$e^+e^- \to \tau^+\tau^-$, $\tau^- \to a_1^-\nu_\tau$, $a_1^- \to \rho\pi$ 过程的角分布和 a_1 介子的性质*

郁 宏[1)] 沈齐兴[1)] 张 霖
(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

1993 年 5 月 4 日收到

摘 要

给出了过程 $e^+e^- \to \tau^+\tau^-$, $\tau^- \to a_1^-\nu_\tau$, $a_1^- \to \rho\pi$ 的密度矩阵和角分布的螺旋度形式。通过分段拟合把相应于 W-a_1 跃迁和强作用顶点 $a_1\rho\pi$ 形状因子的螺旋度振幅比确定下来，给出了一个确定宽共振态 a_1 质量和宽度而与模型无关的方法。

关键词 宽共振态，形状因子，螺旋度振幅比，密度矩阵。

1 引 言

关于夸克模型中的 $(q\bar{q})$ 介子，其中的基态 0^{-+}, 1^{--} 九重态已有比较清楚的了解。但对第一径向激发态(0^{-+}, 1^{--})和除 2^{++} 张量介子外的第一轨道激发态 (1^{+-}, 0^{++}, 1^{++}) 等等，还不甚了解，如何填充这些九重态，至今也还没有完全确定下来。

以 $I^G(J^{PC}) = 1^-(1^{++})$ 九重态为例，$f_1(1285)$ 和 $K_1(1400)$ 的填入不存在什么问题；$a_1(1260)$ 的填入也可定下来。但还有二个态：$E/f_1(1420)$ 和 $f_1(1510)$。究竟哪一个填入此九重态。剩余的一个态是什么类型的介子等等，都涉及一个令人感兴趣的领域——新强子态(胶子球，混杂态，四夸克态)的寻找及确认和对它们性质的研究。就是对那些九重态介子性质的认识，目前也还很不够。比如 $a_1(1260)$ 介子，由于它的宽度相当大 ($\gtrsim$400MeV)，以致如何确定这个共振态的参数(质量，宽度)就相当困难，处理上有较大的不确定性、多家实验的结果不能完全符合。因此，$a_1(1260)$ 是近年来研究得比较多的一个介子共振态。

大家知道，精确测定 a_1 介子的参数是相当重要的。它对于确定 1^{++} 九重态的混合结构[1]，检验 Weinberg 关系 $m_{a_1} \approx \sqrt{2}\, m_\rho$[2]，以及加深对宽共振态的认识，建立正确处理宽共振态的方法都有意义。

对 a_1 共振态的研究是从强子反应 $\pi N \to a_1 N$ 开始的[3]，但由于 Deck 效应[4]等造成很强的背景，其后主要从 τ 轻子的衰变过程 $\tau \to a_1\nu_\tau$ 来进行研究[5]。多家实验结果存在较大差异(见表 1)。

---

* 国家自然科学基金和中国科学院理论物理特别支持经费资助。

1) 中国科学院理论物理所客座研究人员。

表1 a_1 介子的质量和宽度

反应及来源	质量(MeV)	宽度(MeV)
$\pi^- p \to p\pi^+\pi^-\pi^-$	1280 ± 30	300 ± 50
$\pi^- p \to n\pi^+\pi^-\pi^0$	1240 ± 80	380 ± 100
$\tau^- \to \pi^+\pi^-\pi^-\nu_\tau$		
DELCO	$1056\pm20\pm15$	$476^{+132}_{-120}\pm54$
MARK II	$1194\pm14\pm10$	$462\pm56\pm30$
ARGUS	1046 ± 11	521 ± 27
MAC	$1166\pm18\pm11$	$405\pm75\pm25$

为此,诸如如何构造宽共振态的 Breit-Wigner 函数,主要衰变道 ($a_1 \to \rho\pi$) 的强子顶点 ($a_1\rho\pi$) 系何种结构,弱作用 (W-a_1 跃迁) 的形状因子如何取等问题,成为许多文献讨论的重点[6-8]. 但一个明显的缺憾是均与模型相关,或者存在较大的理论上的不确定性.

本文试图从唯象的角度,针对强子顶点 ($a_1\rho\pi$) 和弱作用 W-a_1 跃迁顶点,给出一个与模型无关的方法,只是其中 Breit-Wigner 函数采用现被普遍接受的形式[9]. 这可能有助于获得比较可信的关于 a_1 介子的参数(质量和宽度). 同时,通过测得的与形状因子相对应的螺旋度振幅之比,也可为各种动力学理论模型提供必要的检验.

2 过程 $e^+e^-\to\tau^+\tau^-$, $\tau^-\to a_1^-\nu_\tau$ 的密度矩阵

过程:
$$e^+e^- \to \tau^+\tau^-, \tau^- \to a_1^-\nu_\tau \tag{1}$$
的 S 矩阵元为
$$\langle \tau^+_{t''}(a_1^-)_{\lambda_1}\nu_\tau | S-1 | e^+_r e^-_{r'}\rangle \propto \sum_t \langle \tau^+_{t''}\tau^-_t | T_1 | e^+_r e^-_{r'}\rangle \cdot \langle (a_1^-)_{\lambda_1}\nu_\tau | T_2 | \tau^-_t\rangle. \tag{2}$$
此过程的密度矩阵定义为
$$I_{t,t'}(\theta) = \frac{1}{4}\sum_{r,r',t''} \langle \tau^+_{t''}\tau^-_t | T_1 | e^+_r e^-_{r'}\rangle \langle \tau^+_{t''}\tau^-_{t'} | T_1 | e^+_r e^-_{r'}\rangle^*. \tag{3}$$

其中, λ_1 为轴矢量介子 a_1^- 的螺旋度, r、r'、t (t')和 t'' 分别是正电子、电子、τ^- 和 τ^+ 的极化指标. 由于此过程涉及 τ^- 的衰变,因此密度矩阵带极化指标 t 和 t'. 取 e^+e^- 质心系(实验室系), τ^- 的运动方向为 z 轴, e^+e^- 束在 x-z 平面内, θ 为 e^+ 束流方向和

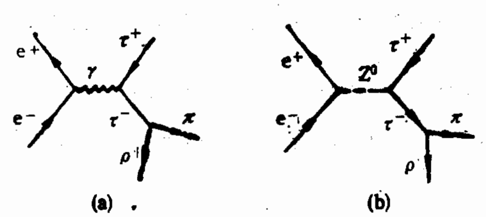

图 1

z 轴的夹角。

图 1 给出了此过程的最低阶费曼图。

(1) 纯电磁过程(图 1(a))的密度矩阵为

$$I^{e}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(\theta)=I^{e}_{-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)=\frac{e^4}{16E^4}\left[-\frac{1}{2}+E^2\left(\frac{1}{m_\tau^2}+\frac{1}{m_e^2}\right)\right.$$
$$\left.+\frac{|\boldsymbol{p}|^2|\boldsymbol{k}|^2}{2m_\tau^2m_e^2}(1+\cos^2\theta)\right],$$
$$I^{e}_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)=I^{e}_{-\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(\theta)=0. \tag{4}$$

其中，τ^-,τ^+，正电子和电子的四动量分别是 $k=(E,0,0,|\boldsymbol{k}|)$，$k'=(E,0,0,-|\boldsymbol{k}|)$，$p_+=(E,|\boldsymbol{p}|\sin\theta,0,|\boldsymbol{p}|\cos\theta)$，$p_-=(E,-|\boldsymbol{p}|\sin\theta,0,-|\boldsymbol{p}|\cos\theta)$。这里，我们已取 y 轴为 $\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{p}_+$ 方向；m_e 和 m_τ 分别是电子和 τ 中微子的质量；e 为电子所带电荷。

(2) 纯弱作用过程(图 1(b))的密度矩阵为

$$I^{W}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(\theta)\approx\frac{g^4}{(4E^2-M_Z^2)^2\cdot\cos^4\theta_w}\cdot\frac{1}{64m_\tau m_e^2}\Big\{(g_V^2-g_A^2)^2\cdot 2m_\tau m_e^2$$
$$+(g_V^2+g_A^2)^2\frac{2}{m_\tau}(|\boldsymbol{k}|^2|\boldsymbol{p}|^2\cos^2\theta+E^4)-g_V^2g_A^2$$
$$\cdot\frac{16E^2}{m_\tau}|\boldsymbol{k}||\boldsymbol{p}|\cos\theta+(g_V^4-g_A^4)\Big[m_\tau|\boldsymbol{p}|^2$$
$$+\frac{m_e^2}{m_\tau}|\boldsymbol{k}|^2+\left(m_\tau+\frac{m_e^2}{m_\tau}\right)E^2\Big]$$
$$+g_Vg_A(g_V^2-g_A^2)\cdot 4E\left(m_\tau|\boldsymbol{p}|\cos\theta-\frac{m_e^2}{m_\tau}|\boldsymbol{k}|\right)$$
$$+g_Vg_A(g_V^2+g_A^2)\frac{4E}{m_\tau}[|\boldsymbol{p}|(E^2+|\boldsymbol{k}|^2)\cos\theta$$
$$-|\boldsymbol{k}|(E^2+|\boldsymbol{p}|^2\cos^2\theta)]\Big\},$$

$$I^{W}_{-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)\approx\frac{g^4}{(4E^2-M_Z^2)^2\cos^4\theta_w}\cdot\frac{1}{64m_\tau m_e^2}\Big\{(g_V^2-g_A^2)^2 2m_\tau m_e^2$$
$$+(g_V^2+g_A^2)^2\cdot\frac{2}{m_\tau}(|\boldsymbol{k}|^2|\boldsymbol{p}|^2\cos^2\theta+E^4)$$
$$-g_V^2g_A^2\frac{16E^2}{m_\tau}|\boldsymbol{k}||\boldsymbol{p}|\cos\theta+(g_V^4-g_A^4)\Big[m_\tau|\boldsymbol{p}|^2$$
$$+\frac{m_e^2}{m_\tau}|\boldsymbol{k}|^2+\left(m_\tau+\frac{m_e^2}{m_\tau}\right)E^2\Big]$$
$$+g_Vg_A(g_V^2-g_A^2)\cdot 4E\left(\frac{m_e^2}{m_\tau}|\boldsymbol{k}|-m_\tau|\boldsymbol{p}|\cos\theta\right)$$

$$-g_V g_A(g_V^2+g_A^2)\frac{4E}{m_\tau}[|\boldsymbol{p}|(E^2+|\boldsymbol{k}|^2)\cos\theta-|\boldsymbol{k}|(E^2+|\boldsymbol{p}|^2\cos^2\theta)]\Big\},$$

$$I^{W}_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)=I^{W}_{-\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(\theta)\approx\frac{g^4}{(4E^2-M_Z^2)^2\cos^4\theta_W}\cdot\frac{1}{32m_\tau m_e^2}$$

$$\cdot\{4g_V^3g_AE^2|\boldsymbol{p}|\sin\theta-g_Vg_A(g_V^2+g_A^2)|\boldsymbol{k}||\boldsymbol{p}|^2\sin2\theta\}. \tag{5}$$

其中 $g=e/\sin\theta_W$。这里我们略去了由传播子第二项所贡献的小项。

（3）密度矩阵的电弱干涉项

$$I^{eW}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(\theta)\approx\frac{e^2g^2}{4E^2(4E^2-M_Z^2)\cos^2\theta_W}\cdot\frac{1}{8m_\tau m_e^2}$$

$$\times\Big\{g_V^2\Big[2m_\tau m_e^2+m_\tau(|\boldsymbol{p}|^2+E^2)+\frac{m_e^2}{m_\tau}(|\boldsymbol{k}|^2+E^2)$$

$$+\frac{2}{m_\tau}(|\boldsymbol{k}|^2|\boldsymbol{p}|^2\cos^2\theta+E^4)\Big]+g_Vg_A\frac{2E}{m_\tau}$$

$$\times(2E^2|\boldsymbol{p}|\cos\theta-2E^2|\boldsymbol{k}|+|\boldsymbol{k}||\boldsymbol{p}|^2\sin^2\theta)$$

$$-g_A^2\frac{4E^2}{m_\tau}|\boldsymbol{k}||\boldsymbol{p}|\cos\theta\Big\},$$

$$I^{eW}_{-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)\approx\frac{e^2g^2}{4E^2(4E^2-M_Z^2)\cos^2\theta_W}\cdot\frac{1}{8m_\tau m_e^2}$$

$$\cdot\Big\{g_V^2\Big[2m_\tau m_e^2+m_\tau(|\boldsymbol{p}|^2+E^2)+\frac{m_e^2}{m_\tau}(|\boldsymbol{k}|^2+E^2)$$

$$+\frac{2}{m_\tau}(|\boldsymbol{k}|^2|\boldsymbol{p}|^2\cos^2\theta+E^4)\Big]-g_Vg_A\frac{2E}{m_\tau}$$

$$\times(2E^2|\boldsymbol{p}|\cos\theta-2E^2|\boldsymbol{k}|+|\boldsymbol{k}||\boldsymbol{p}|^2\sin^2\theta)$$

$$-g_A^2\frac{4E^2}{m_\tau}|\boldsymbol{k}||\boldsymbol{p}|\cos\theta\Big\},$$

$$I^{eW}_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)=I^{eW}_{-\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(\theta)\approx\frac{e^2g^2}{4E^2(4E^2-M_Z^2)\cos^2\theta_W}$$

$$\cdot\frac{g_Vg_A}{8m_\tau m_e^2}\cdot|\boldsymbol{p}|(4E^2\sin\theta-|\boldsymbol{k}||\boldsymbol{p}|\sin2\theta). \tag{6}$$

一般地有

$$I_{s,s'}(\theta)=I^{e}_{s,s'}(\theta)+I^{W}_{s,s'}(\theta)+I^{eW}_{s,s'}(\theta). \tag{7}$$

以上公式中

$$g_V=-\frac{1}{2}+2\sin^2\theta_W,\quad g_A=-\frac{1}{2}. \tag{8}$$

3　过程 $e^+e^-\to\tau^+\tau^-$, $\tau^-\to a_1^-\nu_\tau$, $a_1^-\to\rho\pi$ 的角分布螺旋度形式

$$e^+e^-\to\tau^+\tau^-,\ \tau^-\to a_1^-\nu_\tau,\ a_1^-\to\rho\pi \tag{9}$$

过程的 S 矩阵元为

$$\begin{aligned}\langle\tau^+_{t'}\rho_{\lambda_2}\pi|S-1|e^+_r e^-_{r'}\rangle &\propto \sum_{t,\lambda_1}\langle\tau^+_{t'}\tau^-_t|T_1|e^+_r e^-_{r'}\rangle\\ &\cdot\langle(a_1^-)_{\lambda_1}\nu_\tau|T_2|\tau^-_t\rangle\langle\rho_{\lambda_2}\pi|T_3|(a_1^-)_{\lambda_1}\rangle\\ &\cdot\frac{1}{(S-m^2_{a_1})+im_{a_1}\Gamma_{a_1}}.\end{aligned}\tag{10}$$

其中 S 为 ($\rho\pi$) 系统不变质量的平方，m_{a_1} 和 Γ_{a_1} 为 a_1 介子的质量和宽度.

过程的角分布为

$$\begin{aligned}W(\theta,\Omega_1,\Omega_2)&\propto\frac{1}{4}\sum_{\substack{r,r'\\t',\lambda_2}}|\langle\tau^+_{t'}\rho_{\lambda_2}\pi|S-1|e^+_r e^-_{r'}\rangle|^2\\ &=\sum_{\substack{t,t',\lambda_1\\ \lambda_1',\lambda_2}}I_{t,t'}(\theta)\cdot\langle(a_1^-)_{\lambda_1}\nu_\tau|T_2|\tau^-_t\rangle\\ &\cdot\langle(a_1^-)_{\lambda_1'}\nu_\tau|T_2|\tau^-_{t'}\rangle^*\langle\rho_{\lambda_2}\pi|T_3|(a_1^-)_{\lambda_1}\rangle\\ &\cdot\langle\rho_{\lambda_2}\pi|T_3|(a_1^-)_{\lambda_1'}\rangle^*\cdot\frac{1}{(S-m^2_{a_1})^2+m^2_{a_1}\Gamma^2_{a_1}}\\ &\propto\sum_{\substack{t,t',\lambda_1\\ \lambda_1',\lambda_2}}I_{t,t'}(\theta)A_{\lambda_1,-\frac{1}{2}}A^*_{\lambda_1',-\frac{1}{2}}D^{\frac{1}{2}*}_{t,\lambda_1+\frac{1}{2}}(\Omega_1)D^{\frac{1}{2}}_{t',\lambda_1'+\frac{1}{2}}(\Omega_1)\\ &\cdot|B_{\lambda_2,0}|^2D^{1*}_{\lambda_1,\lambda_2}(\Omega_2)D^1_{\lambda_1',\lambda_2}(\Omega_2)\cdot\frac{1}{(S-m^2_{a_1})^2+m^2_{a_1}\Gamma^2_{a_1}}.\end{aligned}\tag{11}$$

其中

$$\begin{aligned}&\langle(a_1^-)_{\lambda_1}\nu_\tau|T_2|\tau^-_t\rangle\propto A_{\lambda_1,-\frac{1}{2}}D^{\frac{1}{2}*}_{t,\lambda_1+\frac{1}{2}}(\phi_1,\theta_1,-\phi_1),\\ &\langle\rho_{\lambda_2}\pi|T_3|(a_1^-)_{\lambda_1}\rangle\propto B_{\lambda_2,0}D^{1*}_{\lambda_1,\lambda_2}(\phi_2,\theta_2,-\phi_2).\end{aligned}\tag{12}$$

λ_2 为矢量介子 ρ 的螺旋度; $A_{\lambda_1,-\frac{1}{2}}$ 是过程 $\tau^-\to a_1^-\nu_\tau$ 的螺旋度振幅，$\Omega_1(\theta_1, \phi_1)$ 是 a_1^- 介子在 τ^- 静止系中的方位，z_1 轴为 e^+e^- 质心系中 τ^- 的运动方向(同 z 轴); $B_{\lambda_2,0}$ 是过程 $a_1^-\to\rho\pi$ 的螺旋度振幅，$\Omega_2(\theta_2,\phi_2)$ 是 ρ 介子在 a_1^- 介子静止系中的方位，z_2 轴为 τ^- 静止系中 a_1^- 介子的动量方向.

对弱作用过程 $\tau^-\to a_1^-\nu_\tau$ 有贡献的独立螺旋度振幅为 $A_{0,-\frac{1}{2}}$, $A_{-1,-\frac{1}{2}}$. 强作用过程宇称守恒，因此过程 $a_1^-\to\rho\pi$ 有二个独立的螺旋度振幅: $B_{1,0}(=B_{-1,0}), B_{0,0}$. 显然，螺旋度振幅 $A_{\lambda_1,-\frac{1}{2}}$ 与弱作用 W-a_1 跃迁的形状因子直接相关; 而 $B_{\lambda_2,0}$ 直接描写强子顶点 ($a_1\rho\pi$) 的动力学结构.

令 $\frac{A_{-1,-\frac{1}{2}}}{A_{0,-\frac{1}{2}}}=\xi e^{i\phi_\xi}$, $\frac{B_{0,0}}{B_{1,0}}=\eta e^{i\phi_\eta}$. (13)

过程(9)的角分布螺旋度形式为

$$
\begin{aligned}
W(\theta,\Omega_1,\Omega_2)\propto\Big\{&\frac{1}{2}\xi^2[(1+\cos^2\theta_2)+\eta^2\sin^2\theta_2]\cdot\Big[I_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(\theta)\\
&\cdot\sin^2\frac{\theta_1}{2}+I_{-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)\cos^2\frac{\theta_1}{2}-I_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)\sin\theta_1\cos\phi_1\Big]\\
&+(\sin^2\theta_2+\eta^2\cos^2\theta_2)\Big[I_{-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)\sin^2\frac{\theta_1}{2}+I_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(\theta)\cos^2\frac{\theta_1}{2}\\
&+I_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)\sin\theta_1\cos\phi_1\Big]\\
&+\frac{1}{2\sqrt{2}}\sin 2\theta_2\cdot\xi\cdot(1-\eta^2)\Big[\sin\theta_1\cos(\phi_\xi-\phi_2+\phi_1)\\
&\cdot(I_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(\theta)-I_{-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta))+\Big(2\sin^2\frac{\theta_1}{2}\cos(\phi_\xi-\phi_2+2\phi_1)\\
&-2\cos^2\frac{\theta_1}{2}\cos(\phi_\xi-\phi_2)\Big)I_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)\Big]\Big\}\\
&\cdot\frac{1}{(S-m_{a_1}^2)^2+m_{a_1}^2\Gamma_{a_1}^2}.
\end{aligned}
\tag{14}
$$

对于宽共振态 a_1，必须考虑形状因子。亦即这时，螺旋度振幅之比 ξ、η 及幅角 ϕ_ξ、ϕ_η 已不是常数，而是依赖于 S 的函数。Breit-Wigher 函数通常要变为[9]

$$
\frac{1}{[S-m_{a_1}^2]^2+m_{a_1}^2\Gamma_{a_1}^2(S)}. \tag{15}
$$

4 讨 论

考虑到 a_1 介子的主要衰变方式为 $\rho\pi$，系统的轨道角动量量子数为0，于是强作用反应 $a_1^-\to\rho\pi$ 的相空间因子为 $\pi q(S)/\sqrt{S}$。其中 $q(S)$ 为 a_1^- 静止系中 ρ 介子或者 π 介子的动量绝对值。

$$
q(S)=\frac{1}{2\sqrt{S}}\sqrt{(S-m_\rho^2-m_\pi^2)^2-4m_\rho^2m_\pi^2}. \tag{16}
$$

对于弱作用过程 $\tau^-\to a_1^-\nu_\tau$，由标准模型，考虑相空间，可抽出下列因子

$$
\left(1+2\frac{S}{m_\tau^2}\right)\left(1-\frac{S}{m_\tau^2}\right)^2. \tag{17}
$$

于是角分布可写为

$$
W(S,\theta,\Omega_1,\Omega_2)\propto\frac{q(S)}{\sqrt{S}}\left(1+2\frac{S}{m_\tau^2}\right)\left(1-\frac{S}{m_\tau^2}\right)^2
$$

$$
\begin{aligned}
&\cdot\frac{1}{(S-m_{a_1}^2)^2+m_{a_1}^2\Gamma_{a_1}^2(S)}\cdot\Big\{\frac{1}{2}\xi^2(S)[(1+\cos^2\theta_2)\\
&+\eta^2(S)\sin^2\theta_2]\left[I_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(\theta)\sin^2\frac{\theta_1}{2}+I_{-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)\cos^2\frac{\theta_1}{2}\right.\\
&\left.-I_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)\sin\theta_1\cos\phi_1\right]+(\sin^2\theta_2+\eta^2(S)\cos^2\theta_2)\\
&\times\left[I_{-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)\sin^2\frac{\theta_1}{2}+I_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(\theta)\cos^2\frac{\theta_1}{2}+I_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)\sin\theta_1\cos\phi_1\right]\\
&+\frac{1}{2\sqrt{2}}\sin 2\theta_2\cdot\xi(S)(1-\eta^2(S))\Big[\sin\theta_1\cos(\phi_\xi(S)\\
&-\phi_2+\phi_1)\cdot(I_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(\theta)-I_{-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta))\\
&+\Big(2\sin^2\frac{\theta_1}{2}\cos(\phi_\xi(S)-\phi_2+2\phi_1)\\
&-2\cos^2\frac{\theta_1}{2}\cos(\phi_\xi(S)-\phi_2)\Big)I_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)\Big]\Big\}. \qquad (18)
\end{aligned}
$$

时间反演不变对称性对于弱作用过程的破缺极小。为简单起见,仍可设,在我们研究的过程(9)中时间反演不变,于是幅角为零[10]。

对于($\rho\pi$)系统的不变质量$\sqrt{S}$,可在 500MeV 的范围内(1000MeV—1500MeV)分若干个间隔(如 10 个),对每个间隔中的事例的角分布分别进行拟合,就可以把 $\xi(S)$ 和 $\eta(S)$ 定出。

过程的不变质量分布为

$$
\begin{aligned}
\frac{dN}{dS}\propto &A(2+\eta^2(S))(1+\xi^2(S))\frac{q(S)}{\sqrt{S}}\left(1+\frac{2S}{m_\tau^2}\right)\left(1-\frac{S}{m_\tau^2}\right)^2\\
&\cdot\frac{1}{(S-m_{a_1}^2)^2+m_{a_1}^2\Gamma_{a_1}^2(S)}. \qquad (19)
\end{aligned}
$$

其中

$$
\begin{aligned}
A=&\int_0^\pi[I_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(\theta)+I_{-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(\theta)]\sin\theta d\theta\\
=&\frac{e^4}{8E^4}\left[2E^2\left(\frac{1}{m_\tau^2}+\frac{1}{m_e^2}\right)+\frac{4|\boldsymbol{p}|^2|\boldsymbol{k}|^2}{3m_\tau^2m_e^2}-1\right]\\
&+\frac{g^4}{(4E^2-M_Z^2)^2\cos^4\theta_W}\cdot\frac{1}{16m_\tau m_e^2}\\
&\Big[(g_V^2-g_A^2)^2\cdot 2m_\tau m_e^2+(g_V^2+g_A^2)^2\cdot\frac{2}{m_\tau}\\
&\times\left(\frac{1}{3}|\boldsymbol{k}|^2|\boldsymbol{p}|^2+E^4\right)+(g_V^4-g_A^4)\\
&\times\left(m_\tau|\boldsymbol{p}|^2+\frac{m_e^2}{m_\tau}|\boldsymbol{k}|^2+\left(m_\tau+\frac{m_e^2}{m_\tau}\right)E^2\right)\Big]
\end{aligned}
$$

$$+\frac{e^2g^2}{4E^2(4E^2-M_Z^2)\cos^2\theta_W}\cdot\frac{g_V^2}{2m_\tau m_e^2}\Big[2m_\tau m_e^2+m_\tau(|\boldsymbol{p}|^2+E^2)$$

$$+\frac{m_e^2}{m_\tau}(|\boldsymbol{k}|^2+E^2)+\frac{2}{m_\tau}\Big(\frac{1}{3}|\boldsymbol{k}|^2|\boldsymbol{p}|^2+E^4\Big)\Big],$$

$$\Gamma_{a_1}(S)=\frac{m_{a_1}}{\sqrt{S}}\frac{q(S)}{q(m_{a_1})}\Gamma_{a_1}. \tag{20}$$

这里，用了 a_1 的主要衰变道为 $\rho\pi$ 这一事实[11]。通过对过程的不变质量分布进行拟合，就可定出宽共振态 a_1 的质量 m_{a_1} 和宽度 Γ_{a_1}。

参　考　文　献

[1] 沈齐兴，郁宏，高能物理与核物理，**14**(1990)614.
[2] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **18**(1967)507.
[3] C. Daum et al., *Nucl. Phys.*, **B182**(1981)269, J. Dankowych et al., *Phys. Rev. Lett.*, **46**(1981) 580.
[4] R.T.Deck, *Phys. Rev. Lett.*, **13**(1964)169.
[5] W.B.Ruckstuhl et al. (DELCO), *Phys. Rev. Lett.*, **56**(1986)2132, W.B. Schmidke et al. (MARK II), *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986)527, H. Albrecht et al.(ARGUS), *Z. Phys.*, **C33**(1986)7, H.R. Band et al. (MAC), *Phys. Lett.*, **198B**(1987)297.
[6] N.A. Törnqvist, *Z.Phys.*, **C36**(1987)695.
[7] Yu. P.Ivanov et al., *Z. Phys.*, **C49**(1991)563.
[8] N. Isgur et al., *Phys. Rev.*, **D39**(1989)1357.
[9] L.P. Chen and W. Dunwoodie (MARK III Collaboration) SLAC-PUB-5674(1991).
[10] P.K. Kabir and A.J. G. Hey, *Phys. Rev.*, **D13**(1976)3161.
[11] P.D.G., *Phys. Rev.*, **D45**(1992).

Angular Distribution of Process $e^+e^-\to\tau^+\tau^-, \tau^-\to a_1^-\nu_\tau, a_1^-\to\rho\pi$ and Characteristics of a_1 Meson

Yu Hong, Shen Qixing, Zhang Lin
(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing 100039)
Received on May 4, 1993.

Abstract

The density matrix and helicity formalism of angular distribution of process $e^+e^-\to\tau^+\tau^-$, $\tau^-\to a_1^-\nu_\tau$, $a_1^-\to\rho\pi$ have been obtained. The helicity amplitude ratios corresponding to the form factors of the $W-a_1$ transition and the strong interaction vertex $a_1\rho\pi$ are determined by the sectionalized fitting method. A model-independent method for determining the mass and width of the wide resonance a_1 is given.

Key words Wide resonance, form factor, helicity amplitude ratio, density matrix.