

QGP 中反应过程的内线统计效应*

高嵩¹⁾ 李家荣

(华中师范大学粒子物理研究所, 武汉 430070)

1992年8月3日收到

摘 要

用热场动力学方法研究了 QGP 中的反应过程, 发现内线的统计效应不能忽略. 并具体计算了热真空极化对双轻子产生率的贡献.

关键词 热场动力学, 夸克胶子等离子体, 双轻子产生.

1 引 言

分析在 高能重离子碰撞中夸克胶子等离子体 (QGP) 如何形成、寻找标识 QGP 存在的信号是当前关于 QGP 研究中的一个重要方面. 寻找 QGP 信号的重要途径之一是分析来自 QGP 内部反应的产物, 如双轻子发射、直接光子产生等, 在这方面已有过大量的研究. 本文的重点不是具体分析这类信号, 而是讨论一个具有普遍意义的计算方法中的问题. 为了具体化起见, 计算时以 QGP 中双轻子产生率为例.

由于 QGP 是一个统计物理系统, 因而对其内部过程反应比率一般都注意到了两个重要方面. 其一是计算内部成分粒子过程的反应截面, 这是动力学的计算问题; 其二是注意到在热平衡系统中成分粒子可以处于不同的状态, 因而对动力学的计算结果还需进一步求统计平均, 这是统计物理的问题. 例如图 1 所示的双轻子产生率的计算, 通常采用的基本公式是^[1]:

$$R = \sum_i \int \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_1} \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_2} \int \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \cdot \int \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2E_4} f_i(p_1) \bar{f}_i(p_2) |M(q_i \bar{q}_i \rightarrow l \bar{l})|^2 \cdot (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4), \quad (1)$$

其中 $M(q_i \bar{q}_i \rightarrow l \bar{l})$ 是这一过程相应的动力学不变振幅, \sum_i 表示对初态夸克、反夸克的

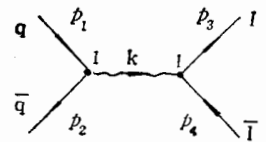


图 1 QGP 中热双轻子产生

* 国家自然科学基金资助.

1) 工作单位: 辽宁省锦州师范学院物理系.

自旋、色、味及末态双轻子的自旋求和, $f_i(p_i)$ 是单粒子的统计分布函数。

本文中所要强调的是,在对 QGP 中过程的反应比率的计算中(如(1)式所示),仅对成分粒子的状态求统计平均是不完全的,这实际上只计及了外线的统计效应,而漏掉了热密环境对传播过程的影响,即没有计入内线的统计效应。在本文中,我们将用热场动力学方法研究统计效应对 QGP 中反应比率的影响,并在单圈近似下讨论内线上的热真空极化的贡献。结果表明,仅在树图近似下可以不计及内线的统计效应,在高阶修正中内线的统计效应是重要的。

2 QGP 中反应比率的树图结果

热场动力学 (TFD) 作为一种实时间形式的温度场论可以处理较为广泛的问题^[2]。在这一节将用 TFD 方法具体研究树图近似下 QGP 中双轻子产生率的统计效应。

QGP 中双轻子发射过程如图 1 所示。按照 TFD 的费曼规则^[2],费曼图中外线只有物理场,顶点上只有物理场与物理场连接(称为 1 型顶点),或蒂尔德 (Tilde) 共轭场之间的连接(2 型顶点)。因此图 1 中的两个顶点均为 1 型的,光子传播子只有 11 分量。这一过程的初态和末态分别为

$$| \rangle_i = b_r^\dagger(p_1, \beta) d_r^\dagger(p_2, \beta) | 0(\beta) \rangle, \quad (2)$$

$$| \rangle_f = b_r^\dagger(p_3) d_r^\dagger(p_4) | 0(\beta) \rangle. \quad (3)$$

其中 $| 0(\beta) \rangle$ 是 TFD 引入的热真空态, β 是系统温度的逆, $b^\dagger(p, \beta)$ 和 $d^\dagger(p, \beta)$ 分别是作用在热真空态上的正、反费米子的产生算子。注意到它们和通常相应算子间的博格留波夫关系^[2],如

$$b(p, \beta) = b(p) \cos \theta_p + i \tilde{b}^\dagger(p) \sin \theta_p, \quad (4)$$

$$\sin \theta_p = 1 / \sqrt{e^{\beta|p_0|} + 1}, \quad \cos \theta_p = 1 / \sqrt{e^{-\beta|p_0|} + 1}. \quad (5)$$

则利用场论的一般方法可得到 QGP 中热双轻子产生过程的散射振幅为

$$S_{fi}^{(2)} = \frac{e_q e}{(2\pi)^6} \frac{m^2}{\sqrt{E_1 E_2 E_3 E_4}} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{u}(p_3) \gamma_\nu v(p_4) i D_{\nu\mu}^{11}(k) u(p_1) \gamma_\mu \bar{v}(p_2) \cdot \sin \theta_{p_1} \sin \theta_{p_2} \delta^4(p_1 + p_2 - k) \delta^4(p_3 + p_4 - k), \quad (6)$$

式中 e_q 为夸克分数电荷, $i D_{\nu\mu}^{11}$ 为 TFD 中光子传播子的 11 分量:

$$i D_{\nu\mu}^{11} = -g_{\nu\mu} \left(\frac{i}{k^2 + i\epsilon} + \frac{1}{e^{\beta|k_0|} - 1} 2\pi \delta(k^2) \right), \quad (7)$$

把上式代入(6)式,并完成零温部分的积分,得

$$S_{fi}^{(2)} = \frac{e_q e}{(2\pi)^6} \frac{m^2}{\sqrt{E_1 E_2 E_3 E_4}} M_{fi} \sin \theta_{p_1} \sin \theta_{p_2} \cdot \left[(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \cdot \frac{i}{(p_1 + p_2)^2}, \right. \\ \left. + \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \cdot \frac{2\pi}{e^{\beta|k_0|} - 1} \delta(k^2) (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - k) \cdot (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_3 + p_4 - k) \right], \quad (8)$$

其中 $M_{fi} = \bar{u}(p_3)\gamma_\mu v(p_4)\bar{v}(p_2)\gamma_\mu u(p_1)$ 是这一过程的不变振幅. (8) 式第二项的积分中, 由于三线顶点上 4-动量守恒条件和光子的质壳条件 $\delta(k^2)$ 不能同时满足, 所以积分结果为零, 这时 (8) 式可以简单地表示为:

$$S_{fi}^{(2)} = \sin\theta_{p_1} \sin\theta_{p_2} S_{fi}^{(2)}(T=0), \quad (9)$$

式中 $S_{fi}^{(2)}(T=0)$ 是这一过程相应的动力学散射振幅(零温场论的结果). 由此可得, 树图近似下 QGP 中的双轻子产生率为:

$$R = e_q^2 e^2 \int \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_1} \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_2} \int \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \cdot \int \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2E_4} \cdot \sin^2\theta_{p_1} \sin^2\theta_{p_2} |M_{fi}|^2 \cdot (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4), \quad (10)$$

注意到 (4) 式后, 可知这一结果和 (1) 式是一致的. 但是在处理问题的思想上和 (1) 式是不同的. (1) 式的结果实际上只是对动力学截面作 QGP 热平衡态中的外线的统计平均. 而 TFD 方法则考虑了整个过程的统计效应, 外线和内线的统计计算分别在初态(见 (2) 式)和传播子(见 (7) 式)中考虑了. 对内线的统计效应计入后所得结果之所以又和 (1) 式相同, 是由于在树图近似下内线统计效应的贡献为零(见 (8) 式的第二项), 下一节的讨论将表明, 在高阶近似下, 内线的统计效应对结果会有明显的影响, (1) 式不再成立, 这说明 (1) 式表示的只能是树图近似下的结果.

3 单圈热真空极化的贡献

为了进一步研究 QGP 中反应过程内线的统计效应, 我们具体地讨论单圈近似下的热真空极化对图 1 所示双轻子产生率的贡献. 在单圈近似下, 按照 TFD 的费曼规则, Dayson 方程表示的 11 分量光子传播子为:

$$i\mathcal{D}_{\mu\nu}^{11}(k) = iD_{\mu\nu}^{11}(k) + \sum_{a,b=1}^2 iD_{\mu a}^{1a}(k)[-i\Pi_{ab}^{1b}(k)]iD_{b\nu}^{21}(k). \quad (11)$$

这样, 热真空极化对光子传播子的贡献可以用费曼图表示为:

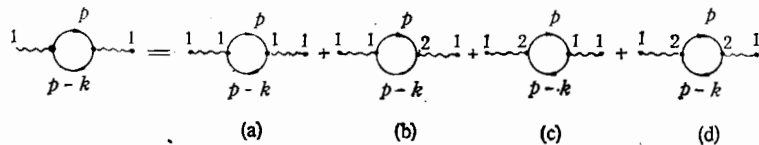


图 2 单圈热真空极化

图中数字 1, 2 是 TFD 的热指标. 图 2 的结果可以表示为:

$$\begin{aligned} \text{图 2} = & iD^{11}(k)[-i\Pi^{11}(k)]iD^{11}(k) + iD^{11}(k)[-i\Pi^{12}(k)]iD^{21}(k) \\ & + iD^{12}(k)[-i\Pi^{21}(k)]iD^{11}(k) + iD^{22}(k)[-i\Pi^{22}(k)]iD^{21}(k). \quad (12) \end{aligned}$$

为了讨论图 2 的贡献, 先求出各部分的热真空极化. 注意到 TFD 的计算中含有实部和虚部, 而只有实部对物理结果才有贡献^[3], 因此在计算中只保留实部. 图 2(a) 中的

热真空极化张量:

$$\begin{aligned}
 -i\Pi_{\mu\nu}^{11}(k) &= -e^2 \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \cdot T_{\mu\nu} \cdot i\Delta_{11}(p) \cdot i\Delta_{11}(p-k) \\
 &= e^2 \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \cdot T_{\mu\nu} \cdot \left[\frac{1}{p^2 - m^2 + i\epsilon} \cdot \frac{1}{(p-k)^2 - m^2 + i\epsilon} \right] \\
 &\quad + e^2 \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \cdot T_{\mu\nu} \cdot (2\pi i) \left[\frac{\delta[(p-k)^2 - m^2]}{p^2 - m^2} \right. \\
 &\quad \left. \cdot \frac{1}{e^{\beta|p_0 - k_0|} + 1} + \frac{\delta(p^2 - m^2)}{(p-k)^2 - m^2} \cdot \frac{1}{e^{\beta p_0} + 1} \right] \\
 &= i\Pi_{\mu\nu}^{T=0}(k) - i\Pi_{\mu\nu}^{T\neq 0}(k) \equiv -i\Pi_{\mu\nu}^{11}(k, 0) - i\Pi_{\mu\nu}^{11}(k, \beta). \quad (13)
 \end{aligned}$$

其中 $T_{\mu\nu} \equiv \text{Tr}\{\gamma_\mu(\gamma \cdot p + m)\gamma_\nu[\gamma \cdot (p-k) + m]\}$, 而且纯虚部分已扣除. 发散包含在零温部分的极化张量 $\Pi_{\mu\nu}^{11}(k, 0)$ 中, 零温场论中的重整化可以消除这些发散. 式中 $i\Delta_{11}$ 是 TFD 中费米子传播子 11 分量.

图 2(b),(c) 中的热真空极化张量:

$$\begin{aligned}
 -i\Pi_{\mu\nu}^{12}(k) &= e^2 \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \cdot T_{\mu\nu} \cdot (-4\pi^2)\epsilon(p_0)\epsilon(p_0 - k_0) \\
 &\quad \cdot \frac{e^{\beta|p_0|/2}}{e^{\beta|p_0|} + 1} \cdot \frac{e^{\beta|p_0 - k_0|/2}}{e^{\beta|p_0 - k_0|} + 1} \cdot \delta(p^2 - m^2)\delta[(p-k)^2 - m^2] \\
 &= -i\Pi_{\mu\nu}^{12}(k, \beta) = -i\Pi_{\mu\nu}^{21}(k), \quad (14)
 \end{aligned}$$

这一项只有温度有关部分, 没有发散, 不需要重整化. 同样地可以得到图 2(d) 中的热真空极化张量:

$$-i\Pi_{\mu\nu}^{22}(k) = -i\Pi_{\mu\nu}^{11}(k, 0) + i\Pi_{\mu\nu}^{11}(k, \beta), \quad (15)$$

由 (13)–(15) 式可以得到 (11) 式所示的单圈热真空极化修正下的光子传播子, 由此可以求出对双轻子产生率的贡献. 下面分别计算图 2 中各个部分的贡献, 计算中考虑到了顶点上的 4-动量守恒条件.

$$\begin{aligned}
 \text{图 2(a)} &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} [iD^{11}(-i\Pi^{11})iD^{11}] \cdot \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - k)\delta^{(4)}(p_3 + p_4 - k) \\
 &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \{iD_{\mu\lambda}^{11}(k)[-i\Pi_{\lambda\nu}^{11}(k, 0) - i\Pi_{\lambda\nu}^{11}(k, \beta)] \cdot iD_{\nu}^{11}(k)\} \\
 &\quad \cdot \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - k) \cdot \delta^{(4)}(p_3 + p_4 - k) \\
 &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left\{ \frac{-i}{k^2 + i\epsilon} g_{\mu\lambda} [\dots] g_{\nu\nu} \frac{-i}{k^2 + i\epsilon} \right. \\
 &\quad + \frac{-i}{k^2 + i\epsilon} g_{\mu\lambda} [\dots] g_{\nu\nu} \frac{2\pi\delta(k^2)}{e^{\beta|k_0|} - 1} + g_{\mu\nu} \cdot \frac{2\pi\delta(k^2)}{e^{\beta|k_0|} - 1} [\dots] g_{\nu\nu} \\
 &\quad \left. \cdot \frac{2\pi\delta(k^2)}{e^{\beta|k_0|} - 1} + \frac{2\pi\delta(k^2)}{e^{\beta|k_0|} - 1} g_{\mu\nu} \cdot [\dots] g_{\nu\nu} \cdot \frac{-i}{k^2 + i\epsilon} \right\} \\
 &\quad \cdot \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - k)\delta^{(4)}(p_3 + p_4 - k) \\
 &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \cdot \frac{-i}{k^2 + i\epsilon} g_{\mu\lambda} [\dots] g_{\nu\nu} \cdot \frac{-i}{k^2 + i\epsilon} \\
 &\quad \cdot \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - k)\delta^{(4)}(p_3 + p_4 - k), \quad (16)
 \end{aligned}$$

式中[···]表示该式第二等式中的中括号。在完成(16)式的积分中,注意到第三等式的第2、3、4项的积分中含有质壳条件 $\delta(k^2)$ 和4-动量守恒条件的 δ 函数,和(8)式第二项积分同样的理由,结果为零。同样可得图2(b)、(c)、(d)的贡献分别为:

$$\begin{aligned} \text{图 2(b)} &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \cdot iD_{\mu\nu}^{11}[-i\Pi_{\lambda\tau}^{11}(k, \beta)] \cdot iD_{\mu\nu}^{11} \\ &\quad \cdot \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - k)\delta^{(4)}(p_3 + p_4 - k) \\ &= \text{图 2(c)} = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \text{图 2(d)} &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \cdot iD_{\mu\lambda}^{11} \cdot [-i\Pi_{\lambda\tau}^{11}(k, 0) + i\Pi_{\lambda\tau}^{11}(k, \beta)] \\ &\quad \cdot iD_{\mu\nu}^{11} \cdot \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - k)\delta^{(4)}(p_3 + p_4 - k) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

(16)–(18)式的结果表明,只有图2(a)表示的11分量对反应截面有贡献。一般认为^[4]只有热真空自能的实部才对物理结果有贡献,而且自能的实部由11分量的自能实部决定,即有 $\text{Re}\Pi(k) = \text{Re}\Pi^{11}(k)$,上面所得的结果正好与这一结论符合(对光子自能部分)。

(16)式中包含有零温真空极化和热真空极化两个部分的贡献,零温部分表示的是动力学的结果,热部分表示的是内线统计效应的贡献。而(1)式只包含动力学截面贡献,这就具体地表明了(1)式的考虑是不完全的,没有计算内线的统计效应。

4 结 语

本文中我们用 TFD 方法具体研究了 QGP 中统计效应对双轻子产生率的影响,对内线的统计应计算了单圈真空极化的贡献。结果表明:通常只考虑动力学截面对初态粒子作统计平均的(1)式,仅和 TFD 的树图结果一致,因为树图近似下内线(传播子)的统计效应对反应比率没有贡献。考虑到单圈真空极化时,内线的统计效应对比率有贡献,这说明在考虑高阶修正时,必须包含内线的统计计算。

虽然我们只计算了一个简单的电磁过程,但这一方法普遍适用于计算热密环境中的其它相互作用过程。我们希望能用这一方法来研究如太阳或中子星中的中微子发射等热密环境中的相互作用过程。

感谢裘忠平、庄鹏飞同志的帮助和有益讨论,感谢和 L. D. McLerran 教授的早期讨论。

参 考 文 献

- [1] K. Kajantie and H. I. Miettinen, *Z. Phys.*, **C9** (1981) 341; L. D. McLerran and T. Toimela, *Phys. Rev.*, **D31** (1985) 545; K. Kajantie et al., *ibid.*, **34** (1986) 2746; M. Asakawa and T. Matsui, *ibid.*, **43** (1991) 2871; C. Gale and J. Kapusta, *Phys. Rev.*, **C35** (1987) 2107.
- [2] H. Umezawa, H. Matsumoto and M. Tachiki, *Thermo Field Dynamics and Condensed States*, Amsterdam, North Holland, 1982; I. Ojima, *Ann. Phys.*, **137** (1981) 1; K. Soutome, *Z. Phys.*, **C40** (1988) 479; Gao Song and Li Jiarong, *Mod. Phys. Lett.*, **A6** (1991) 2475.
- [3] T. Altherr, P. Aurenche and T. Becherrowy, *Nucl. Phys.*, **B315** (1989) 436.
- [4] R. Kobes and G. Semenoff, *Nucl. Phys.*, **B260** (1985) 714; **B272** (1986) 329.

The Statistical Effect of the Internal Lines Within the Reaction Process in QGP

Gao Song Li Jiarong

(Institute of Particle Physics, Hua-Zhong Normal University, Wuhan 430070)

Received on August 3, 1992

Abstract

In the framework of thermal field dynamics, the reaction process in QGP is investigated. It is found that the statistical effect of the internal lines cannot be neglected. The contribution of thermal vacuum polarization to the dilepton production rate is also calculated.

Key Words Thermo field dynamics, Quark gluon plasma, Dilepton production.