

混频 $\frac{1}{2} + m$ 腔微波电子枪束流动 力学特性*

赵振堂¹⁾ 林郁正²⁾ 王宏源
(清华大学现代应用物理系 北京 100084)

1993年3月29日收到

摘 要

为了使自由电子激光器的电子束注入器具有小的能散,小的横向发射度、高的亮度,本文提出在 $\frac{1}{2} + m$ 腔的微波电子枪中采用混频腔技术,并用解析方法研究了混频加速的 $\frac{1}{2} + m$ 腔方案的动力学特性,所导出的表达式说明此方案能改善束流的纵向和横向粒子动力学性能;为了对比,还借助于 PARMELA 程序对此方案进行了束流动力学模拟,结论与导出的解析表达式结果一致。

关键词 混频 $\frac{1}{2} + m$ 腔微波电子枪,自由电子激光,注入器,束流动力学特性,横向发射度,能谱。

1 引 言

自由电子激光器的高增益工作要求电子束注入器具有非常小的能散及非常高的亮度。在自由电子激光器的电子注入器中,国际上公认射频直线加速器是最有竞争力的方案。而常规的射频直线加速器由于射频场相位效应及其空间非线性效应、空间电荷效应等致使束流品质严重恶化——横向发射度增长与能谱增宽。为了电子能量增益随相位平顶化及抑制横向发射度增长,C. Hess 和 T. I. Smith 等人提出把混频加速腔用于自由电子激光电子束注入器,即在射频加速腔中引入一个倍频场,让它和基频场一起构成一个组合的电磁场,使不同相位注入的电子在混频腔加速过程中感受到的横向力和纵向力的积分效果基本相同^[1,2]。本文作者曾系统研究了混频加速腔束流动力学理论,并开展了模

* 863 高技术项目及国家自然科学基金资助。

1) 原清华大学博士生,现在中国科学院高能所工作。

2) 本文执笔者。

型腔的实验研究^[3]。

为满足高增益自由电子激光器对其电子束注入器的要求,近年来国际上在研制注入器方面,发展了首腔为半腔的 $\frac{1}{2}+m$ 腔光阴极微波电子枪系统^[4,5]。此方案采用锁模激光器产生的激光束激活阴极,对所发射的电子束实现微脉冲时间结构剪裁,省去了聚束器,并很大程度上避免了聚束过程的各种相位效应;而且光阴极处于高电场强区,电子很快进入相对论区,有利于克服空间电荷效应;采用半腔为首腔的 $\frac{1}{2}+m$ 腔方案,可以部分补偿加速过程横向发射度增长^[4,6]。然而此方案也存在弱点,在注入器中进一步缩短束团长度,诚然可以削减射频场的相位效应,但空间电荷效应却增强。

本文提出把混频加速的概念用到 $\frac{1}{2}+m$ 腔的注入系统中,使 $\frac{1}{2}+m$ 腔列工作于混频方式,削弱射频场的相位效应,并允许束团较长,有利于削弱空间电荷效应。

本文采用 K. J. Kim 的方法^[7]研究了混频加速的 $\frac{1}{2}+m$ 腔方案的动力学特征,所导出的公式说明此方案能改善束流的纵向和横向粒子动力学特性,随后借助于 PARMELA 程序对它进行了束流动力学模拟,考虑空间电荷效应的模拟计算表明,此方案特别对纵向发射度有明显的改善。

2 混频 $\frac{1}{2}+m$ 腔微波电子枪束流纵向动力学特性

$\frac{1}{2}+m$ 腔光阴极微波电子枪系统,越来越受到重视^[8,9]。K. J. Kim 为了讨论其束流动力学性能,在一定的简化条件下,用解析的方法研究了其束流动力学特性^[7],把以半腔为首腔的光阴极微波电子枪系统(如图 1)的轴向电场分布表为

$$E_{z1} = E_1 \cos kz \cdot \sin(\omega t + \phi_0), \quad (1)$$

其中 $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$; λ ——微波电子枪工作波长; ω ——工作圆频率; E_1 ——轴上电场强度幅值。

并证明在 $\frac{1}{2}+m$ 腔出口处,归一化能量增益 $\Delta\gamma_1$ 为

$$\Delta\gamma_1 = \alpha \left[\left(\frac{1}{2} + m \right) \pi \cdot \sin \phi + \cos \phi \right], \quad (2)$$

其中 $\phi = \omega t - kz + \phi_0$, 为电子相对波的相位; $\alpha = \frac{cE_1}{2m_0c^2k}$ 。

在 $\frac{1}{2}+m$ 腔系统中引入倍频场,它可表成

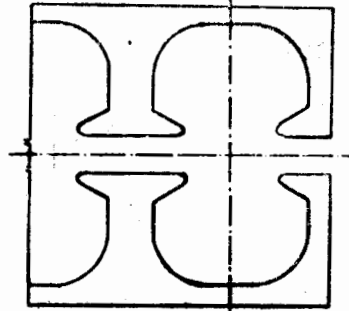


图 1 $\frac{1}{2}+m$ 腔微波电子枪示意图
($m=1$)

$$E_{..} = E_n \cdot \cos n k z \cdot \sin(n\omega t + \phi_n), \quad (3)$$

式中 n ——倍频数,一般取 $n=2$ 或 $n=3$; E_n ——倍频场幅值; $\phi_n = n\phi_0 + \Delta\phi_n$.

采用类似 K. J. Kim 的方法,可求得倍频场对电子能量增益的贡献

$$\Delta\gamma_n = \alpha \frac{E_n}{E_1} \left[\left(\frac{1}{2} + m \right) \pi \cdot \sin(n\phi + \Delta\phi_n) + \frac{1}{n} \cos(n\phi + \Delta\phi_n) \right]. \quad (4)$$

分别整理基频及混频工作的 $\frac{1}{2} + m$ 腔系统的归一化能量增益公式(2)和(4),得

$$\Delta\gamma_1 = \alpha a_1 \sin(\phi + \theta_1); \quad (5)$$

$$\Delta\gamma_n = \alpha a_n \sin(n\phi + \theta_n), \quad (6)$$

其中

$$a_1 = \left[1 + \left(\frac{1}{2} + m \right)^2 \pi^2 \right]^{1/2}; \quad (7)$$

$$a_n = \left[1/n^2 + \left(\frac{1}{2} + m \right)^2 \pi^2 \right]^{1/2}; \quad (8)$$

$$\theta_1 = \text{tg}^{-1} \left[1 / \left(m + \frac{1}{2} \right) \pi \right]; \quad (9)$$

$$\theta_n = \Delta\phi_n + \text{tg}^{-1} \left[1/n \left(m + \frac{1}{2} \right) \pi \right]. \quad (10)$$

在基频场及倍频场的联合作用下,归一化能量增益为

$$\Delta\gamma = \Delta\gamma_1 + \Delta\gamma_n. \quad (11)$$

利用 $\partial(\Delta\gamma)/\partial\phi = 0$ 及 $\partial^2(\Delta\gamma)/\partial\phi^2 = 0$, 可求得能散取极小值时的倍频场相位条件及幅值条件.

$$\text{相位条件为} \quad \theta_n = \begin{cases} n\theta_1 & n=3 \\ n\theta_1 + \pi/2 & n=2, \end{cases} \quad (12)$$

根据(10)式,应有

$$\Delta\phi_n = \begin{cases} n\theta_1 - \text{tg}^{-1}[1/n \cdot \text{tg}\theta_1] & n=3 \\ \frac{\pi}{2} + n\theta_1 - \text{tg}^{-1} \left[\frac{1}{n} \cdot \text{tg}\theta_1 \right] & n=2. \end{cases} \quad (13)$$

幅值条件为

$$\frac{E_n}{E_1} \cdot \frac{a_n}{a_1} = \frac{1}{n^2}, \quad (14)$$

$$\text{由(7),(8)可知,它可近似表为} \quad E_n \approx \frac{1}{n^2} \cdot E_1, \quad (15)$$

这与一般混频腔的结论相吻合^[1,3].

现满足相位条件及幅值条件的混频 $\frac{1}{2} + m$ 腔系统的束流归一化能量增益公式为

$$\Delta\gamma = \begin{cases} \alpha a_1 \left[\sin(\phi + \theta_1) + \frac{1}{n^2} \sin \cdot n(\phi + \theta_1) \right] & n=3, \end{cases} \quad (16a)$$

$$\begin{cases} \alpha a_1 \left[\sin(\phi + \theta_1) + \frac{1}{n^2} \cos \cdot n(\phi + \theta_1) \right] & n=2 \end{cases} \quad (16b)$$

(16)式中的第二项表示三倍频场或二倍频场对改善能谱的贡献,可以证明,电子相位处于

$\phi + \theta_1 \cong \pi/2$ 时, 可实现能量随相位平顶化。

$$\text{如以 } n=3 \text{ 为例, 设 } \phi + \theta_1 = \pi/2 + \Delta\phi, \quad (17)$$

式中 $\Delta\phi$ 表示束团的相宽。

从 (16a) 可见, 只基频加速时, 相对能散为

$$\frac{\delta(\Delta\gamma_1)}{\Delta\gamma_1} = 1 - \cos(\Delta\phi), \quad (18)$$

$$\text{取四阶近似, 上式有 } \frac{\delta(\Delta\gamma_1)}{\Delta\gamma_1} = \frac{1}{2}(\Delta\phi)^2 - \frac{1}{24}(\Delta\phi)^4, \quad (19)$$

即基频工作时, 能散度大体与 $(\Delta\phi)^2$ 成正比, 和 K. J. Kim 的结论一致^[7]。

当 $\frac{1}{2}+m$ 腔系统引入倍频场后, 混频加速引起的能散为

$$\frac{\delta(\Delta\gamma)}{\Delta\gamma} = 1 - \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)} \left(\cos\phi - \frac{1}{n^2} \cos \cdot n\Delta\phi \right), \quad (20)$$

$$\text{取四阶近似, 得 } \frac{\delta(\Delta\gamma)}{\Delta\gamma} = \frac{n^2}{24} \Delta\phi^4. \quad (21)$$

可见, 由于倍频电磁场的作用, 抵消了能散的二阶项, 明显改善能散。

3 混频 $\frac{1}{2}+m$ 腔微波电子枪束流横向动力学特性

微波电子枪中电磁场各分量满足^[7]

$$\begin{cases} E_r = -\frac{r}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial z} E_z \\ c B_\theta = \frac{r}{2c} \cdot \frac{\partial}{\partial t} E_z \end{cases} \quad (22a)$$

$$\quad \quad \quad (22b)$$

$$\text{电子受到的径向力为 } F_r = e(E_r - \beta c B_\theta). \quad (23)$$

在分析 $\frac{1}{2}+m$ 腔系统横向运动时, K. J. Kim 考虑到 $\frac{1}{2}+m$ 腔出口处 ($z = z_f$), E_z 场降为零, 故将其幅值表为阶跃函数, 记为 $E_1(z) = \theta(z_f - z) \cdot E_1$ 。其时轴上电场分布具有更普遍的形式

$$E_{z1} = E_1(x) \cos kx \cdot \sin(\omega t + \phi_0). \quad (24)$$

可以证明在 $\frac{1}{2}+m$ 腔出口处 ($z = z_f, \phi = \omega t - k \cdot z_f + \phi_0$), 相应的横向动量为^[7]

$$p_r = \alpha k r \sin \phi. \quad (25)$$

并根据归一化横向发射度定义, 可证出口相位处于 90° 附近, 即 $\langle \phi \rangle = 90^\circ (\phi = \langle \phi \rangle + \Delta\phi)$, 射频频场所致的归一化横向发射度有最小值^[7]

$$\varepsilon_{r1}^{\text{eff}} = \alpha k \frac{\langle r^2 \rangle}{2} \sqrt{\langle (\Delta\phi)^4 \rangle - \langle (\Delta\phi)^2 \rangle^2}, \quad (26)$$

粗略地与 $(\Delta\phi)^2$ 成正比。

在 $\frac{1}{2}+m$ 腔系统中引入倍频场, 相类似, 倍频场可表为

$$E_{r,n} = E_n(z) \cos nkz \cdot \sin(n\omega t + \phi_n), \quad (27)$$

式中 $E_n(z)$ 也是阶跃函数, $E_n(z) = \theta(z_i - z)E_n$, 把(27)代入(23)中, 得倍频场对径向力的贡献

$$\begin{aligned} F_{r,n} = er \left[-\frac{1}{2c} \frac{d}{dt} (E_n(z) \cdot \sin nkz \cdot \cos(n\omega t + \phi_n)) \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \left(\frac{d}{dz} E_n(z) \right) \cdot \cos nkz \cdot \sin(n\omega t + \phi_n) \right. \\ \left. + \frac{\beta}{2} \left(\frac{d}{dz} E_n(z) \right) \cdot \sin nkz \cdot \cos(n\omega t + \phi_n) \right]. \quad (28) \end{aligned}$$

(28)式中的第一项为对时间的全微分, 其积分为零。而第二项和第三项对 $F_{r,n}$ 的贡献仅仅来自于 $dE_n(z)/dz$ 不为零的区域, 即于 $\frac{1}{2}+m$ 腔系统出口交界处 (z_i 处)。可求得倍频场对横向动量的贡献

$$p_{r,n} = \alpha \frac{E_n}{E_1} kr \cdot \sin(n\omega t - nkz_i + \phi_n), \quad (29)$$

根据相位关系的约定, 有 $n\omega t - nkz_i + \phi_n = n\phi + \Delta\phi_n$ 。

从而, $\frac{1}{2}+m$ 腔系统, 在基频场及倍频场联合作用下在腔列出口处总的横向动量为

$$p_r = p_{r1} + p_{r,n} = \alpha kr \left[\sin \phi + \frac{E_n}{E_1} \sin(n\phi + \Delta\phi_n) \right]. \quad (30)$$

同上, 利用 $\frac{\partial p_r}{\partial \phi} = 0$ 及 $\frac{\partial^2 p_r}{\partial \phi^2} = 0$ 关系, 可得横向动量取极小值时的倍频场的相位条件及幅值条件。

$$\text{相位条件为} \quad \Delta\phi_n = \begin{cases} 0 & n=3 \\ \pi/2 & n=2 \end{cases}. \quad (31)$$

$$\text{幅值条件为} \quad \frac{E_n}{E_1} = \frac{1}{n^2}. \quad (32)$$

根据(30)式, 满足(31)和(32)的混频 $\frac{1}{2}+m$ 腔系统的总横向动量为

$$p_r = \alpha kr \left[\sin \phi + \frac{1}{n^2} \cos n\phi \right] \quad n=2; \quad (33a)$$

$$p_r = \alpha kr \left[\sin \phi + \frac{1}{n^2} \sin n\phi \right] \quad n=3. \quad (33b)$$

同理, 根据归一化横向发射度的定义 $\epsilon_r = [\langle p_r^2 \rangle \langle r^2 \rangle - \langle p_r \cdot r \rangle^2]^{1/2}$, 可得 $n=2$ 和 $n=3$ 时的归一化横向发射度。

$n = 3$ 时, 有

$$\varepsilon_r^{if} = \alpha k \langle r^2 \rangle \left[\langle \sin^2 \phi \rangle - \langle \sin \phi \rangle^2 + \frac{2}{n^2} (\langle \sin \phi \cdot \sin n\phi \rangle - \langle \sin \phi \rangle \langle \cos n\phi \rangle) + \frac{1}{n^4} (\langle \sin^2 n\phi \rangle - \langle \sin n\phi \rangle^2) \right]^{1/2}; \quad (34)$$

$n = 2$ 时, 有

$$\varepsilon_r^{if} = \alpha k \langle r^2 \rangle \left[\langle \sin^2 \phi \rangle - \langle \sin \phi \rangle^2 + \frac{2}{n^2} (\langle \sin \phi \cdot \cos n\phi \rangle - \langle \sin \phi \rangle \langle \cos n\phi \rangle) + \frac{1}{n^4} (\langle \cos^2 n\phi \rangle - \langle \cos n\phi \rangle^2) \right]^{1/2}. \quad (35)$$

在 $\phi \approx \pi/2$ 附近, 展开(34)和(35), 取 $\Delta\phi$ 的四阶近似 ($\phi = \pi/2 + \Delta\phi$), 无论 $n = 3$ 或 $n = 2$, 均可得,

$$\varepsilon_r^{if} = 0, \quad (36)$$

即准确到 $\Delta\phi$ 四阶项时, ε_r^{if} 与 $\Delta\phi$ 无关。对比(26)式, 可见在 $\frac{1}{2} + m$ 腔系统中引入倍频场可明显改善横向发射度。

4 解析结果的讨论及数值模拟计算

1. 经推导所得的解析式(21)和(36)表明: 混频腔方案用于 $\frac{1}{2} + m$ 腔系统之后, 纵向发射度得以减少, 横向发射度的增长得以抑制。其时, 倍频场和基频场幅值之间需分别满足(14)式和(32)式, 两式基本相同, 为

$$\frac{E_n}{E_1} \approx \frac{1}{n^2}. \quad (37)$$

然而, 倍频场和基频场之间相位差分别满足(13)式和(31)式, 两式稍有差别。如 $m = 3, n = 2$ 时, 为使 $\Delta\gamma$ 取最小值, $\Delta\phi$ 约为 14° , 而使 ε_r^{if} 取最小值, $\Delta\phi_n$ 应为 0° 。而且从(16)式及(33)式可见, 实现纵向发射度及横向发射度补偿所处的最佳相位也不相同, 前者是 $\phi + \theta_1 = \pi/2$, 后者 $\phi = \pi/2$, 如 $m = 3, n = 3$ 时, 两者之差 $\theta_1 \approx 5^\circ$ 。因此把混频腔概念用于 $\frac{1}{2} + m$ 腔系统时, 应在纵向和横向发射度补偿之间有所侧重。在电子能量较低时, 横向发射度主要取决于空间电荷效应, 因此, 主要补偿纵向发射度为宜。

还应指出, 上述推导中, 对场型、对电子速度的变化都作了近似的处理, 认为电子速度近似为光速, 即 $\beta \approx 1$; 并认为只存在单一谐波 (分别为 $\cos kx$ 和 $\cos nkx$), 同时没有考虑空间电荷效应。

2. 为了更好地了解混频 $\frac{1}{2} + m$ 腔系统的束流动力学特性, 借助于 PARMELA 程序进

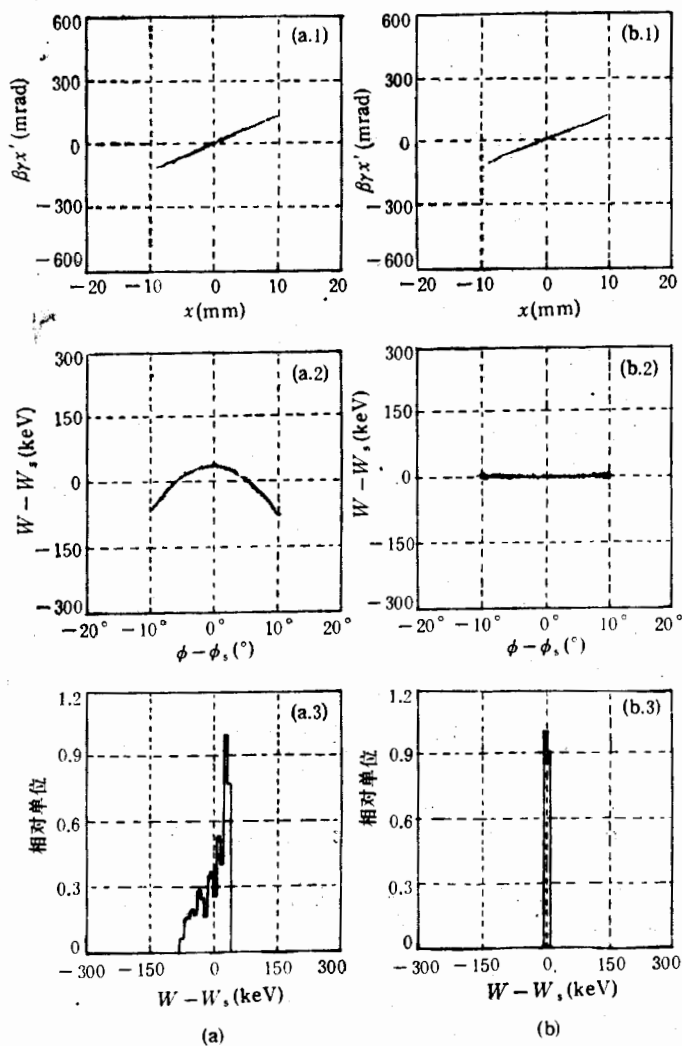


图 2 $\frac{1}{2}+1$ 腔微波电子枪基频与混频模同时工作束流性能对比

- (a) 基频模工作。(a.1) 横向相图(归一化横向散角 $\beta r x'$ vs. x);
 (a.2) 纵向相图(能量 $W - W_s$ vs. 注入相位 $\phi - \phi_s$);
 (a.3) 能谱图。

$\beta r s(\text{r.m.s.}) = 6.14 \text{ mm-mrad}$, 能谱宽度 $dW = 113 \text{ keV}$, 能量
 $W = 6.89 \text{ MeV}$, $dW/W = 1.64\%$ 。

- (b) 混频模同时工作。(b.1) 横向相图;
 (b.2) 纵向相图;
 (b.3) 能谱图。

$\beta r s(\text{r.m.s.}) = 4.41 \text{ mm-mrad}$, 能谱宽度 $dW = 15 \text{ keV}$, 能量
 $W = 6.16 \text{ MeV}$ $dW/W = 0.24\%$ 。

行了考虑空间电荷效应的数值模拟计算。为方便起见,计算中取 $m = 1, n = 3$ 。腔型如图 1 所示。半腔(首腔)腔长为 17.31 cm , 整腔(主腔)腔长为 34.62 cm 。混频腔的基频模为类 TM_{020} 模, 三倍频模为 TM_{020} 模。腔型微波参数列于表 1 中。图 2(a)、(b) 分别给出基

频和混频工作时, $\frac{1}{2}+m$ 腔(现 $m=1$) 出口处的纵向及横向相图、能谱, 对比图 2(a)、(b) 可明显看到倍频场对纵向相图及能谱的改善。仅有基频场时, 能谱为 1.64%, 而同时存在倍频场时, 能谱改善到 0.25%, 横向发射度增长在一定程度上也得到了抑制。

表 1 $\frac{1}{2}+1$ 腔腔型微波参数

参 数	基 频 模	三倍频模
工作模式	TM_{010}	TM_{030}
工作频率 (MHz)	436.56	1306.11
分流阻抗 (M Ω)	11.24	0.99
品质因数, Q_0	38 708	68 391

图 3 给出了考虑不同空间电荷量情况下 $\frac{1}{2}+1$ 腔混频工作对能散 (dW) 和横向发射度的改善。

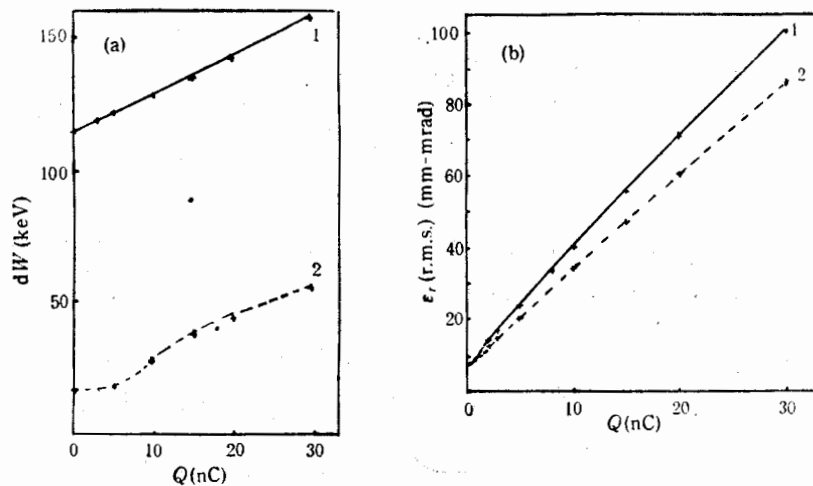


图 3 考虑空间电荷情况下, 混频腔方案对能散和横向发射度的改善

曲线 1: 基频模工作; 曲线 2: 混频模同时工作。

(a) 对能散度的改善; (b) 对横向发射度的改善。

通过上述的解析讨论及数值模拟计算实例结果说明, 把混频腔方案应用到 $\frac{1}{2}+m$ 腔微波电子枪系统, 在一定条件下是一个可考虑的方案。至少可以在维持一定能谱条件下延长束团长度, 或者保持一定束团长度条件下改善能谱。前者有利于增加束团的电荷量; 后者显然有利于获得好的能谱。而且该方案在一定程度上也能抑制横向发射度的增长。

当然, 为了获得品质优良的电子束, 必须对混频 $\frac{1}{2}+m$ 腔微波电子枪系统进行动力

学优化设计,系统地考虑混频场的幅值及相位关系、束团尺寸大小、电荷量以及倍频场的补偿形式等对动力学特性的影响。目前此项工作仍在进行中。

参 考 文 献

- [1] C. E. Hess et al., *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, **NS-32**(1985)2924.
- [2] T.I. Smith, SLAC-303(1986)421.
- [3] 赵振堂,混频加速腔的理论及实验研究,清华大学博士论文(1990).
- [4] K.T. McDonald, *IEEE Trans Electr. Dev.*, **35**(1988)2052.
- [5] E.Tanabe et al., SLAC-PUB-5054(1989).
- [6] K.Batchelor et al., EPAC-1988(1988)954.
- [7] K.J. Kim, *Nucl. Instr. & Meth. in Phys. Res.*, **A275**(1988)207.
- [8] P.G. O'shea et al., *Nucl. Instr. & Meth. in Phys. Res.*, **A318**(1992)52.
- [9] M.Takabe et al., *ibid* 367.

Beam Dynamics Characteristic in $\frac{1}{2} + m$ Cell's Harmonic Microwave Gun

Zhao Zhentang Lin Yuzheng Wang Hongyuan

(Department of Physics, Tsinghua University, Beijing 100084)

Received on 29 March, 1993

Abstract

In order to decrease the energy spread and to get a small traverse emittance as well as high brightness of the electron beam in the injector of the FEL, a $\frac{1}{2} + m$ cell's microwave gun scheme adopted the technique of the harmonic cavity is presented. By using K. J. Kim method, the beam dynamics characteristic in the $\frac{1}{2} + m$ cell's harmonic microwave gun is studied. The derived formulas demonstrate that with this scheme, the energy spread and traverse emittance of the electron beam are improved. In comparison with above analytical results, a beam dynamics simulation is performed with PARMELA code. The result shows that the harmonic microwave gun is favourable for improving the energy spread and repressing the phase space dilution.

Key words $\frac{1}{2} + m$ cell's harmonic microwave gun, free electron laser, injector, beam dynamics characteristic, traverse emittance, energy spread.