

# 三玻色子核的核谱研究\*

张庆营 陈小林 冯 芒 阙建中

(湖南大学物理系 长沙 410082) (衡阳工学院 湖南 421000)

1992年9月8日收到

## 摘 要

在相互作用玻色子模型的基础上,用玻色子表面 $\delta$ 力作为玻色子之间的有效相互作用,计算了一些三玻色子核的核谱,同时也计算了 $E2$ 约化跃迁几率,结果令人满意.表明这种模型是成功的.

**关键词** 玻色子表面 $\delta$ 力, 核谱, 相互作用玻色子模型.

## 1 引 言

相互作用玻色子模型(IBM)的玻色子相互作用参量是作为可调参数由实验数据确定的<sup>[1]</sup>.sd玻色子有9个参数,sdg有32个参数,如引入 $s'$ 、 $d'$ 、 $\theta_I$ 、 $p$ 、 $f$ ……玻色子,参数的数目将大量增加,用IBM-2还会有更多新参数.将具有大量可调参数的一般的IBM哈密顿量数值对角化,显然是不可取的.利用一些物理上的简化考虑及动力学对称性,可使参数的数目减少很多;但涉及很高阶的群,情况复杂,困难较多,难以使参数减到很少.一般说来,随着玻色子自由度的增加,可调参数也增加不少,从而失去了IBM用很少参数能解释大量实验数据的优点.

从另一方面来解决上述问题.基本出发点仍然是相互作用玻色子模型,但不是用动力学对称性求解,而是引入唯象的具体形式的玻色子之间的两体有效相互作用,用全同玻色子的组态混合波函数计算核谱.可调参数只有单玻色子能量和玻色子有效相互作用强度两种.前者对于一种玻色子,只有一个参数,后者和玻色子的自由度无关.因此,可调参数随玻色子自由度的增加而增加的数目极少,保持了相互作用玻色子模型简洁的优点.

陈希曾等人<sup>[2]</sup>曾经用玻色子表面 $\delta$ 力计算了一些两玻色子核的核谱,玻色子只有 $s$ 和 $d$ 两种,独立的可调参数也只有两个,共有五个能级.有几个核还加上 $g$ 玻色子,也算了一些相对 $B(E2)$ 值,有的核(如 $^{44}\text{Ti}$ )符合较好,有的较差.总的说来,误差还是大了些.于是他们认为玻色子有效相互作用的形式需要改进<sup>[3]</sup>.

我们认为,两玻色子核离满壳层太近,受单粒子运动的影响较大,价核子的配对效应

\* 国家自然科学基金资助.

不够强,因而理论结果和实验可能会出现较大偏离。但是,玻色子数较多时,离满壳层较远,单粒子运动的影响减小,价核子的配对效应增强,用 IBM 计算核谱,效果也会改善。所以,主要的问题不是在相互作用的形式上。

本文用玻色子表面  $\delta$  力作为玻色子有效相互作用力,以  $sd$  玻色子组态混合波函数计算了六个三玻色子核的低伏能谱和一些  $B(E2)$  值,理论结果令人满意,表明这种模型是成功的。

## 2 模型的描述和核谱的计算

为了算出核谱,作以下假设:

(1) 满壳层外的全同价核子两两结合为玻色子,不同玻色子之间 ( $s-s$ ,  $s-d$ ,  $d-d$ ,  $s-g, \dots$ ) 的有效相互作用的形式都相同。

(2) 自旋为  $l(l=0, 1, 2, \dots)$  的玻色子的波函数取如下的形式

$$\psi_{\alpha lm}(r, \theta, \varphi) = f_{\alpha l}(r) Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (1)$$

$f_{\alpha l}(r)$  是径向波函数,  $\alpha$  是附加量子数。不同玻色子的径向波函数都取相同的形式,径向矩阵元也就都相同,可和相互作用强度合并为一个参数。

本文所用的唯象玻色子有效相互作用是表面  $\delta$  力

$$V_{12}^{BSDI} = -g\delta(r_1 - r_2)\delta(r_1 - R_0)\delta(Q_{12}), \quad (2)$$

$g$  是强度参数。我们知道,壳层模型用表面  $\delta$  力计算过不少核的核谱,结果出人意料地成功<sup>[4]</sup>。对于离满壳层不远的三玻色子核,用这种相互作用是合适的。但对于离开满壳层较远的多玻色子核,形变增大,出现转动谱,用表面  $\delta$  力就不完全适合了,必须加以修正。

根据前面的假设,用(2)式的  $V_{12}^{BSDI}$  算出的两玻色子相互作用矩阵元为

$$\begin{aligned} \langle l_1 l_2 L | V_{12}^{BSDI} | l_3 l_4 L \rangle &= \frac{G}{2L+1} [(2l_1+1)(2l_2+1)(2l_3+1)(2l_4+1)]^{\frac{1}{2}} \\ &\cdot \langle l_1 0 l_2 0 | L 0 \rangle \langle l_3 0 l_4 0 | L 0 \rangle, \end{aligned} \quad (3)$$

$G$  是径向矩阵元和强度参数( $-g$ )之积。 $G$  与  $L$  无关,根据假设(2),  $G$  对不同的  $\alpha, l_i (i=1, 2, 3, 4)$  也是一样的。算出的三玻色子核的能谱中,  $3^+$  和  $6^+$  态简并。如取  $G = G_L$ , 即与  $L$  有关,那么,当  $G_2 \approx G_4$  时,简并即可解除,但分离不大。

在  $sd$  玻色子组态空间中,三玻色子的组态有  $(s^3, L=0)$ ,  $(s^2d, L=2)$ ,  $(sd^2, L)$ ,  $(d^3, L)$  4 种,共有十个独立的态,可组成十个具有一定总角动量的独立的全对称态,其组态混合系数由能量矩阵的对角化求出。易知最大的简并度只有三重。

三玻色子系统的哈密顿量矩阵元,可利用亲态比系数化简。我们导出了三玻色子亲态比系数的显示式<sup>[5]</sup>,便于用计算机编程做数值计算。最后只需计算以下的两玻色子相互作用矩阵元

$$\langle \beta L | V_{12}^{BSDI} | \beta' L \rangle, \quad (4)$$

其中  $\beta$  和  $\beta'$  是两玻色子组态,只有  $s^2, sd, d^2$  三种。在能量表达式中,出现  $G$  和单玻色子能量  $\epsilon_s$  和  $\epsilon_d$  三个参数。如果把  $s^3(L=0)$  态的能量作为能级计算的零点,就只剩下  $G$  和单玻色子能量差  $\Delta\epsilon = \epsilon_s - \epsilon_d$  两个可调参数了,这和两玻色子的情形相同,但这里

有十条能级,而后者只有五条.

我们又假定  $EL$  跃迁算符取如下的形式

$$T(ELM) = \alpha r^L Y_{LM}(\theta, \varphi), \quad (5)$$

$\alpha$  是有效电荷,算出的  $B(EL)$  可用 Weisskopf 单位 (W.U.) 表示.

我们是用玻色子组态混合波函数和唯象的玻色子两体有效相互作用计算核谱,可称为组态混合相互作用玻色子模型 (CM IBM).

### 3 计算结果及讨论

根据可利用的实验数据,本文用 sd CMIBM-1 算了六个三玻色子核  ${}^{46}\text{Ti}_{24}$ 、 ${}^{54}\text{Cr}_{30}$ 、 ${}^{58}\text{Fe}_{32}$ 、 ${}^{62}\text{Ni}_{34}$ 、 ${}^{92}\text{Mo}_{54}$  和  ${}^{202}\text{Pb}_{126}$  的能谱和一些  $B(E2)$  值. 结果列于表 1—7 中. 能量单位都是 keV.  $J_{\text{exp}}^{\pi}$ 、 $E_{\text{exp}}$  和  $J_{\text{th}}^{\pi}$ 、 $E_{\text{th}}$  分别是实验值和理论值.  $\Delta E = E_{\text{th}} - E_{\text{exp}}$  是理论值对实验值的误差. 参数  $\Delta\epsilon$  和  $G$  由有确定实验  $J^{\pi}$  值的能级用最小二乘法定出.  $\sigma$  是均方根偏差. 实验数据取自文献 [6—11]. 图 1 和图 2 分别画出  ${}^{46}\text{Ti}$  和  ${}^{58}\text{Fe}$  的能级,也画出其他理论算出的能级<sup>[11—14]</sup>,以作比较. 表 7 的  $E2$  跃迁的实验值  $B(E2)_{\text{exp}}$  取自文献 [6, 9, 10]. 三个核的 12 个跃迁全部用相同的有效电荷  $\alpha$  计算,用最小二乘法定出  $\alpha = 1.68$ .

由表和图看到,理论计算结果满意地重现了低伏实验能级,均方根偏差都不大,在 116—285keV 之间. 其中只有全同中子玻色子的  ${}^{62}\text{Ni}$  和  ${}^{202}\text{Pb}$  两个核,比其他 4 个核的误差小得多. 如果用 CM IBM-2,即区分中子和质子玻色子,理论结果会改善,但有确定  $J^{\pi}$  的能级不多,而可调参数增多了,也就没有很大的意义了.

图 1 详细地比较了  ${}^{46}\text{Ti}$  各种模型的计算结果<sup>[12, 13]</sup>. 我们看到,用 sdg IBM-1 的  $SU(15)$  群,取  $SU(14)$  极限和  $SU(5)$  极限时,以及用  $f_{7/2}$  壳层纯组态壳模型算出的能谱,包含的态的数目比实验谱多,尤其是  $SU(14)$  极限,低伏态太多了<sup>[13]</sup>. 壳层模型符合较好,但其中  $0^+$  态偏差太大,  $0_2^+$  态比实验的  $0_2^+$  能级还高出约 1MeV. 作者引进核心激发<sup>[12]</sup>,虽可出现一个较低的  $0^+$  态,但理论  $0_2^+$  态和  $0_1^+$  (即纯组态的  $0_2^+$  态)的误差都很大(约 1MeV). 而本文算出的  $0_2^+$  和  $0_1^+$  能级,误差都很小,分别为 16keV 和 51keV,符合得非常好,总的误差也比前三种模型算出的小,能满足地重现 4MeV 以下的能级. 图 1 还画出 sd IBM1 的  $SU(5)$  极限的能级,总均方根偏差为 244keV,与这里计算的结果接近,但前者有 4 个参数,而我们只有两个参数. 至于 sd IBM1 的  $O(6)$  极限和  $SU(3)$  极限,算出的能级和实验相差较大,总均方根偏差分别为 457keV 和 473keV,图 1 没有画出这两种能谱.

从图 2 可以看到,  ${}^{58}\text{Fe}$  的壳层模型能拟合较多的能级,这是很自然的,因为 sd IBM1 的空间截断很大,只有 10 个能级,如引进新的玻色子(如  $g$ ),可有更多能级. 但这十个能级的误差也不大,而且和 sd IBM1 的  $U(5)$  极限相近,前者的均方根偏差为 285keV,后者为 267keV. 但前者的  $B(E2)_{\text{th}}$  和实验符合很好,特别是  $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$  跃迁,后者误差较大(见表 7). 这两种能谱都和集体模型的球形核振动谱相似.  ${}^{58}\text{Fe}$  有一个空穴型和两个粒子型玻色子. 更接近双幻核  ${}^{56}\text{Ni}$ , 能谱也更接近球形核振动谱了.

表1  $^{46}\text{Ti}$  的能级

$J_{\text{exp}}^{\pi}$	$E_{\text{exp}}$	$J_{\text{th}}^{\pi}$	$E_{\text{th}}$	$\Delta E$
0+	0	0+	-76	-76
2+	889	2+	1291	402
4+	2009	4+	2114	105
0+	2611	0+	2594	-16
2+	2961	2+	2483	-477
-	3213	3+	3235	22
6+	3298	6+	3235	-62
(4+, 3-)	3569	4+	3591	22
(0+)	3571	0+	3622	51
2+	3845	2+	3931	86

$$\Delta\epsilon = 904.7, G = 121.7, \sigma = 229$$

表2  $^{54}\text{Cr}$  的能级

$J_{\text{exp}}^{\pi}$	$E_{\text{exp}}$	$J_{\text{th}}^{\pi}$	$E_{\text{th}}$	$\Delta E$
0+	0	0+	-37	-37
2+	834	2+	1222	388
4+	1824	4+	2164	341
2+	2619	2+	2342	-276
0+	2829	0+	2499	-329
4+	3159	4+	3360	201
(6+)	3222	6+	3190	-31
-	3393	3+	3190	-202
2+	3436	2+	3633	196
-	3468	0+	3349	-118

$$\Delta\epsilon = 948.6, G = 80.51, \sigma = 271$$

表3  $^{56}\text{Fe}$  的能级

$J_{\text{exp}}^{\pi}$	$E_{\text{exp}}$	$J_{\text{th}}^{\pi}$	$E_{\text{th}}$	$\Delta E$
0+	0	0+	-1	-1
2+	810	2+	1138	328
4+	2076	4+	2268	192
0+	2258	0+	2281	23
2+	2876	2+	2268	-607
4+	3133	4+	3389	256
0+	3243	0+	3388	145
2+	3389	2+	3406	17
-	3449	3+	3388	-60
6+	3596	6+	3388	-207

$$\Delta\epsilon = 1124.5, G = 3.58, \sigma = 285$$

表 4  $^{62}\text{Ni}$  的能级

$J_{\text{exp}}^{\pi}$	$E_{\text{exp}}$	$J_{\text{th}}^{\pi}$	$E_{\text{th}}$	$\Delta E$
0+	0	0+	-2	-2
2+	1172	2+	1087	-84
0+	2048	0+	2163	115
2+	2301	2+	2217	-83
4+	2336	4+	2212	-123
4+	3176	4+	3387	211
2+	3257	2+	3310	53
-	3378	0+	3385	7
-	3462	3+	3382	-79
-	3486	6+	3382	-103

$$\Delta\epsilon = 1148.5, G = -14.67, \sigma = 116$$

表 5  $^{96}\text{Mo}$  的能级

$J_{\text{exp}}^{\pi}$	$E_{\text{exp}}$	$J_{\text{th}}^{\pi}$	$E_{\text{th}}$	$\Delta E$
0+	0	0+	-9	-9
2+	778	2+	673	-105
(0+)	1147	0+	1333	186
2+	1497	2+	1443	-53
4+	1628	4+	1414	-213
3+	1978	3+	2268	290
(2+)	2095	2+	2134	39
(4+)	2219	4+	2293	74
-	2426	0+	2283	-142
6+	2440	6+	2268	-171

$$\Delta\epsilon = 796.6, G = -28.22, \sigma = 172$$

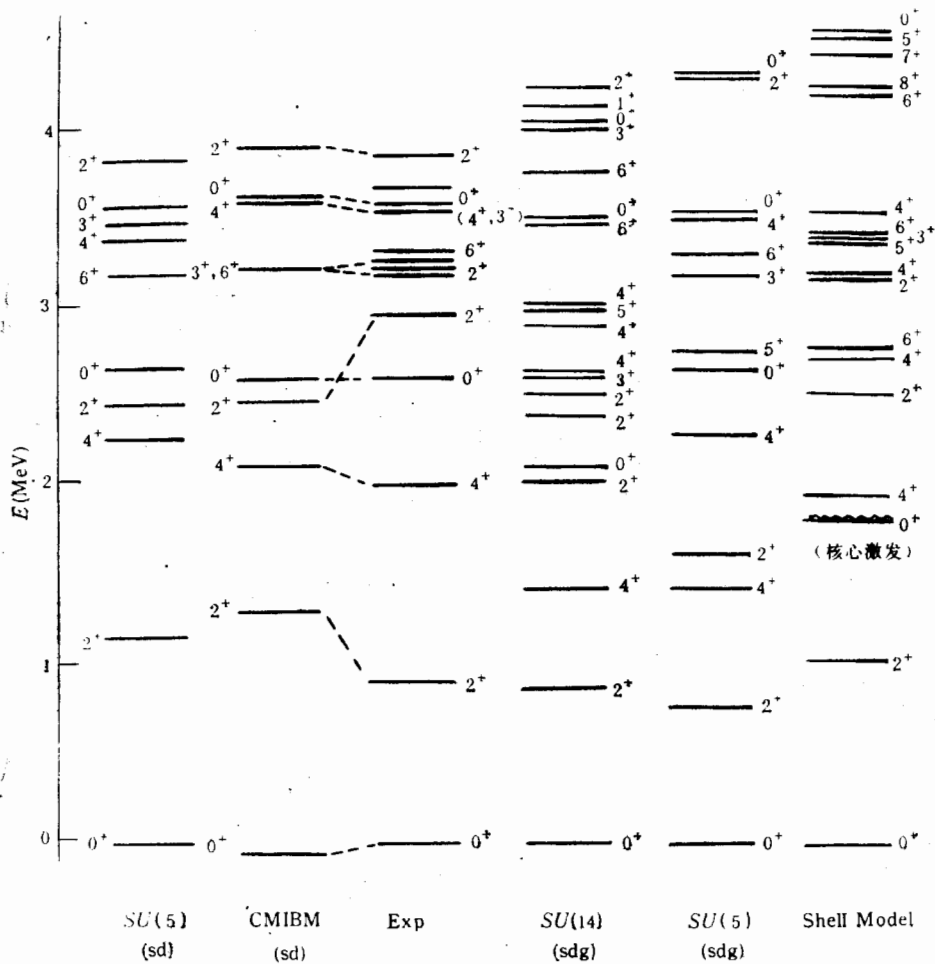
表 6  $^{202}\text{Pb}$  的能级

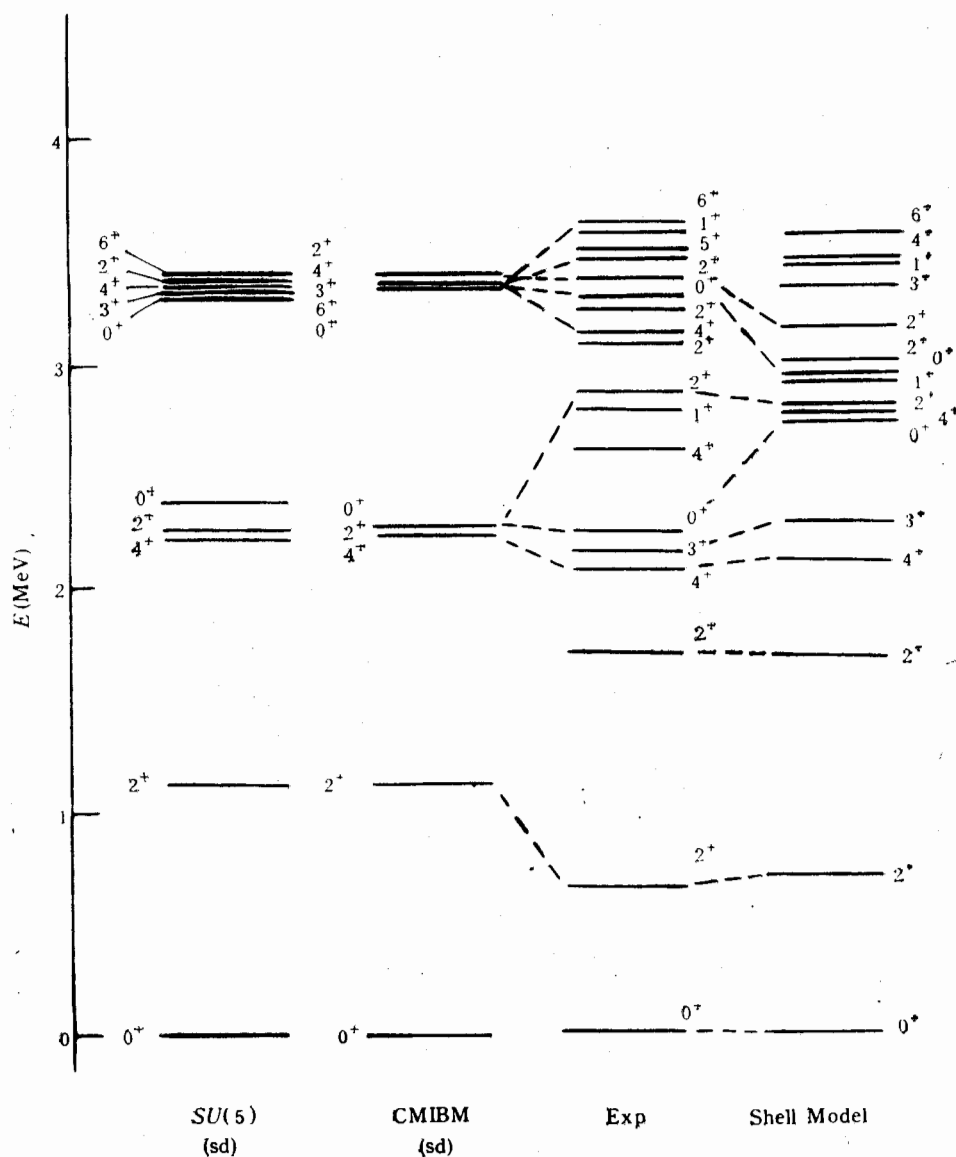
$J_{\text{exp}}^{\pi}$	$E_{\text{exp}}$	$J_{\text{th}}^{\pi}$	$E_{\text{th}}$	$\Delta E$
0+	0	0+	-17	-17
2+	960	2+	800	-160
4+	1382	4+	1451	69
(2+)	1584	2+	1536	-48
(0+)	1658	0+	1639	-18
3+, 4+	1965	3+	2125	160
(0+)	2159	0+	2195	36
+	2235	2+	2367	132
(6)-	2289	6+	2125	-163
(4.5)+	2324	4+	2205	-118

$$\Delta\epsilon = 644.5, G = 44.76, \sigma = 122$$

表7 理论  $B(E2)_{th}$  (CMIBM 和  $U(5)$  极限) 和实验  $B(E2)_{exp}$  的比较

核	$J_i^+ \rightarrow J_f^+$	$B(E2)_{th}$ CMIBM	$B(E2)_{th}$ $U(5)$	$B(E2)_{exp}$ (W.U.)
$^{46}\text{Ti}$	$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	16.1	19.4	20
	$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	21.3	25.5	20
	$0_2^+ \rightarrow 2_1^+$	19.5	13	50
	$0_2^+ \rightarrow 0_1^+$	0.21	0	0.064
	$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	28.8	25.9	4.9
	$6_1^+ \rightarrow 4_1^+$	6.9	19.4	16.4
$^{54}\text{Cr}$	$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	16.8	19.4	14.32
	$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	22.6	25.9	25
	$6_1^+ \rightarrow 4_1^+$	14.4	19.4	18
$^{58}\text{Fe}$	$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	17.7	19.4	18.1
	$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	45.0	25.9	43.3
	$6_1^+ \rightarrow 4_1^+$	19.1	19.4	19

图1  $^{46}\text{Ti}$  能谱

图 2  $^{56}\text{Fe}$  能谱

由表 7 中看到, sd CMIBM 和 sd IBM 的  $U(5)$  极限的  $B(E2)_{th}$  大致接近, 都只有一个可调参数。[均方根偏差前者为 11.7, 比后者的 13.5 稍小。其中  $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$  的跃迁, 在  $U(5)$  极限中是禁止的, 而 CMIBM 由于混进了其他态,  $B(E2)$  值不为零, 较接近实验情形。

由于数据不足, 只算了六个核。还有两个核  $^{34}\text{S}$  和  $^{202}\text{Hg}$  有较多可资比较的能级, 可是用三玻色子计算的结果和实验差别很大。看来它们的单粒子激发态低, 核子的配对效应不占支配地位。另外, 在  $^{202}\text{Pb}$  中, 理论  $6^+$  态附近只有实验的  $(6)^-$  态, 有待于在实验上做进一步的测量, 以便作出更深入的判断。

$\delta$  力有较多的粒子配对成份,能谱应和  $U(5)$  或  $O(6)$  极限接近. 实际算出的能谱接近  $U(5)$  极限. 不过,大多数核的  $3^+$  态在  $2_3^+$  态下面,只有  $O(6)$  极限才有这种情形,而 CMIBM 也能反映这种现象.  $SU(3)$  极限也只有两个参数,但理论偏差大,显然在满壳层附近不会出现转动谱. 当然,玻色子数多时,更接近  $SU(3)$  极限,而单用  $\delta$  力也不够了,必须引入新成份(如四极力等).

综上所述,用玻色子表面  $\delta$  力和组态混合算出的能谱和  $B(E2)$  值,与实验的符合程度令人满意,和 sd IBM1 的  $U(5)$  极限相近,但前者只有两个参数,后者有 4 个. 总之,这里的模型是成功的. 还可以做更进一步的计算,如算多玻色子核,用 IBM2, IBFM 等等,这方面的工作仍在继续进行.

### 参 考 文 献

- [1] F. Iachello and A. Arima, *The interacting boson model*, Cambridge University Press, Cambridge, 1987.
- [2] Chen Hsitseng et al., *J. Phys. G:Nucl. Phys.*, **12** (1986) L217.
- [3] 谢世哲, 私人通讯.
- [4] P. J. Brussard and P. W. M. Glaudemans, *Shell Model Applications in Nuclear Spectroscopy*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1977. K. L. G. Heyde, *The Nuclear Shell Model*, Springer-Verlag, Berlin, 1990.
- [5] 张庆营、陈小林, 第八届全国核物理会议文摘集(上册), 中国核物理学会, 西安(1991)38.
- [6] D. E. Alburger, *Nucl. Data Sheets*, **49**(1986) 237.
- [7] M. L. Halbert, *Nucl. Data Sheets*, **26**(1979) 5.
- [8] M. R. Schmorak, *Nucl. Data Sheets*, **50**(1987) 669.
- [9] L. K. Perker, *Nucl. Data Sheets*, **42**(1984) 457.
- [10] Wang Gongqing, Zhu Jiabi and Zhang Jingen, *Nucl. Data Sheets*, **50**(1987) 255.
- [11] H. W. Mueller, *Nucl. Data Sheets*, **35**(1982) 281.
- [12] 廖继志, 高能物理与核物理, **3**(1979)734.
- [13] 廖继志, 高能物理与核物理, **10**(1986) 486.
- [14] J. B. McGrory and S. Raman, *Phys. Rev.*, **20**(1979) 830.

## A study of spectra of nuclei of three bosons

Zhang Qingying · Chen Xiaolin · Feng Mang  
(Department of Physics, Hunan University, Changsha 410082)

Que Jianzhong

(Hengyang Institute of Technology Hunan 421000)

Received on September 8, 1992

### Abstract

The spectra of nuclei of three bosons are calculated with the boson surface delta interaction in the framework of [Interacting Boson Model, the  $E2$  reduced transition probabilities  $B(E2)$  of some nuclei are also calculated. The agreement between theoretical and experimental results is satisfactory. It is [shown that the model is successful.

**Key words** Boson surface delta interaction, Nuclear spectra, Interacting boson model.