

$b\bar{b}$ 体系中的色屏蔽效应*

董宇兵 沈彭年 余友文 张宗焯

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

1993年4月20日收到

摘 要

利用含色屏蔽效应的禁闭位,计算了 $b\bar{b}$ 体系的能谱,轻子衰变宽度和 E1 跃迁. 同时计算了相对论修正对 $b\bar{b}$ 体系的 E1 跃迁的影响.

关键词 色屏蔽,束缚态,轻子衰变, E1 跃迁.

1 引 言

熟知,非相对论夸克势模型对重夸克偶素能谱的解释是成功的. 但以往众多的模型^[1]虽采取各种不同形式的禁闭位,而所给出的 $\psi(4160)$ 的轻子衰变宽度却始终远小于实验值. 另外,对 $c\bar{c}$ 和 $b\bar{b}$ 体系的高激发的轻子衰变宽度(如对 $\psi(4415)$ 和 $\gamma(11020)$) 的解释也不能与实验值符合.

最近, E. Laermann^[2] 等在考虑了虚费米子圈图的贡献基础上,对夸克间的相互作用进行了格点规范计算. 结果表明,当夸克间距离较大时,禁闭位会表现出比线性禁闭位明显低的行为. 这种特性体现了夸克海的效果,被称之为色屏蔽效应.

我们曾利用唯象的误差函数位来代替具有色屏蔽效应的禁闭位,对 $c\bar{c}$ 体系进行了计算,^[3]表明 $\psi(4160)$ 可以作为 4^3S_1 态,而不是 2^3D_1 态, $\psi(4415)$ 可解释为 $5S$ 态. 这样,轻子衰变宽度与实验的矛盾得到了较好的解释.

上述结果启发我们利用具有色屏蔽效应的禁闭位去解释 $b\bar{b}$ 体系计算中所遇到的困难,以检验色屏蔽效应对 $b\bar{b}$ 体系的影响.

2 理论和计算

与文献[3]相同,体系的哈密顿量选为含有相对论修正的单胶子交换势加纯标量耦合的禁闭位:

$$H = 2m + B_0 + H_0 + H_1, \quad (1)$$

$$H_0 = -\frac{\nabla^2}{m} - \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + V^{\text{Conf}}(r), \quad (2)$$

* 国家自然科学基金、中国科学院LWT2-1298经费资助.

$$V^{\text{conf}}(r) = \text{Verf}(\mu_0 r), \quad (3)$$

$$H_1 = \frac{32\pi}{9m^2} \mathcal{S}_1 \cdot \mathcal{S}_2 \alpha_s \delta^3(\mathbf{r}) + \frac{4}{3m^2 r} \alpha_s \mathcal{S}_{12} + \frac{1}{2m^2 r} \left(\frac{4\alpha_s}{r^2} \cdot \frac{dV}{dr} \right)^{\text{conf}} \mathcal{S} \cdot \mathbf{L} \\ + \frac{4\alpha_s}{3m^2} \delta^3(\mathbf{r}) + \frac{2\alpha_s}{m^2} \left[\frac{1}{r} \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2 + \frac{1}{r^3} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{p}_1) \cdot \mathbf{p}_2 \right] - \frac{p^4}{4m^3}, \quad (4)$$

式中, B_0 是零点能, α_s 是强相互作用常数. H_1 中最后一项是动能的相对论修正. 其余的项是单胶子交换势的相对论修正.

先求解 H_0 所满足的 Schrödinger 方程 $H_0\phi_0 = E_0\phi_0$, 然后, 以 H_1 做为一级微扰, 求得能量的相对论修正. 在计算中, 选取如下的参数:

$$\alpha_s = 0.323, \quad m_q = 5.13 \text{ GeV}, \quad \mu_0^{-1} = 1.94 \text{ fm}, \quad V = 2.06 \text{ GeV}, \quad B_0 = -0.833 \text{ GeV}, \quad (5)$$

以使得整个的 $b\bar{b}$ 能谱与实验值偏差最小. 比较上述所选的参数和在 $c\bar{c}$ 计算中所采用的参数^[3], 可见 $b\bar{b}$ 体系的 α_s 要小于 $c\bar{c}$ 体系中的取值^[3]. 另外, 屏蔽常数 μ_0^{-1} 也大于 $c\bar{c}$ 体系中的取值. 这些特点都是合理的.

2.1 能级位置的计算

表1给出了方程(1)和参数(5)所求得的 $b\bar{b}$ 体系的 S 态能谱. 为了比较方便, 还列

表1 $b\bar{b}$ 体系 S 态能谱 (GeV)

	实验 ^[7]	本工作	Barchielli	M-B	GRR	C-K	Cornell
1^3S_1	9.460	9.460	9.460	9.460	9.460	9.460	9.460
2^3S_1	10.023	10.017	10.000	10.021	10.013	10.023	10.050
3^3S_1	10.355	10.360	10.339	10.355	10.355	10.352	10.400
4^3S_1	10.580	10.629	10.616	10.620	—	10.611	10.670
5^3S_1	10.860	10.853	10.859	—	—	—	10.920
6^3S_1	11.020	11.033	11.079	—	—	—	11.140
$ss \times 10^{-4}$		21.13	30.45				69.35

表2 $b\bar{b}$ 体系的 P 态性质 (GeV)

	实验 ^[7]	本工作	Barchielli	M-B	GRR	C-K	Cornell
1^3P_0	9.860	9.850	9.860	9.867	9.863	9.854	9.870
1^3P_1	9.890	9.877	9.891	9.916	9.893	9.886	9.903
1^3P_2	9.915	9.893	9.913	9.938	9.910	9.906	9.917
1^3P_{cog}	9.901	9.883	9.899	9.923	9.899	9.894	9.907
R_{1P}	0.670	0.667	0.710	0.449	0.577	0.625	0.424
2^3P_0	10.225	10.221	10.225	10.221	10.232	10.223	10.225
2^3P_1	10.255	10.243	10.253	10.261	10.252	10.246	10.251
2^3P_2	10.270	10.257	10.273	10.280	10.266	10.261	10.266
2^3P_{cog}	10.261	10.248	10.264	10.267	10.258	10.252	10.256
R_{2P}	0.750	0.682	0.720	0.475	0.700	0.652	0.577
$\Delta_{21}(1P)(\text{MeV})$	25	16	22	22	17	20	14
$\Delta_{16}(1P)(\text{MeV})$	30	27	31	49	30	32	33
$\Delta_{21}(2P)(\text{MeV})$	15	15	20	19	14	15	15
$\Delta_{21}(1P)(\text{MeV})$	20	22	28	40	20	23	26

出了其它一些工作的结果^[1]。表中的 ss 值代表了理论和实验的均方根偏差。与其它工作相比,本计算与实验符合得最好。对 3P_J 态的计算结果,在表 2 中给出。其中

$$\Delta_{ij}(nP) = M(^n3P_j) - M(^n3P_i), \quad (6)$$

而

$$R_{nP} = [M(^n3P_2) - M(^n3P_1)]/[M(^n3P_1) - M(^n3P_0)]. \quad (7)$$

从表中可看到 $M(^n3P_J)$ 与实验值相符的程度与其它计算相差不多,但比值 R_{nP} 与实验符合得较好。从对谱的分析可见,色屏蔽效应对 $b\bar{b}$ 的高激发态起到了一定的改进作用。这主要是因为 r 大时,禁闭位(3)比线性位明显地低,从而压低了高激发态能级。另外,计算表明相对论修正对谱值的影响是可以忽略的。

2.2 n^3S_1 态的 e^+e^- 衰变

考虑了强相互作用修正的 n^3S_1 态轻子衰变宽度为:

$$\Gamma_{e^+e^-}(n^3S_1) = \frac{16\pi\alpha^2}{M_n^2} e_q^2 |\phi_{n^3S_1}(0)|^2 \left(1 - \frac{16}{3\pi} \alpha_s\right), \quad (8)$$

其中括号内代表强作用的修正。 e_q 和 α 分别是夸克的电荷,电磁相互作用常数。 M_n 是 n^3S_1 态介子的质量, $\phi_{n^3S_1}(0)$ 代表波函数在原点的值。由(8)式所求出的衰变宽度列在表 3 中。为了去掉理论上的一些不确定性,并便于比较,在表 4 中,按通常的方法给出了各 S 态的轻子衰变宽度与 $\Upsilon_{1^3S_1}(9460)$ 宽度的比值。同其它工作相比较,可以发现色屏蔽效应对高激发态的轻子衰变宽度起到了明显的改进作用。以往理论所给出的 $6SY^*(11020)$ 与 $1SY(9460)$ 的轻子衰变的宽度比是在 0.16—0.18, 均比实验值 0.097 大,而我们所给出的 0.103 显然有了明显的改进。

表 3 $b\bar{b}$ 体系的轻子衰变宽度 (keV)

	1^3S_1	2^3S_1	3^3S_1	4^3S_1	5^3S_1	6^3S_1
Γ (本工作)	1.237	0.553	0.388	0.307	0.240	0.127
Γ (Barchielli)	1.07	0.44	0.31	0.26	0.23	0.19
实验 ^[7]	1.34	0.60	0.44	0.24	0.31	0.13

表 4 轻子衰变宽度比 ($\Gamma(n^3S_1)/\Gamma(\Upsilon(9460))$)

n	本工作	Barchielli	Cornell	Richardson	实验 ^[7]
2	0.447	0.411	0.36	0.42	0.45
3	0.314	0.289	0.25	0.30	0.33
4	0.249	0.243	0.20	0.27	0.18
5	0.194	0.215	0.19	0.22	0.23
6	0.103	0.178	0.16	0.18	0.097

色屏蔽效应的这种影响可以从它的特性中分析出来。因为含色屏蔽效应的禁闭位在 r 大时要压低变平,所以它一方面对高激发态的谱值起压低作用,另一方面也影响高激发态的波函数。它使得波函数的分布加宽,因而降低了波函数在原点的取值。这样高激发

态的轻子衰变宽度得到改善。比较 $6S$ 态的均方根半径, Cornell 势的为 1.25fm , 小于我们所得到的 1.39fm , 而且 Cornell 势所给出的峰值也大于我们的波函数的峰值。这都说明了色屏蔽效应加宽了波函数的分布, 降低了它在原点的数值。

2.3 $E1$ 跃迁几率

最后, 我们还研究了 $b\bar{b}$ 体系的 $E1$ 跃迁。为了考察相对论修正对 $E1$ 跃迁的影响, 分两种情况计算。首先在非相对论近似下,

$$\Gamma(E1) = \frac{4}{27} e_q^2 \alpha |I_1|^2 (2J_f + 1) K^3, \quad (9)$$

其中 K 是辐射光子的能量,

$$I_1 = \int R_f(r) R_i(r) r^3 dr, \quad (10)$$

R_f 和 R_i 分别是末、始态 H_0 所给出的径向波函数。 J_f 是末态总角动量。

其次, 当考虑了相对论修正项 H_1 对波函数的一级修正, 和夸克有限大小的修正, 并同时忽略了夸克的反常磁矩的贡献后, $E1$ 跃迁公式为

$$\Gamma(E1) = \frac{4}{27} K_0^2 K e_q^2 \alpha (2J_f + 1) I_1^2 \left[1 - \frac{KI_{3J}}{10m_q I_1} \right], \quad (11)$$

其中 $K_0 = m_i - m_f$,

$$I_{3J} = \int r^4 \frac{dR_{3S_1}}{dr} R_{n^2P_J} dr, \quad (12)$$

这里波函数是考虑了一级相对论修正的。表 5 中第三列是非相对论(9)式的结果, 括号内则是含有上述相对论修正的(11)式所给出的结果。

表 5 $b\bar{b}$ 体系的 $E1$ 跃迁宽度 (keV)

过程	Grotch's ^[4]	本工作	实验 ^[7]
$2^3S_1 \rightarrow 1^3P_0 + \gamma$	0.807	1.31(1.11)	1.8 ± 0.9
$2^3S_1 \rightarrow 1^3P_1 + \gamma$	1.34	2.08(1.81)	2.9 ± 1.0
$2^3S_1 \rightarrow 1^3P_2 + \gamma$	1.46	2.11(1.85)	2.8 ± 1.0
$3^3S_1 \rightarrow 2^3P_0 + \gamma$	1.30	1.35(1.31)	1.5 ± 0.3
$3^3S_1 \rightarrow 2^3P_1 + \gamma$	2.35	2.41(2.27)	2.8 ± 0.5
$3^3S_1 \rightarrow 2^3P_2 + \gamma$	2.71	2.59(2.39)	2.7 ± 0.4
$3^3S_1 \rightarrow 1^3P_0 + \gamma$	0.0004	0.0385(0.0288)	—
$3^3S_1 \rightarrow 1^3P_1 + \gamma$	0.0475	0.102(0.0685)	—
$3^3S_1 \rightarrow 1^3P_2 + \gamma$	0.383	0.148(0.0933)	—
$1^3P_0 \rightarrow 1^3S_1 + \gamma$	24.8	23.6(17.9)	< 22.9
$1^3P_1 \rightarrow 1^3S_1 + \gamma$	30.1	29.7(22.2)	22.4 ± 5.1
$1^3P_2 \rightarrow 1^3S_1 + \gamma$	33.3	34.4(26.3)	29.2 ± 5.6
$2^3P_0 \rightarrow 1^3S_1 + \gamma$	12.0	8.64(7.76)	< 10
$2^3P_1 \rightarrow 1^3S_1 + \gamma$	15.2	9.29(8.37)	4.2 ± 1.8
$2^3P_2 \rightarrow 1^3S_1 + \gamma$	16.3	9.77(8.84)	19 ± 7
$2^3P_0 \rightarrow 2^3S_1 + \gamma$	4.86	10.33(8.75)	13 ± 10
$2^3P_1 \rightarrow 2^3S_1 + \gamma$	6.99	13.39(11.45)	14 ± 6
$2^3P_2 \rightarrow 2^3S_1 + \gamma$	10.7	16.00(13.84)	17 ± 9

在表中可以看出,本计算与同样考虑了相对论修正的 Grotch^[4] 工作相比,在 $2^3S_1 \rightarrow 1^3P_J + \gamma$, $3^3S_1 \rightarrow 1^3P_J + \gamma$, $1^3P_J \rightarrow 1^3S_1 + \gamma$ 和 $2^3P_J \rightarrow 2^3S_1 + \gamma$ 这些过程的宽度计算值上,二者有较大的差别。由于实验误差较大,多数情况尚不能判定哪个计算更接近实验。但从 $2^3S_1 \rightarrow 1^3P_J + \gamma$ 的宽度值中可看出本计算与实验值是相符的,而其它计算^[4,5] 所给出的理论值均小于实验值。在表 5 中还可以看到波函数的相对论修正以及夸克有限大小的修正是重要的,它使得 $E1$ 跃迁的宽度值减小。

对 $3^3S_1 \rightarrow 1^3P_J + \gamma$ 这个过程,由于没有具体的实验资料,人们所给出的理论预测也不尽相似。最近 M. Narain 等^[6]给出了它与 $1^3P_J \rightarrow 1^3S_1 + \gamma$ 过程分支比的乘积关系:

$$\sum_J B(\gamma'' \rightarrow 1^3P_J + \gamma)B(1^3P_J \rightarrow 1^3S_1 + \gamma) = (1.7 \pm 0.4 \pm 0.6) \times 10^{-3}, \quad (13)$$

这使得我们对理论结果有了一个判别。我们的计算结果列于表 6 中,括号内的结果是含相对论修正(11)式所给出的。可以看到波函数的相对论修正和夸克有限尺寸的修正对

表 6 分支比乘积(13)的计算结果

Narain ^[6]	本工作	Grotch ^[4]
$(1.7 \pm 0.4 \pm 0.6) \times 10^{-3}$	$2.71 \times 10^{-3} (2.1 \times 10^{-3})$	3.7×10^{-3}

$3^3S_1 \rightarrow 1^3P_J + \gamma$ 这个过程则表现得比较为重要。实际上,有限尺寸的修正对其它过程而言并不重要,而对 $3^3S_1 \rightarrow 1^3P_J + \gamma$ 这个过程,由于 I_{3J}/I_1 贡献较大,所以显得比较重要,它使得宽度增大了近 4 倍。同时,波函数的相对论修正对各个过程又都起到了减小作用,尤其对上述过程,该修正使得非相对论宽度降低了 5 倍左右。从上述分析可见,波函数的相对论修正和夸克有限尺寸的修正对 $b\bar{b}$ 体系的 $E1$ 跃迁仍是有着明显的贡献,因此是不可忽略的。虽然, $E1$ 跃迁计算只涉及到一些较低的能级间的跃迁过程,但是色屏蔽效应仍然有一定的影响。

3 小 结

通过上述的分析,可见色屏蔽效应对高激发态的影响较显著,对低激发态也有一定的影响。它压低高激发态的能级,加宽了波函数的分布,降低了波函数在原点的数值。从而改善了对高激发态能谱和轻子衰变宽度的理论计算结果。因此对 $b\bar{b}$ 体系,色屏蔽效应仍是重要的。

另外,相对论修正虽未对能级的位置有明显的改进,但对 $E1$ 跃迁,它还是起到了较为明显的作用,是应该考虑的。

参 考 文 献

- [1] A. Barchielli, N. Brambilla and M. Prosperi, *Nuovo Cimento*, **103A** (1990) 59; R. McClary and N. Byers, *Phys. Rev.*, **D28**(1983) 1692; S.N. Gupta, S.F. Rondford and W.W. Repko, *Phys. Rev.*, **D26**(1982) 3305; Yu-qi Chen and Yu-ping Kuang, *Phys. Rev.*, **D46**(1992) 1165; E.Eichten et al., *Phys. Rev.*, **D17**(1980) 3090; J.L. Richardson, *Phys. Lett.*, **B82**(1979) 272.

- [2] E. Laermann et al., *Phys. Lett.*, **B173**(1986)437.
[3] Dong Yu-bing, Yu You-wen, Zhang Zong-ye and Shen Pen-nian, BIHEP-TH-93-6.
[4] H. Grotch et al., *Phys. Rev.*, **D45**(1992)4337.
[5] P. Moxhay and J.L. Rosner, *Phys. Rev.*, **D28**(1983) 1132; W. Kwong and J.L. Rosner, *Phys. Rev.*, **D38**(1988) 279.
[6] M. Narain et al., *Phys. Rev. Lett.*, **66**(1991)3113.
[7] Particle Data Group, *Phys. Rev.*, **D45** 11-2 (1992) 1.

The Color Screening Effect on $b\bar{b}$ System

Dong Yubing, Shen Pengnian, Yu Youwen Zhang Zongye
(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing 100039*)

Received on April 20, 1993

Abstract

The spectra, leptonic decay widths and the E1 transitions of $b\bar{b}$ system are calculated, with the confining potential including the color screening effect as a color confinement between quark and antiquark. The relativistic correction to the E1 transitions is also considered.

Key words color screening, bound state, leptonic decay, E1 transition.