

# 高能碰撞多粒子末态间歇现象与 关联积分的研究\*

张阳 胡源 吴元芳 刘连寿

(华中师范大学粒子物理研究所, 武昌 430070)

张勇和

(黄冈师范专科学校物理系, 湖北 436100)

1993年5月3日收到

## 摘 要

用理论分析和 Monte Carlo 模拟表明: 研究间歇现象时用关联积分代替阶乘矩的统计会改变快度 bin 减小时的反常标度行为。指出, 关联函数积分与阶乘矩可能分别反映不同的物理内容。提出了一种随机移动分 bin 起点的统计阶乘矩方法以消除分 bin 造成的人为因素。证明了, “钉子”事件对间歇指数有重要贡献。

**关键词** 高能碰撞多重产生, 间歇现象, 阶乘矩, 关联积分, 动力学起伏。

## 1 引 言

长期以来, 高能碰撞多重产生的研究主要集中在碰撞的一系列平均性质上, 例如 KNO 标度无关及其破坏、前后多重数关联、多重数的负二项式分布及喷注现象等等<sup>[1]</sup>。Bialas 和 Peschanski 关于间歇现象的研究使人们的注意力由碰撞的平均性质转向单个事件在小相空间的大的起伏现象。他们最早从高能宇宙射线的核碰撞事例中注意到碰撞过程中的动力学起伏, 指出, 系统的动力学起伏可以通过末态粒子阶乘矩随 bin 宽度变化的反常标度行为来反映<sup>[2]</sup>。几乎所有的实验都证实了末态粒子阶乘矩有这种反常标度行为<sup>[3]</sup>:

$$F_i \propto (\delta y)^{-\phi_i}, \quad \delta y \rightarrow 0$$

其中  $y$  是末态粒子的快度,  $F_i$  是 bin  $\delta y$  中末态粒子的  $i$  阶阶乘矩,  $\phi_i$  是第  $i$  阶间歇指数。很多理论试图解释这一现象, 但大都不能令人满意。其中特别使人感兴趣的是, 阶乘矩的这种反常标度行为能否用 B-E 关联来解释。为此, 人们分别测量了全同粒子和非全同粒子的阶乘矩, 发现这两种情况下的间歇指数  $\phi_i$  没有什么差别<sup>[4]</sup>, 不符合 B-E 关联所预言的 2 倍  $\phi_i$  的关系<sup>[5]</sup>。然而稍后, 人们用 Strip 积分<sup>[6]</sup>代替阶乘矩对实验统计, 发现,

\* 国家自然科学基金资助。

$\phi_{ls} \approx 2\phi_{sll}$  ( $\phi_{ls}$  是全同粒子的间歇指数,  $\phi_{sll}$  是所有末态粒子的间歇指数), 说明它与 B-E 关联有关<sup>[7]</sup>. 针对这一系列矛盾的现象, 本文试图说明, 关联函数的 Strip 积分研究方法 与阶乘矩的统计并不等价, 它们可能反映了不同的物理内容. 阶乘矩的反常标度行为反映了系统的动力学起伏<sup>[2]</sup>; 而关联函数的 Strip 积分的反常标度行为则反映了发射源的分形结构<sup>[8]</sup>. 因此, 我们的结论是: B-E 关联并不是系统动力学起伏的主要原因.

在统计阶乘矩时, 要将快度窗口分 bin, 这会带来人为因素, 使一些相互距离小于 bin 宽度的粒子的贡献未能包括进来<sup>[9]</sup>. 为了克服这一缺点, 本文提出了一种使分 bin 起点随机移动的统计方法. 这样统计的结果反映了系统的平均间歇强度, 包括了所有相互距离小于 bin 宽度的粒子的贡献. 另外, 在进行 MC 模拟的过程中, 我们发现“钉子”事件对间歇指数有重要贡献.

本文将首先介绍 Strip 积分方法并分析它与阶乘矩统计方法的差异, 然后说明对  $\alpha$  模型进行 Monte Carlo 模拟的结果; 最后对移动窗口统计方法和“钉子”事件的影响进行讨论.

## 2 关联函数的 Bin Wise 积分和 Strip 积分

### 2.1 关联函数的 Bin Wise 积分 (BWI)

定义多粒子快度分布为:

$$\rho_q(y_1, y_2, \dots, y_q) = \frac{1}{\sigma_l} \frac{d^q \sigma_{incl}}{dy_1 \dots dy_q}, \quad (1)$$

其中  $\sigma_l$  和  $\sigma_{incl}$  分别为总非弹散射截面和半单举散射截面. (注意, 为了讨论方便起见, 仅讨论快度分布. 如果用其它变量如动量、方位角等代替快度  $y$ , 讨论过程完全一致).

实验统计多粒子分布函数的公式为:

$$\rho_q(y_1, y_2, \dots, y_q) = \left\langle \sum_{i_1 \neq i_2 \neq \dots \neq i_q}^n \delta(y_1 - y_{i_1}) \dots \delta(y_q - y_{i_q}) \right\rangle, \quad (2)$$

显然,  $\rho_q(y_1, y_2, \dots, y_q)$  对于  $y_1 = y_2 = \dots = y_q$  轴是对称的. 由(2)式有:

$$\int_{\mathcal{Q}} \rho_q(y_1, y_2, \dots, y_q) dy_1 \dots dy_q = \langle n(n-1) \dots (n-q+1) \rangle_{\mathcal{Q}}, \quad (3)$$

$$\int_{\mathcal{Q}} \rho_1(y_1) \rho_1(y_2) \dots \rho_1(y_q) dy_1 \dots dy_q = \left[ \int_{\Delta y} dy \rho_1(y) \right]^q = \langle n \rangle_{\mathcal{Q}}^q, \quad (4)$$

$n$  是窗口  $\Delta y$  中的末态粒子数,  $\mathcal{Q}$  为以  $\Delta y$  为边长的  $q$  维方形积分区域. 由(3)、(4)式, 可以把 Bialas 等人定义的阶乘矩写成关联函数的积分.

按照 Bialas 等人的定义, 所谓“水平”平均阶乘矩:

$$F_q(\delta y) = \frac{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \langle n_m(n_m-1) \dots (n_m-i+1) \rangle}{(\langle N \rangle / M)^q} \\ = \frac{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \int_{\mathcal{Q}_m} \prod_i dy_i \rho_q(y_1, y_2, \dots, y_q)}{(\langle N \rangle / M)^q}$$

$$= \frac{1}{M} \int_{\Omega_B} \prod_i dy_i \rho_q(y_1, y_2, \dots, y_q) \quad (5)$$

$$\frac{(\langle N \rangle / M)^q}{}$$

(5)式就是所谓的关联函数 Bin Wise 积分 (BWI). 其中积分区域  $\Omega_m$  是  $q$  维快度空间中以  $\delta y$  为边长的  $q$  维小方盒,  $\Omega_B = \sum_{m=1}^M \Omega_m$  是  $M$  个沿  $y_1 = y_2 = \dots = y_q$  顶点对顶点排列的小方盒. 为了直观起见, 我们画出了  $q = 2$  的情形(图 1(a) 中的实线).

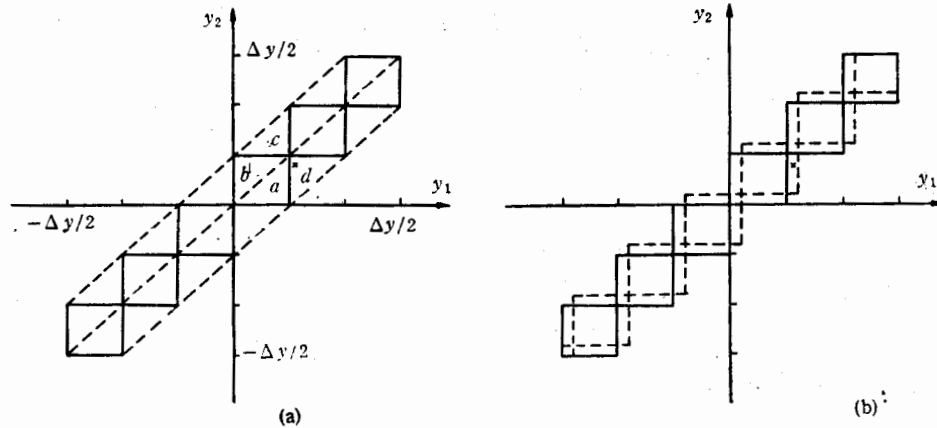


图 1 (a) 2 阶关联函数的 Bin Wise 积分区域(实线)和 Strip 积分区域(虚线)  
(b) 移动窗口的 Bin Wise 积分区域(包含了“×”点).

### 2.2 关联函数的 Strip 积分 (STI)

Carruther 等人认为<sup>[6]</sup>, 为了反映所有粒子短程关联的情况, 即包含图 1 中的 × 点, 积分区域应该用“带形区域”代替  $M$  个方盒(图 1(a) 中的虚线). 这称为“Strip 积分”. 这样一来, (5) 式变为:

$$C_q(\delta y) = \frac{1}{N} \int_{\Omega_s} \prod_i dy_i \rho_q(y_1, y_2, \dots, y_q), \quad (6)$$

$$= \frac{1}{N} \left\langle q! \sum_{i_1 < i_2 < \dots < i_q} \prod_{i=1}^{q-1} \theta(\delta y - |y_{i_1} - y_{i_i}|) \right\rangle, \quad (7)$$

其中  $\Omega_s$  对应于图 1(a) 虚线中的带形区域,  $\theta$  是阶跃函数. 归一化常数为:

$$N = \langle N \rangle^q (q \Delta y (\delta y)^{q-1} - (q-1) (\delta y)^q) / (\Delta y)^q, \quad (8)$$

Carruther 在引进 Strip 积分时, 主要是为了包含更多的关联信息. 然而我们发现, 关联函数 Strip 积分的结果与阶乘矩的统计结果并不等价.

## 3 Bin Wise 与 Strip 的比较

### 3.1 BWI 与 STI 不等价

为了说明我们的观点, 将 Bin Wise 积分区域分成  $a, b$  两个区域, 见图 1(a). 这样,

(5)式变为(为了简明起见,只讨论2维情况):

$$\begin{aligned} F_2(\delta y) &\sim \int_{Q_B} \rho(y_1, y_2) dy_1 dy_2 \\ &= \int_{Q_a} \rho(y_1, y_2) dy_1 dy_2 + \int_{Q_b} \rho(y_1, y_2) dy_1 dy_2, \end{aligned} \quad (9)$$

同时, Strip 积分区域被分成  $a, b, c, d$  四个四域。(6)式变为:

$$\begin{aligned} C_2(\delta y) &\sim \int_{Q_s} \rho(y_1, y_2) dy_1 dy_2 \\ &= \int_{Q_a} \rho(y_1, y_2) dy_1 dy_2 + \int_{Q_b} \rho(y_1, y_2) dy_1 dy_2 \\ &\quad + \int_{Q_c} \rho(y_1, y_2) dy_1 dy_2 + \int_{Q_d} \rho(y_1, y_2) dy_1 dy_2, \end{aligned} \quad (10)$$

显然,由图1(a)

$$\int_{Q_c} \rho(y_1, y_2) dy_1 dy_2 = \int_{Q_a} \rho(y_1, y_2 + \delta y) dy_1 dy_2, \quad (11)$$

$$\int_{Q_d} \rho(y_1, y_2) dy_1 dy_2 = \int_{Q_b} \rho(y_1 + \delta y, y_2) dy_1 dy_2, \quad (12)$$

故要使(9)与(10)式等价,必须要求:

$$\begin{cases} \int_{Q_a} \rho(y_1, y_2 + \delta y) dy_1 dy_2 = \int_{Q_a} \rho(y_1, y_2) dy_1 dy_2 \\ \int_{Q_b} \rho(y_1 + \delta y, y_2) dy_1 dy_2 = \int_{Q_b} \rho(y_1, y_2) dy_1 dy_2. \end{cases} \quad (13)$$

如果(13)式所要求的对称性条件不满足,则 STI 与 BWI 不等价。事实上,只要把实验结果的经验公式作为  $\rho(y_1, y_2)$  的近似就会立即发现 STI 与 BWI 对快度窗口的依赖行为不同。

短程关联实验表明<sup>[10]</sup>, 相对关联函数

$$R(y_1, y_2) = \frac{\rho(y_1, y_2)}{\rho(y_1)\rho(y_2)} = 1 + \alpha \exp[-(y_1 - y_2)/\beta], \quad (14)$$

由(5)和(14)式

$$\begin{aligned} F_2(\delta y) &= \frac{1}{\delta y \Delta y} \int_{Q_B} dy_1 dy_2 [1 + \alpha \exp(-(y_1 - y_2)/\beta)] \\ &= 2 + 2\alpha\beta [1 - \exp(-\delta y/\beta)]/\delta y \\ &\approx 1 + \alpha \left[ 1 - \frac{\delta y}{4\beta} + \frac{\delta y^2}{24\beta^2} - \dots \right], \end{aligned} \quad (15)$$

由(6)和(14)式

$$\begin{aligned} C_2 &= \frac{1}{\delta y \Delta y} \int_{Q_s} dy_1 dy_2 [1 + \alpha \exp(-(y_1 - y_2)/\beta)] \\ &\approx 1 + \alpha \left[ 1 - \frac{\delta y}{3\beta} + \frac{\delta y^2}{12\beta^2} - \frac{\delta y^3}{60\beta^3} + \dots \right], \end{aligned} \quad (16)$$

(16)式积分中,为了便于比较,我们选用 Strip 宽度为  $\delta y$ , 以使 Strip 积分区域与  $B_i^n$

Wise 积分区域相等。注意,(15)、(16)式中  $\delta y \rightarrow 0$  时,  $F_2, C_2 \rightarrow$  常数, 没有奇异行为。这是由于  $\rho(y_1, y_2)$  是光滑函数, 它本身没有奇异行为。但从(15)、(16)式我们仍然可以看出, 当  $\delta y \rightarrow 0$  时,  $F_2$  和  $C_2$  对  $\delta y$  的依赖行为不一样。这种不一致是由于 STI 与 BWI 的积分区域不同所造成的。

### 3.2 Monte Carlo 模拟

为了更进一步说明 STI 与 BWI 在一般情况下不一致, 我们把本身具有动力学起伏的  $\alpha$  模型<sup>[2,11]</sup>进行改造, 使之破坏(13)式所要求的对称性条件, 然后统计两种情况下的间歇指数。具体作法如下:

考虑快度区域  $\Delta y[0,3]$ 。取它的两个子区间  $[0,2]$ 和 $[1,3]$ , 让它们分别满足两个独立的分形结构。两个子区间的多重数  $n_1 = n_2 = 25$ , 而  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.5$ 。这样两个子区间叠加起来就破坏了(13)式的对称性。对这样的系统统计的结果(图 2)表明, STI 与 BWI 不一致。相应的间歇指数是:  $\phi_{\text{BWI}} = 0.0929$ ,  $\phi_{\text{STI}} = 0.0699$ 。

当然, 这种人为的模型本身并不重要, 重要的是它告诉我们, 一般情况下关联函数的 Strip 积分方法不能代替阶乘矩的统计。

### 3.3 移动分 bin 起点的统计方法

前面指出, 在统计阶乘矩时, 将快度窗口分 bin 会带进人为因素, 使一些相互距离小于 bin 宽度的粒子的贡献未能包括进来<sup>[9]</sup>。为了克服这一缺点, 我们注意到, 将空间分 bin 讨论矩的反常标度性是研究空间分形性质的标准方法。在这样做的时候, 重要的是 bin 的宽度而不是 bin 的位置, 分 bin 的起点可以任意选择。因此, 在统计阶乘矩的时候, 可以随机移动分 bin 的起点然后平均。这样统计的结果, 反映了系统的平均间歇强度, 而且包括了所有相互距离小于 bin 宽度的粒子的贡献。当然, 由于所讨论的快度窗口  $\Delta y$  只有有限大小, 移动分 bin 的起点会在窗口边界上造成误差。但是, 在 bin 宽度分得很小以后, 这一“边界效应”引起的误差消失。

图 3(a) 是我们用移动分 bin 起点方法对  $\alpha$  模型<sup>[11]</sup>的统计结果, 其中  $\alpha$  取 0.3。  $\phi$  值统计结果  $\phi_2 = 0.036$ ,  $\phi_3 = 0.112$ ,  $\phi_4 = 0.222$ ,  $\phi_5 = 0.366$ , 与  $\alpha$  模型的理论计算完全一致。

从图 1 中可以看出, 如果不移动分 bin 起点, 会丢掉某些相互距离小于 bin 宽度的粒子(如图 1(a) 中的“×”点)的贡献。但移动分 bin 起点后, 所有这样的点的贡献都被包括进来了, 见图 1(b)。

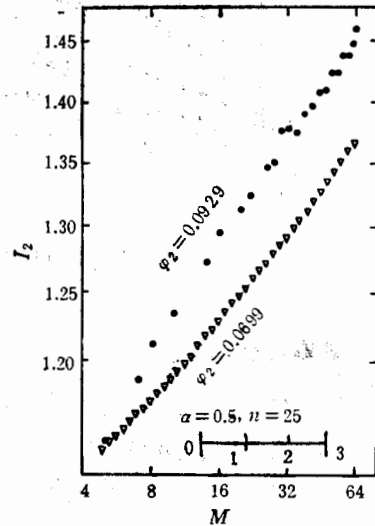


图 2 BWI 与 STI 方法对两分量交叉叠加的  $\alpha$  模型的统计结果不一致  
● Bin Wise, ▽ Strip.

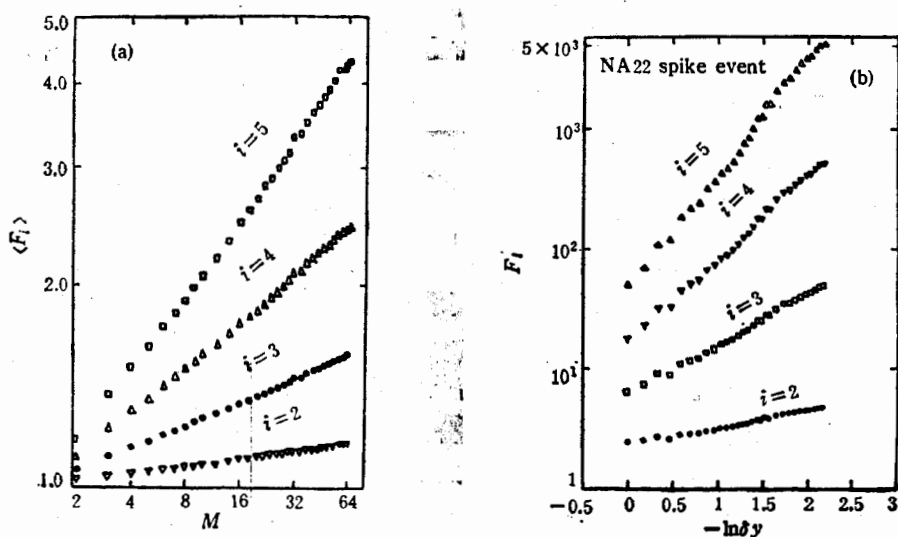


图3 (a) 移动分 bin 起点100次平均后, BWI 对  $\alpha$  模型的统计结果;  
(b) 移动分 bin 起点 BWI 对 NA22 钉子事件的统计结果

### 3.4 单事件分析

人们在引入关联函数 Strip 积分时,还强调对于单事件分析,  $\langle F_i \rangle$  随速度窗口的减少在  $\ln \langle F_i \rangle - \ln(1/\delta y)$  图上表现为一些杂乱无章的点,而 Strip 积分使这些点在一条直线上。因此, STI 使得单事件分析有意义<sup>[9]</sup>。

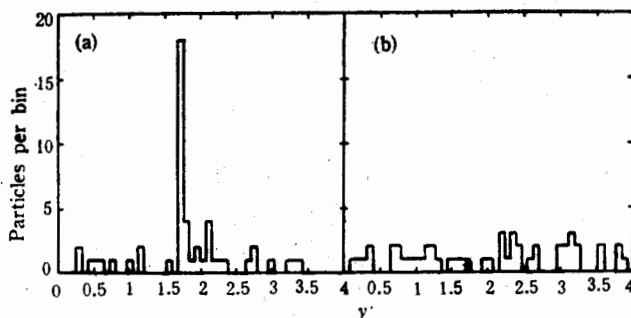


图4 (a) “钉子”事件直方图 (b) 非“钉子”事件直方图

事实上, STI 的这一性质仅仅对有“钉子”(Spike)的单事件才成立。我们任意制作两个事件,如图4,一个有钉子,另一个没有。结果钉子事件的点在一条直线上,而非钉子事件的点杂乱无章,见图5(a),(b)。这很容易理解,因为钉子事件在  $y_1 = y_2$  平面上投影的点都云集在  $y_1 = y_2$  轴附近。这就保证了,在  $\delta y$  减小的过程中  $C_2$  的值的稳定性。反之,对于非钉子事件,由于多重数有限,  $\ln \langle C_2 \rangle - \ln(1/\delta y)$  图会出现很大的起伏。由此可见,从单事件的 STI 是否呈直线,至多只能判断事件是否是“钉子”事件,而不能作为分析单事件性质的一种一般方法。

在采用了移动分 bin 起点的方法以后, BWI 也同样能用来分析单事件. 图 5(c)、(d)是用这一方法分析图 4 的两个单事件的结果. 我们看到,对于钉子事件,用这一方法同样得到了一条很好的直线. 图 3(b)是用这一方法分析 NA22 的有名的钉子事件<sup>[12]</sup>的结果.

在用  $\alpha$  模型产生的事件样本中,既有钉子事件,也有非钉子事件. 我们将钉子事件抽出来单独进行了统计. 取  $\alpha = 0.3$ , 整个样本的间歇指数  $\phi_2 = 0.039$ . 如果仅仅统计钉子事件,则  $\phi_2 = 0.178$ , 显著地比整个样本的  $\phi_2$  大. 如果人为地把钉子事件去掉,统计剩下的事件,则  $\phi_2 = 0.0205$ , 比整个样本的  $\phi_2$  小(图 6). 用 Strip 积分统计  $C_2$  有类似结果. 这表明,“钉子”事件对间歇现象有重要贡献. 因此,间歇现象与钉子事件的产生机制可能有某种联系. 这是值得进一步探讨的问题.

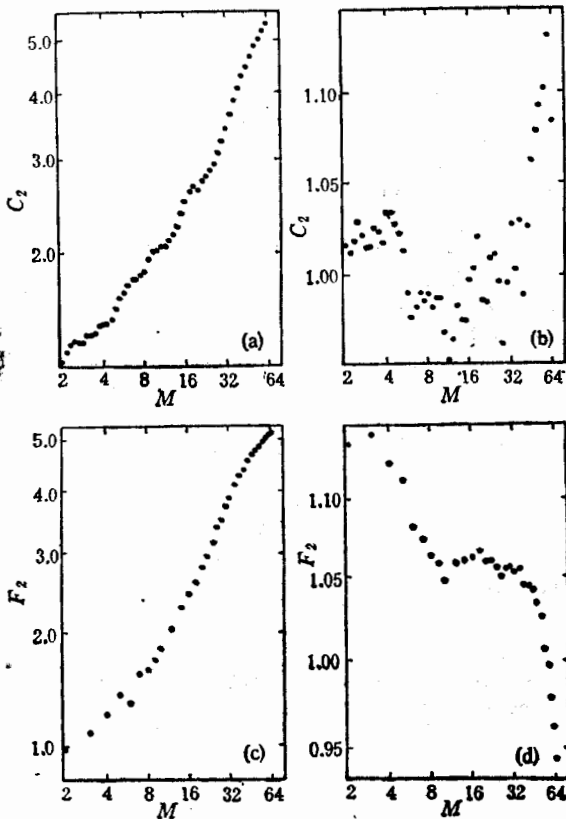


图 5 (a)、(c) STI 和 BWI 对“钉子”事件统计结果在一条直线上; (b)、(d) STI 和 BWI 对非“钉子”事件统计不在一条直线上

类似结果. 这表明,“钉子”事件对间歇现象有重要贡献. 因此,间歇现象与钉子事件的产生机制可能有某种联系. 这是值得进一步探讨的问题.

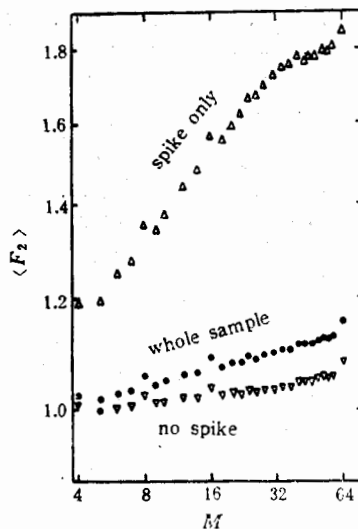


图 6  $\alpha$  模型 ( $\alpha = 0.3$ ) 的整个样本和只保留钉子事件以及去掉钉子事件的统计结果

### 4 结 论

本文利用理论分析和 Monte Carlo 模拟说明了, 关联函数的 Strip 积分 (STI) 与 Bin Wise 积分 (BWI) 对快度窗口的依赖行为不同. 后者 (BWI) 就是阶乘矩的统计, 它消除了系统的统计起伏. 它对快度窗口的反常标度行为反映了系统的动力学起伏<sup>[2]</sup>.

另一方面,全同与非全同粒子的关联积分(STI)的反常标度行为之间的差异<sup>[7]</sup>,可以通过假定发射源有分形结构来解释<sup>[8]</sup>。因此,STI的反常标度行为可能与粒子发射源的分形结构有关。

本文提出了一种随机移动分 bin 起点统计阶乘矩的方法。它能消除将快度窗口分 bin 带来的人为因素,使所有相互距离小于 bin 宽度的粒子的贡献都能包括进来。

我们还证明了,STI的单事件的分析只能作为“钉子”事件的一种判据。用随机移动分 bin 起点统计阶乘矩的方法也能进行这样的单事件分析。我们还用 Monte Carlo 模拟表明,仅仅考虑“钉子”事件所得的间歇指数比整个样本的间歇指数大得多,而去掉“钉子”事件则使间歇指数明显减小。即“钉子”事件与间歇有密切关系。

作者感谢周代翠的有益的讨论。在本文的计算中利用了霍英东基金支持下建立起来的计算条件。作者对此表示感谢。

### 参 考 文 献

- [1] N. Schmitz, in Proceedings of Multiparticle Dynamics, Italy, Eds. A. Giovannini and W. Kittel, World Scientific, Singapore, 1989. 及其中所引文献。
- [2] A. Bialas and K. Peschanski, *Nucl. Phys.*, **B273**(1986)703.
- [3] N. Schmitz, in Proceedings of XXI International Symposium on Multiparticle Dynamics, Wuhan 1991, Eds. Wu Yuanfang and Liu Lianshou, World Scientific, Singapore, 1992. 及其中所引文献。
- [4] B. Buschbeck and P. Lipa, Preprint UA1/TN 89-06.
- [5] M. Guylassy and N. Schmitz, in Proceedings of Multiparticle Dynamics, Italy, Eds. A. Giovannini and W. Kittel, World Scientific, Singapore, 1989.
- [6] P. Carruthers, *Astrophysical J.*, **380**(1991) 24.
- [7] B. Buschbeck, talk given at the XXII International Symposium on Multiparticle Dynamics, Santiago, 1992.
- [8] A. Bialas, *Acta. Phys. Polonica*, **B23** (1992) 561.
- [9] P. Lipa et al., *Phys. Lett.*, **B285**(1992)300.
- [10] R.E. Ansorge et al., *Z. Phys.*, **C37**(1988)191.
- [11] Wu Yuanfang and Liu Lianshou, *Chinese Science Bulletin*, **36**(1991) 1077.
- [12] M. Adamus et al., (NA22), *Phys. Lett.*, **B185**(1987)200.



## On the Intermittency and Correlation Integral of Multiparticle Final States in High Energy Collisions

Zhang Yang Hu Yuan Wu Yuanfang Liu Lianshou

(*Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430070*)

Zhang Yonghe

(*Physics Department, Huanggang Teacher's College, Hubei 436100*)

Received on May 3, 1993

### Abstract

It is shown by both theoretical analysis and Monte Carlo simulation that using correlation integral instead of factorial moments in the investigation of intermittency phenomena will change the anomalous scaling behaviour in the decreasing of rapidity bin. It is pointed out that the correlation [integral and factorial moments probably bin. It is pointed out that the correlation [integral and factorial moments probably reflect different physical aspects. In order to eliminate the artificial factor in bin-division, a method of randomly moving the starting point of bin-division in the investigation of factorial moments is proposed. It is also shown that the spiky events have important contribution to the intermittency indices.

**Key words** multiparticle production in high-energy collision, intermittency, factorial moment, correlation integral, dynamical fluctuation.