究中, 只有当激发能高于或可与裂变位垒相比较的情况下, 例如对铀系核而言大约为 5—6MeV, 激发态裂变几率的大小与其它衰变方式相比才不至太小而被观测到。在这样的激发能下, 复合核状态极其复杂, 态密度很大, 具有 eV 量级的平均能级间隔^[1]。基于如此复杂的复合核状态, A. Bohr 在平衡态统计理论上提出了裂变道理论^[2,3]。在液滴模型给出的单峰裂变位垒并假定为倒置谐振子形状情况下, D. L. Hill 和 J. A. Wheeler 在裂变道理论上给出了如下形式的裂变宽度计算公式, 也常称 Hill-Wheeler 公式^[4]:

$$\Gamma_f(E) = \frac{1}{2\pi\rho_c(E)} \int_0^\infty \frac{\rho_f(\varepsilon)}{1 + \exp\left[\frac{2\pi}{\hbar\omega}(V_f + \varepsilon - E)\right]} d\varepsilon, \quad (1)$$

其中, V_f 和 $\hbar\omega$ 分别为裂变位垒的高度和曲率, ρ_c 为复合核能级密度, ρ_f 为鞍点态能级密度。这一理论和公式一直被应用于裂变截面和其它裂变相关量的分析和实际的核数据计算与评价。

上述理论和公式得以成立的基本假定为激发核的内部运动自由度和集体形变运动自由度均在鞍点以内处于平衡状态。完全忽略了激发核从形变基态到鞍点态的形变过程对裂变几率的影响。本文考虑激发核从形变基态到鞍点态的集体形变运动经历着非平衡统计过程。由于核形变过程的弛豫时间远大于内部自由度的弛豫时间^[5], 因此可以假定激发核鞍点以内的单粒子运动自由度均处于统计平衡状态。在处于统计平衡状态的单粒子运动所提供的温度为 T 的热浴作用下, 具有粘滞性的核系统的集体形变运动可以用 Fokker-Planck 方程描述。在核裂变的扩散模型中裂变核的形变运动处理为布朗粒子的扩散运

动,核内核子的运动提供了一个热浴并且以经典的无规力撞击着核壁,致使形变发生并裂变.

基于上述考虑本文给出了考虑扩散动力学过程的裂变道理论和相应裂变宽度计算公式的解析表达式;并有当系统的粘滞性趋近于零时自然给出 Hill-Wheller 公式. 同时分析了考虑扩散动力学过程对裂变宽度计算的影响并与 Hill-Wheeler 公式的计算结果进行了比较. 第二节给出模型公式,第三节给出计算结果和分析讨论.

2 模型公式

在单粒子自由度提供的温度为 T 的热浴作用下, Brownian 运动的扩散过程由如下形式的 Fokker-Planck 方程描述.

$$\begin{aligned} \frac{\partial W(x, u, t)}{\partial t} + u \frac{\partial W(x, u, t)}{\partial x} + \omega^2 x \frac{\partial W(x, u, t)}{\partial u} \\ = \beta W(x, u, t) + \beta u \frac{\partial W(x, u, t)}{\partial u} + q \nabla_u^2 W(x, u, t), \end{aligned} \quad (2)$$

$$q = \frac{\beta k T}{m}.$$

这里, $W(x, u, t)$ 为 t 时刻相空间 x, u 的几率密度函数, x 为沿拉长坐标集体运动的形变坐标, β 为粘滞性系数, m 为 Brownian 运动粒子的质量. 扩散过程由热浴所引起的随机过程与形变坐标之间的耦合所引起.

我们定义如下无量纲量 W_{right}

$$W_{\text{right}} = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} du W(x, u, t), \quad (3)$$

假定 Brownian 运动粒子以 $\delta(x - x_0)\delta(u - u_0)$ 初始条件从裂变位垒顶左边运动到右边, 如图 1 所示^[6,7]. 利用 Fokker-Planck 方程解析解^[8], 我们可以得到 W_{right} 的解析表达式^[7].

因此有

$$W_{\text{right}}(E, \varepsilon, \beta) = \frac{1}{2} (1 + \text{erf}(Z)), \quad (4)$$

$$Z = (x_0 \mu_2 - u_0) \left(\frac{\mu_1}{2q} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (5)$$

$$u_0 = \left(\frac{2(E - V_t - \varepsilon)}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

$$\mu_1 = -\frac{1}{2} \beta + \left(\frac{1}{4} \beta^2 + \omega \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

$$\mu_2 = -\frac{1}{2} \beta - \left(\frac{1}{4} \beta^2 + \omega \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

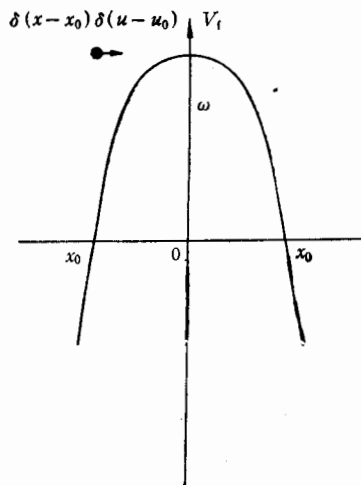


图1 倒置谐振子裂变位垒

利用上述结果,考虑扩散动力学过程的裂变道理论的裂变宽度计算公式可写为:

$$\Gamma_f(E, \beta) = \frac{1}{2\pi\rho_c(E)} \int_0^\infty \rho_f(\varepsilon) \frac{W_{\text{right}}(E, \varepsilon, \beta)}{1 + \exp\left[\frac{2\pi}{\hbar\omega}(\varepsilon - E + V_f)\right]} d\varepsilon. \quad (9)$$

由(9)式可见,由于热浴、粘滞性的考虑,核裂变扩散模型用 W_{right} (在 0 和 1 之间变化) 代替了经典的裂变位垒以上的穿透因子 1.

由(3-8)式可见,在热浴 kT 的作用下,当粘滞性系数 $\beta \rightarrow 0$ 时有 $Z \rightarrow \infty$, $\text{erf}(Z) \rightarrow 1$, 因此有 $W_{\text{right}} \rightarrow 1$. 这时考虑了扩散动力学过程的裂变宽度计算公式(9)正好为通常的计算公式(1),即为通常的 Hill-Wheeler 公式. 同时可以看出,当 $T \rightarrow \infty$ 时,有 $Z \rightarrow 0$, $\text{erf}(Z) \rightarrow 0$, $W_{\text{right}} \rightarrow 1/2$. 当 $m \rightarrow 0$ 时,有 $Z \rightarrow 0$, $\text{erf}(Z) \rightarrow 0$, $W_{\text{right}} \rightarrow 1/2$. 当 $m \rightarrow \infty$ 时,有 $Z \rightarrow \infty$, $\text{erf}(Z) \rightarrow 1$, $W_{\text{right}} \rightarrow 1$. 当 $\omega \rightarrow 0$ 时,有 $Z \rightarrow 0$, $\text{erf}(Z) \rightarrow 0$, $W_{\text{right}} \rightarrow 1/2$. 当 $\omega \rightarrow \infty$ 时,有 $Z \rightarrow \infty$, $\text{erf}(Z) \rightarrow 1$, $W_{\text{right}} \rightarrow 1$. 因此考虑了扩散动力学的裂变道理论被上述这些物理量的变化而敏感地影响着.

3 计算结果的分析 and 讨论

我们以 $n + {}^{235}\text{U}$ ($E_n = 1-9\text{MeV}$) 为例计算了 Γ_f 随能量 E_n (中子入射能量), 温度 kT 和粘滞性系数 β 的变化情况.

计算结果如图 2 所示. 计算中能级密度 ρ_c, ρ_f 取为 Gilbert-Cameron 形式^[9], 但鞍点态能级密度 ρ_f 中能级密度参数 a_f 考虑了大变形随激发能的增加而变小的效应^[10,11]. 计算中取 $V_f = 6.22\text{MeV}$, $\hbar\omega = 1\text{MeV}$, kT 从 0.5MeV 变化到 2MeV , β 从 0 到 $200 \times 10^{20}\text{s}^{-1}$ 之间变化. 当 $\beta = 0$ 时 Γ_f 的计算结果即为 Hill-Wheeler 公式的计算结果, 如图中实线所示. 对不同的 kT , $\beta \neq 0$ 的结果总是低于 $\beta = 0$ 的 Hill-Wheeler 公式的计算结果. 当 β 或 kT 较大时的 Γ_f 总是较小的. 另外,当 $T = \text{常数}$, $\beta = \text{常数}$ 时, Γ_f 是随着能量的增加而增加的; 当 $T = \text{常数}$, $E_n = \text{常数}$ 时, Γ_f 总是随着 β 的增加而减小的; 当 $\beta = \text{常数}$, $E_n = \text{常数}$ 时, Γ_f 随着 kT 的增加而减小. 这些结果是合理而明晰的.

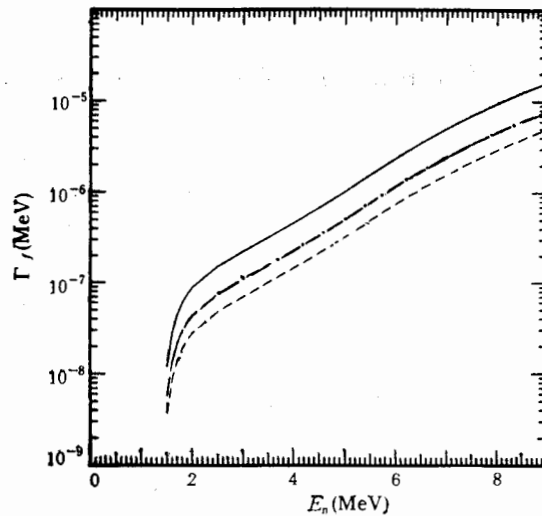


图 2 计算的裂变宽度 Γ_f 随入射中子能量 E_n 、粘滞性系数 β 和热浴温度 kT 的变化
 ———— $\beta = 0$ 的情况; - - - - $\beta = 180 \times 10^{20}\text{s}^{-1}$ 和 $kT = 0.5\text{MeV}$ 情况; - · - · - $\beta = 180 \times 10^{20}\text{s}^{-1}$ 和 $kT = 2.0\text{MeV}$ 情况.

总之,本文在裂变道理论和 Fokker-Planck 方程基础上给出了考虑扩散动力学效应修正后的裂变道理论. 从理论角度,考虑了鞍点态以内集体形变过程的细节对裂变几率

计算的影响,并分析、讨论了各物理量对裂变几率影响的敏感程度和大小。同时给出了与Hill-Wheeler公式的自洽统一关系。本文所给出的关于裂变传输系数或宽度的计算公式具有实际应用意义,特别适合于较高能区裂变截面的理论计算,有可能使几十 MeV 到几百 MeV 能区裂变截面的理论计算与实验值有较好的符合。另外,在实际计算中应根据费米气体模型给出的温度与系统激发能的关系来确定不同激发能情况下的不同温度。

参 考 文 献

- [1] A. Michaudon, Nuclear Fission, *Advances in Nucl. phys.*, Edited by M. Baranger and E. Vogt, Vol. 6, 1—217 (1973).
- [2] A. Bohr, Proc. Int. Conf., Peaceful uses of Atomic Energy (Geneva 1955), Vol. II, United Nations, New York (1956), P. 220.
- [3] N. Bohr and J. A. Wheeler, *Phys. Rev.*, **56**, (1939) 429.
- [4] D. L. Hill, J. A. Wheeler, *Phys. Rev.*, **89** (1953) 1102.
- [5] D. Brink, *Nucl. Phys.*, **A519** (1990) 3c—16c.
- [6] S. Chandrasekhar, *Rev. Mod. Phys.*, **15** (1943) 1.
- [7] Wang Shu Nuan and H. A. Weidenmuller, *Commun. in Theor. Phys.*, **10** (1988) 251.
- [8] Wang Shu Nuan and Ge Zhi Gang, *Chinese Jour. of Nucl. Phys.*, **10** (1988) 216.
- [9] A. Gilbert, A. G. W. Cameron, *Can. J. Phys.*, **43** (1965) 1446.
- [10] Zhang Jing Shang and Wang Shu Nuan, hsj—78227 (11js); *Atomic Energy Science and Technology*, **10** (1976) 267.
- [11] R. Vandenbasch, H. R. Huizenga, Nuclear Fission, Academic Press New York and London 1973.

Channel Theory of Fission with Diffusive Dynamics

Wang Shunuan

(Institute of Atomic Energy, Beijing 102413)

Received on July 17, 1993

Abstract

The channel theory of fission with diffusive dynamics is proposed based on Borh channel theory of fission and Fokker-Planck equation.

Key words fission width, Bohr channel theory, Fokker-Planck equation, diffusive dynamics.