

# IBM 内禀基带、单声子激发带和双声子 激发带的转动惯量及能谱

朱建阳

(抚州师专物理系, 江西 344000)

## 摘 要

首先给出 IBM 内禀基态、单声子激发态和双声子激发态, 其中双声子态由单声子态的不同组合而成. 哈密顿量取  $SU(3)$  极限加对相互作用; 然后, 利用推转理论对各带的转动惯量及能谱进行自洽推转计算, 得出合理的解析表达式; 最后, 以  $^{168}\text{Er}_{100}$  为例分析了结果的正确性.

## 一、引 言

相互作用玻色子模型 (IBM)<sup>[1]</sup> 近年来广泛地用于讨论中、重区各种典型核及过渡区核的低能集体运动, 并在低激发能谱、电磁跃迁、对转移反应截面比等方面取得了与实验大面积的符合. 由于推转理论在 Bohr-Mottelson 几何模型中对原子核的高自旋态等方面的分析获得很大成功, 而 IBM 的三种极限  $U(5)$ 、 $SU(3)$  和  $O(6)$  又分别类似于 Bohr-Mottelson 模型的非谐振子、 $\gamma$  稳定转子和  $\gamma$  不稳定转子, 并得到一致的结果. 因此, 我们有兴趣将推转理论应用于 IBM, 进一步探讨变形核的转动问题.

本文首先给出 IBM 内禀基态、单声子激发态和双声子激发态, 然后利用推转理论对各带的转动惯量和能谱进行自洽推转计算, 并以  $^{168}\text{Er}_{100}$  为例分析所得解析结果的正确性.

## 二、IBM 哈密顿和内禀态

### 1. IBM 哈密顿

本文采用如下形式的哈密顿

$$H = -\kappa Q \cdot Q - \kappa' L \cdot L + \kappa'' P \cdot P, \quad (2.1)$$

其中  $Q$ 、 $L$ 、 $P$  分别为四极张量算子、角动量算子和对算符, 定义为

$$Q_{\mu}^{(2)} = s^{+} \bar{d}_{\mu} + d_{\mu}^{+} s + \chi (d + \bar{d})_{\mu}^{(2)}, \quad (2.2)$$

$$L_{\mu}^{(1)} = \sqrt{10} (d^{+} \bar{d})_{\mu}^{(1)}, \quad (2.3)$$

$$P = \frac{1}{2} [(d^+ d^+)^{(0)} - (s^+ s^+)]. \quad (2.4)$$

因(2.1)中前两项代表  $SU(3)$  极限, 后一项是考虑到对称破缺而引入的对相互作用, 所以(2.1)所示的哈密顿比较适合描写  $\gamma$  稳定变形核的转动.

为了简明, 本文不考虑参量  $\kappa, \kappa', \kappa''$  与玻色子数有关的情形, 也不考虑中子玻色子与质子玻色子的区别, 因此可将(2.1)展开成 IBM-I 的标准形式<sup>[1]</sup>

$$\begin{aligned} H_{\text{IBM}} = & \epsilon_s s^+ s + \epsilon_d d^+ \cdot \tilde{d} + u_0 (s^+)^2 s^2 + u_2 s^+ d^+ \cdot \tilde{d} s \\ & + v_0 [d^+ \cdot d^+ s^2 + (s^+)^2 \tilde{d} \cdot \tilde{d}] + v_2 [(d^+ d^+)^{(2)} \cdot \tilde{d} s \\ & + s^+ d^+ \cdot (\tilde{d} \tilde{d})^{(2)}] + \sum_{i=0,2,4} c_i (d^+ d^+)^{(i)} \cdot (\tilde{d} \tilde{d})^{(i)}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

各项系数  $\epsilon_s, \epsilon_d, \dots$  与参量  $\kappa, \kappa', \kappa'', \chi$  的关系如下

$$\begin{aligned} \epsilon_s = -5\kappa, \quad \epsilon_d = -(1+\chi^2)\kappa - 6\kappa', \quad u_0 = \frac{1}{4}\kappa', \\ u_2 = -2\kappa, \quad v_0 = -\kappa - \frac{1}{4}\kappa', \quad v_2 = -2\chi\kappa, \\ c_0 = -\kappa\chi^2 + 6\kappa' + \frac{5}{4}\kappa', \quad c_2 = \frac{3}{14}\kappa\chi^2 + 3\kappa', \quad c_4 = -\frac{2}{7}\kappa\chi^2 - 4\kappa'. \end{aligned} \quad (2.6)$$

## 2. IBM 内禀态

从微观角度讲, 对于能量靠近基态的低激发态, 往往可以看成是一些独立的基本激发单元(元激发)的集合, IBM 模型中的玻色子就是这类低能集体激发的准粒子, 在元激发理论中称之为“声子”, 它们有确定的能量, 其激发形式主要表现为内禀参量的微小涨落. 显然, IBM 内禀基态和各声子态可以利用玻色子算符来构造, 其中基态、单声子激发态采用文献[2]的形式, 而双声子激发态则由单声子态的不同组合而成.

基态

$$|g\rangle = |N; a\rangle = \mathcal{N}_N (B^+)^N |0\rangle. \quad (2.7)$$

单声子态

$$|\beta, 0\rangle = C^+ |N-1; a\rangle, \quad (2.8)$$

$$|\gamma, 2\rangle = d_2^+ |N-1; a\rangle. \quad (2.9)$$

双声子激发态

$$|\beta\beta + \gamma\gamma, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} (C^+)^2 + \alpha d_2^+ d_2^+ \right] |N-2; a\rangle, \quad (2.10)$$

$$|\beta\gamma, 2\rangle = C^+ d_2^+ |N-2; a\rangle, \quad (2.11)$$

$$|\gamma\gamma, 4\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (d_2^+)^2 |N-2; a\rangle. \quad (2.12)$$

其中

$$B^+ = s^+ + \sum_{\mu} a_{\mu} d_{\mu}^+, \quad c^+ = \frac{\beta s^+ - d_0^+}{\sqrt{1+\beta^2}},$$

$$\mathcal{N}_N = [N! (1 + \sum_{\mu} a_{\mu}^* a_{\mu})^N]^{1/2},$$

$$\alpha = \frac{H_{22} - H_{11} - \sqrt{(H_{11} - H_{22})^2 + 4H_{12}^2}}{2H_{12}},$$

$$\begin{aligned}
 H_{11} &= \frac{1}{2} \langle N-2; a | C^2 H(C^+)^2 | N-2; a \rangle, \\
 H_{22} &= \langle N-2; a | d_{-2} d_2 H d_2^+ d_{-2}^+ | N-2; a \rangle, \\
 H_{12} &= H_{21} = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle N-2; a | C^2 H d_2^+ d_{-2}^+ | N-2; a \rangle.
 \end{aligned} \quad (2.13)$$

这里  $\mathcal{N}_N$  是归一化因子,  $a$  是组合系数,  $H_{11}$ 、 $H_{22}$ 、 $H_{12}$ 、 $H_{21}$  是矩阵元,  $N$  是玻色子数,  $a = \{a_\mu, \mu = 0, \pm 1, \pm 2\}$  为内禀参数. 其中组合系数根据能量最低原理或对角化方法均可得到.

### 三、推转理论概述

推转模型<sup>[2]</sup>假设核以角速度  $\omega$  沿一给定的轴旋转, 通常取这个转轴为垂直于对称轴的一个惯量主轴  $x$  (如图 1). 体系波函数取内禀态函数 ((2.7)–(2.13)). 转动参照系下的哈密顿为

$$H' = H_{\text{IBM}} - \omega L_x, \quad (3.1)$$

其中  $H_{\text{IBM}}$  为 IBM 标准哈密顿 (本文采用 (2.1)),  $L_x$  是转动角动量算子的  $x$  分量,  $\omega L_x$  即为 Coriolis 力和离心力的贡献.

根据取定的坐标轴, 由对称性分析可知内禀参数  $a_\mu$  是实数, 且有  $a_\mu = a_{-\mu}$ . 至于  $L_x$  可由算子  $d_\mu^+$  和  $L_x$  的张量性质确定, 其结果是

$$\begin{aligned}
 L_x &= \frac{1}{2} \sum_{m=-2}^2 [6 - m(m+1)]^{1/2} \\
 &\quad \{d_{m+1}^+ d_m + d_m^+ d_{m+1}\}.
 \end{aligned} \quad (3.2)$$

考虑自洽条件, 则自洽的推转计算转化为求解以下变分方程

$$\delta \langle N; a | H - \omega L_x | N; a \rangle = 0, \quad (3.3)$$

其极值条件是

$$\frac{\partial \langle H \rangle}{\partial a_\mu} - \omega \frac{\partial \langle L_x \rangle}{\partial a_\mu} = 0, \quad (3.4)$$

其中  $\langle H \rangle$ 、 $\langle L_x \rangle$  是以内禀态为基的矩阵元, (3.4) 在可以认为  $\omega$  足够小的情况下求解, 由此可找到  $a_\mu$  与  $\omega$  之间的关系, 进而得出转动惯量  $I$ .

注意到  $\omega=0$  时, 由于  $\delta \langle H \rangle = 0$  导致  $a_1(\omega=0) = 0$ , 且因能量不依赖于  $\omega$  的符号, 则  $\langle H \rangle$  将以  $a_1$  的偶次幂的形式出现. 以  $a_\mu^{(0)}$  表示  $\omega=0$  时 (3.4) 的解, 在  $a_\mu = a_\mu^{(0)}$  附近把  $\langle H \rangle$ 、 $\langle L_x \rangle$  作 Taylor 展开

$$a_\mu = a_\mu^{(0)} + \Delta_\mu, \quad (3.5)$$

$$\langle H \rangle = \langle H \rangle |_{a^{(0)}} + \sum_{\mu, \nu} \frac{1}{2} \Delta_\mu \Delta_\nu \frac{\partial^2 \langle H \rangle}{\partial a_\mu \partial a_\nu} |_{a^{(0)}} + \dots, \quad (3.6)$$

$$\langle L_x \rangle = \sum_{\mu} \Delta_\mu \frac{\partial \langle L_x \rangle}{\partial a_\mu} |_{a^{(0)}} + \frac{1}{2} \sum_{\mu, \nu} \Delta_\mu \Delta_\nu \frac{\partial^2 \langle L_x \rangle}{\partial a_\mu \partial a_\nu} |_{a^{(0)}} + \dots. \quad (3.7)$$

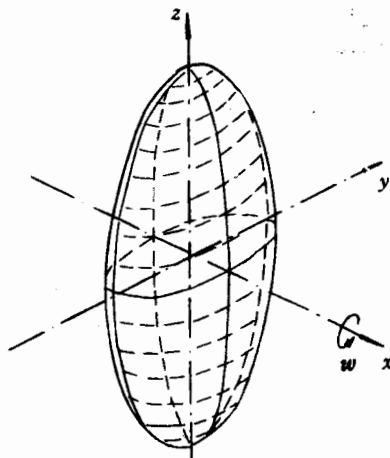


图 1 变形核的主轴系统,  $x$  轴为推转轴

$\langle H \rangle$  在  $a_\mu^{(0)}$  处取极值, 所以(3.6)右边没有  $\Delta_\mu$  的线性项. 而且,  $\omega=0$  时显然  $\langle L_x \rangle = 0$ , 说明  $\langle L_x \rangle$  正比于  $a_1$ , 所以(3.7)右边没有常数项. 另外,  $\omega \rightarrow 0$  时,  $a_\mu \rightarrow a_\mu^{(0)}$ ,  $\Delta_\mu \rightarrow 0$ , 把  $\Delta_\mu$  对  $\omega$  作展开的表达式也没有常数项

$$\Delta_\mu = \omega \frac{\partial \Delta_\mu}{\partial \omega} + \frac{1}{2} \omega^2 \frac{\partial^2 \Delta_\mu}{\partial \omega^2} + \dots, \quad (3.8)$$

因此

$$\omega \sum_\mu \Delta_\mu \frac{\partial \langle L_x \rangle}{\partial a_\mu} \Big|_{a^{(0)}}$$

的首项是  $\omega$  是二阶项. 这样, 把(3.5)–(3.7)代回到(3.4)得到

$$\sum_\mu \Delta_\mu \frac{\partial^2 \langle H \rangle}{\partial a_\mu \partial a_\nu} \Big|_{a^{(0)}} = \omega \frac{\partial \langle L_x \rangle}{\partial a_\nu} \Big|_{a^{(0)}} + O(\omega^2). \quad (3.9)$$

因为  $\langle H \rangle$  是  $a_i^2$  的函数,  $\langle L_x \rangle$  正比于  $a_1$ , 当下标  $\mu \neq 1$  时, 有

$$\frac{\partial^2 \langle H \rangle}{\partial a_\mu \partial a_\nu} \Big|_{a^{(0)}}, \frac{\partial \langle L_x \rangle}{\partial a_\mu} \Big|_{a^{(0)}} = 0. \quad (3.10)$$

所以方程组(3.9)很简单, 它的明显形式为

$$\Delta_0 \frac{\partial^2 \langle H \rangle}{\partial a_0^2} \Big|_{a^{(0)}} + \Delta_2 \frac{\partial^2 \langle H \rangle}{\partial a_0 \partial a_2} \Big|_{a^{(0)}} = 0, \quad (3.11)$$

$$\Delta_0 \frac{\partial^2 \langle H \rangle}{\partial a_0 \partial a_2} \Big|_{a^{(0)}} + \Delta_2 \frac{\partial^2 \langle H \rangle}{\partial a_2^2} \Big|_{a^{(0)}} = 0, \quad (3.12)$$

$$\Delta_1 \frac{\partial^2 \langle H \rangle}{\partial a_1^2} \Big|_{a^{(0)}} = \omega \frac{\partial \langle L_x \rangle}{\partial a_1} \Big|_{a^{(0)}}. \quad (3.13)$$

其中(3.13)是独立的, (3.11)、(3.12)构成的方程组系数行列式不等于零, 对展开式的主导项来说只有零解, 即

$$\Delta_0, \Delta_2 = 0 + O(\omega^2). \quad (3.14)$$

从(3.13)解出

$$\Delta_1 = a_1 = \omega \frac{\partial \langle L_x \rangle}{\partial a_1} \Big|_{a^{(0)}} / \frac{\partial^2 \langle H \rangle}{\partial a_1^2} \Big|_{a^{(0)}} + O(\omega^2). \quad (3.15)$$

另外, 用(3.14)、(3.7)简化为

$$\langle L_x \rangle = \Delta_1 \frac{\partial \langle L_x \rangle}{\partial a_1} \Big|_{a^{(0)}} + \dots. \quad (3.16)$$

把(3.15)代入(3.16)并与经典公式  $\langle L_x \rangle = I_x \omega + O(\omega^2)$  比较, 同时考虑转子的对称性质, 给出转动惯量的表达式

$$I = I_x = I_y = \left[ \frac{\partial \langle L_x \rangle}{\partial a_1} \Big|_{a^{(0)}} \right]^2 / \frac{\partial^2 \langle H \rangle}{\partial a_1^2} \Big|_{a^{(0)}} + O(\omega^2). \quad (3.17)$$

根据经典转动理论, 转动核的转动惯量与能级之间有如下关系<sup>[3]</sup>

$$\frac{1}{2I} = \frac{dE(J)}{dJ(J+1)}, \quad (3.18)$$

因此, 只要求出转动惯量, 激发态的能量就可以由下式算出

$$E_2(J_2) = E_1(J_1) + \frac{1}{2I}[J_2(J_2 + 1) - J_1(J_1 + 1)]. \quad (3.19)$$

具体计算前应先求得  $a_\mu^{(0)}$ . 按前述理由,  $a_\mu = a_\mu^*$ ,  $a_\mu = a_{-\mu}$ , 而  $a_1(\omega=0)=0$ , 因此由内禀参数  $a_\mu$  ( $\mu=0, \pm 1, \pm 2$ ) 描述的体系, 其平衡态完全由参数  $a_0$  及  $a_2$  决定. 引入 Bohr 参数

$$a_0 = \beta \cos r, \quad a_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin r,$$

考虑到不区别中子和质子玻色子时, 体系总是对称的, 只要允许  $\beta$  可在正负范围内取值, 总可令  $r=0$ . 另外,  $\omega=0$  时  $a_\mu = a_\mu^{(0)}$ , 而 (3.14)、(3.15) 意味着  $a_1^{(0)} = a_2^{(0)} = 0$ ,  $a_0^{(0)}, a_0^{(0)} = \beta$ , 此时 (3.4) 给出关于  $\beta$  的方程, 方程的一个根  $\beta$  即为  $a_0^{(0)}$  值.

#### 四、理论计算结果

根据推转理论和玻色子 s、d 的对易关系, 经仔细计算得到 IBM 内禀基带、单声子激发带和双声子激发带的内禀激发能和转动惯量的解析结果如下:

基带  $|g\rangle$ :

$$E_N^g = \frac{N}{1 + \beta^2} (\epsilon_s + \epsilon_d \beta^2) + \frac{N(N-1)}{(1 + \beta^2)^2} A_1^g, \quad (4.1)$$

$$I_N^g = \frac{6\beta^2(1 + \beta^2)}{A_N^g} + O(\omega^2), \quad (4.2)$$

其中

$$A_N^g = \frac{\epsilon_d - \epsilon_s}{N} (1 + \beta^2) + (1 - \frac{1}{N}) [(1 + \beta^2) A_2^g - 2A_1^g],$$

$$A_1^g = u_0 + (u_2 + 2v_0)\beta^2 - 2\sqrt{\frac{2}{7}}v_2\beta^3 + (\frac{1}{5}c_0 + \frac{2}{7}c_2 + \frac{18}{35}c_4)\beta^4,$$

$$A_2^g = u_2 - 2v_0 - \sqrt{\frac{2}{7}}v_2\beta - \frac{2}{5}c_0\beta^2 + \frac{12}{5}c_4\beta^2. \quad (4.3)$$

单声子激发带,  $|\beta, 0\rangle$ :

$$E_N^\beta = E_{N-1}^\beta + \frac{1}{1 + \beta^2} (\epsilon_d + \epsilon_s \beta^2) + \frac{N-1}{(1 + \beta^2)^2} A_1^\beta, \quad (4.4)$$

$$I_N^\beta = \frac{6\beta^2(1 + \beta^2)}{A_N^\beta} + O(\omega^2), \quad (4.5)$$

其中

$$A_N^\beta = A_{N-1}^\beta + \frac{1}{N-1} [(1 + \beta^2) A_2^\beta - A_1^\beta],$$

$$A_1^\beta = u_2 - 4\sqrt{\frac{2}{7}}v_2\beta + 2\beta^2 [2u_0 - u_2 - 4v_0 + 2(\frac{1}{5}c_0 + \frac{2}{7}c_2 + \frac{18}{35}c_4)] + 4\sqrt{\frac{2}{7}}v_2\beta^3 + u_2\beta^4,$$

$$A_2^\beta = u_2 \beta^2 + 2 \sqrt{\frac{2}{7}} v_2 \beta + \frac{2}{7} (c_2 + 6c_4). \quad (4.6)$$

$|\gamma, 2\rangle$ :

$$E_N^\gamma = E_{N-1}^\beta + \epsilon_d + \frac{N-1}{1+\beta^2} A_1^\gamma, \quad (4.7)$$

$$I_N^\gamma = \frac{6\beta^2(1+\beta^2)}{A_1^\gamma} + O(\omega^2), \quad (4.8)$$

其中

$$\begin{aligned} A_N^\gamma &= A_{N-1}^\beta + \frac{1}{N-1} (1+\beta^2) [A_2^\gamma (1+\beta^2) - A_1^\gamma], \\ A_1^\gamma &= u_2 + 4 \sqrt{\frac{2}{7}} v_2 \beta + \frac{2}{7} (4c_2 + 3c_4) \beta^2, \\ A_2^\gamma &= \frac{1}{7} (6c_2 + c_4). \end{aligned} \quad (4.9)$$

双声子激发带,  $|\beta\beta + \gamma\gamma, 0\rangle$ :

$$E_N^{\beta\beta+\gamma\gamma} = E_{N-2}^\beta + \frac{1}{1+\alpha^2} \cdot \frac{2}{1+\beta^2} [A_1^{\beta\beta+\gamma\gamma} + \frac{N-2}{1+\beta^2} A_2^{\beta\beta+\gamma\gamma}], \quad (4.10)$$

$$I_N^{\beta\beta+\gamma\gamma} = \frac{6\beta^2(1+\beta^2)}{A_1^{\beta\beta+\gamma\gamma}} + O(\omega^2), \quad (4.11)$$

其中

$$\begin{aligned} A_N^{\beta\beta+\gamma\gamma} &= A_{N-2}^\beta + \frac{1}{1+\alpha^2} \cdot \frac{2}{N-2} [A_3^{\beta\beta+\gamma\gamma} (1+\beta^2) - A_2^{\beta\beta+\gamma\gamma}], \\ A_1^{\beta\beta+\gamma\gamma} &= \alpha^2 (1+\beta^2) (\epsilon_d + \frac{2}{5} c_0 + \frac{4}{7} c_2 + \frac{1}{35} c_4) \\ &\quad + [\epsilon_d + \epsilon_s \beta^2 + 2 \sqrt{2} \alpha (v_0 \beta^2 - \sqrt{\frac{2}{7}} v_2 \beta + \frac{1}{5} c_0 - \frac{2}{7} c_2 + \frac{3}{35} c_4)] \\ &\quad + \frac{1}{1+\beta^2} [u_0 \beta^4 + (u_2 + 2v_0) \beta^2 + 2 \sqrt{\frac{2}{7}} v_2 \beta + (\frac{1}{5} c_0 + \frac{2}{7} c_2 + \frac{18}{35} c_4)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2^{\beta\beta+\gamma\gamma} &= u_2 \beta^4 + 4 \sqrt{\frac{2}{7}} v_2 \beta^3 + (4u_0 - 2u_2 - 8v_0 + \frac{4}{5} c_0 + \frac{8}{7} c_2 \\ &\quad + \frac{72}{35} c_4) \beta^2 - 4 \sqrt{\frac{2}{7}} v_2 \beta + u_2 + \alpha^2 (1+\beta^2) [u^2 + 4 \sqrt{\frac{2}{7}} v_2 \beta \\ &\quad + (\frac{8}{7} c_2 + \frac{6}{7} c_4) \beta^2], \end{aligned}$$

$$A_3^{\beta\beta+\gamma\gamma} = u_2 \beta^2 + 2 \sqrt{\frac{2}{7}} v_2 \beta + \frac{2}{7} c_2 + \frac{12}{7} c_4 + \alpha^2 (1+\beta^2) (\frac{6}{7} c_2 + \frac{1}{7} c_4), \quad (4.12)$$

$$\alpha = \frac{H_{22} - H_{11} - [(H_{22} - H_{11})^2 + 4H_{12}^2]^{1/2}}{2H_{12}}, \quad (4.13)$$

$$H_{22} = E_{N-2}^\beta + 2(\epsilon_d + \frac{2}{5} c_0 + \frac{4}{7} c_2 + \frac{1}{35} c_4) + 2 \frac{N-2}{1+\beta^2} [u_2 + 4 \sqrt{\frac{2}{7}} v_2 \beta$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2}{7}(4c_2 + 3c_4)\beta^2], \\
H_{11} = & E_{N-2} + \frac{2}{1+\beta^2}(\epsilon_d + \epsilon_s\beta^2) + \frac{2}{(1+\beta^2)^2}[u_0\beta^4 + (u_2 + 2v_0)\beta^2 \\
& + 2\sqrt{\frac{2}{7}}v_2\beta + (\frac{1}{5}c_0 + \frac{2}{7}c_2 + \frac{18}{35}c_4)] + \frac{2(N-2)}{(1+\beta^2)^2}[u_2\beta^4 \\
& + 4\sqrt{\frac{2}{7}}v_2\beta^3 + (4u_0 - 2u_2 - 8v_0 + \frac{4}{5}c_0 + \frac{8}{7}c_2 + \frac{72}{35}c_4)\beta^2 \\
& - 4\sqrt{\frac{2}{7}}v_2\beta + u_2], \\
H_{12} = H_{21} = & \frac{2\sqrt{2}}{1+\beta^2}[v_0\beta^2 - \sqrt{\frac{2}{7}}v_2\beta + (\frac{1}{5}c_0 - \frac{2}{7}c_2 + \frac{3}{35}c_4)]. \quad (4.14)
\end{aligned}$$

$|\beta\gamma, 2\rangle:$

$$E_N^{\beta\gamma} = E_{N-2} + A_1^{\beta\gamma} + \frac{2(N-2)}{(1+\beta^2)^2}A_2^{\beta\gamma}, \quad (4.15)$$

$$I_N^{\beta\gamma} = \frac{6\beta^2(1+\beta^2)}{A_N^{\beta\gamma}} + O(\omega^2), \quad (4.16)$$

其中

$$\begin{aligned}
A_N^{\beta\gamma} = & A_{N-2}^{\beta\gamma} + \frac{1}{N-2}[(1+\beta^2)A_3^{\beta\gamma} - 2A_2^{\beta\gamma}], \\
A_1^{\beta\gamma} = & \epsilon_d + \frac{1}{1+\beta^2}[\epsilon_d + \frac{2}{7}(4c_2 + 3c_4) - 4\sqrt{\frac{2}{7}}v_2\beta \\
& + (u_2 + \epsilon_s)\beta^2], \\
A_2^{\beta\gamma} = & u_2 + [2u_0 - 4v_0 + \frac{1}{35}(14c_0 + 40c_2 + 51c_4)]\beta^2 \\
& + 4\sqrt{\frac{2}{7}}v_2\beta^3 + \frac{1}{7}(4c_2 + 3c_4)\beta^4, \\
A_3^{\beta\gamma} = & u_2 + \frac{1}{7}(8c_2 + 13c_4) + 2\sqrt{\frac{2}{7}}v_2\beta + \frac{1}{7}(6c_2 + c_4)\beta^2. \quad (4.17)
\end{aligned}$$

$|\gamma\gamma, 4\rangle:$

$$E_N^{\gamma\gamma} = E_{N-2} + 2\epsilon_d + \frac{2(N-2)}{1+\beta^2}A_1^{\gamma\gamma}, \quad (4.18)$$

$$I_N^{\gamma\gamma} = \frac{6\beta^2(1+\beta^2)}{A_N^{\gamma\gamma}} + O(\omega^2), \quad (4.19)$$

其中

$$A_N^{\gamma\gamma} = A_{N-2}^{\gamma\gamma} - \frac{2}{N-2}(1+\beta^2)A_1^{\gamma\gamma},$$

$$A_1^{\gamma\gamma} = u_2 + c_4 + 4\sqrt{\frac{2}{7}}v_2\beta + \frac{2}{7}(4c_2 + 3c_4)\beta^2. \quad (4.20)$$

以上各式中  $\beta$  值由下述方程确定

$$(N-1)\sqrt{\frac{2}{7}}v_2\beta^3 + [(N-1)(2W - u_2 - 2v_0) + \epsilon_d - \epsilon_s]\beta^2 - 3(N-1)\sqrt{\frac{2}{7}}v_2\beta + [\epsilon_d - \epsilon_s + (N-1)(u_2 + 2v_0 - 2u_0)] = 0,$$

其中 
$$W = \frac{1}{5}c_0 + \frac{2}{7}c_2 + \frac{18}{35}c_4. \quad (4.21)$$

### 五、典型核 $^{168}\text{Er}_{100}$ 转动惯量及能谱的数值计算结果

本小节以典型核  $^{168}\text{Er}$  为例进行数值计算,并且与实验结果和 IBM 理论结果比较,目的在于分析上述理论方法和理论计算结果的正确性.

表 1 哈密顿量中各玻色子项的系数 (MeV)

$\epsilon_s$	$\epsilon_d$	$c_0$	$c_2$	$c_4$	$v_2$	$v_0$	$u_2$	$u_0$
-0.020	0.052	-0.5125	-0.030	0.040	0.011	-0.004	-0.008	0.00375

表 2  $^{168}\text{Er}_{100}$  各带的转动惯量 (MeV $^{-1}$ )

	$I^g$	$I^\gamma$	$I^\beta$	$I^{\beta\beta+\gamma\gamma}$	$I^{\beta\gamma}$	$I^{\gamma\gamma}$
th	42.72	43.89	42.56	45.32	43.79	45.18
exp	38.92	42.11	52.12	43.30	45.97	43.86

表 3  $^{168}\text{Er}_{100}$  各带的正宇称能谱 (MeV)

		$0^+(2^+)$	$2^+(3^+)$	$4^+(4^+)$	$6^+(5^+)$	$8^+(6^+)$	$10^+(7^+)$	$12^+(8^+)$
$g$	th	0	0.0702	0.2341	0.4915	0.8426	1.2873	1.8259
	exp	0	0.079	0.264	0.548	0.928	1.396	
$\gamma$	th	(0.8239)	(0.8922)	(0.9834)	(1.0973)	(1.2339)	(1.3934)	(1.5756)
	exp	(0.821)	(0.895)	(0.994)	(1.117)	(1.263)	(1.432)	(1.624)
$\beta$	th	1.2043	1.2748	1.4394	1.6977	1.9561		
	exp	1.217	1.276	1.411	1.616	1.890		
$\beta\beta+\gamma\gamma$	th	1.4187	1.4849	1.6393	1.8820			
	exp	1.422	1.493	1.656	1.902			
$\beta\gamma$	th	(1.9068)	(1.9753)	(2.0667)				
	exp	(1.930)	(1.994)	(2.080)				
$\gamma\gamma$	th			2.7135				
	exp			2.055				



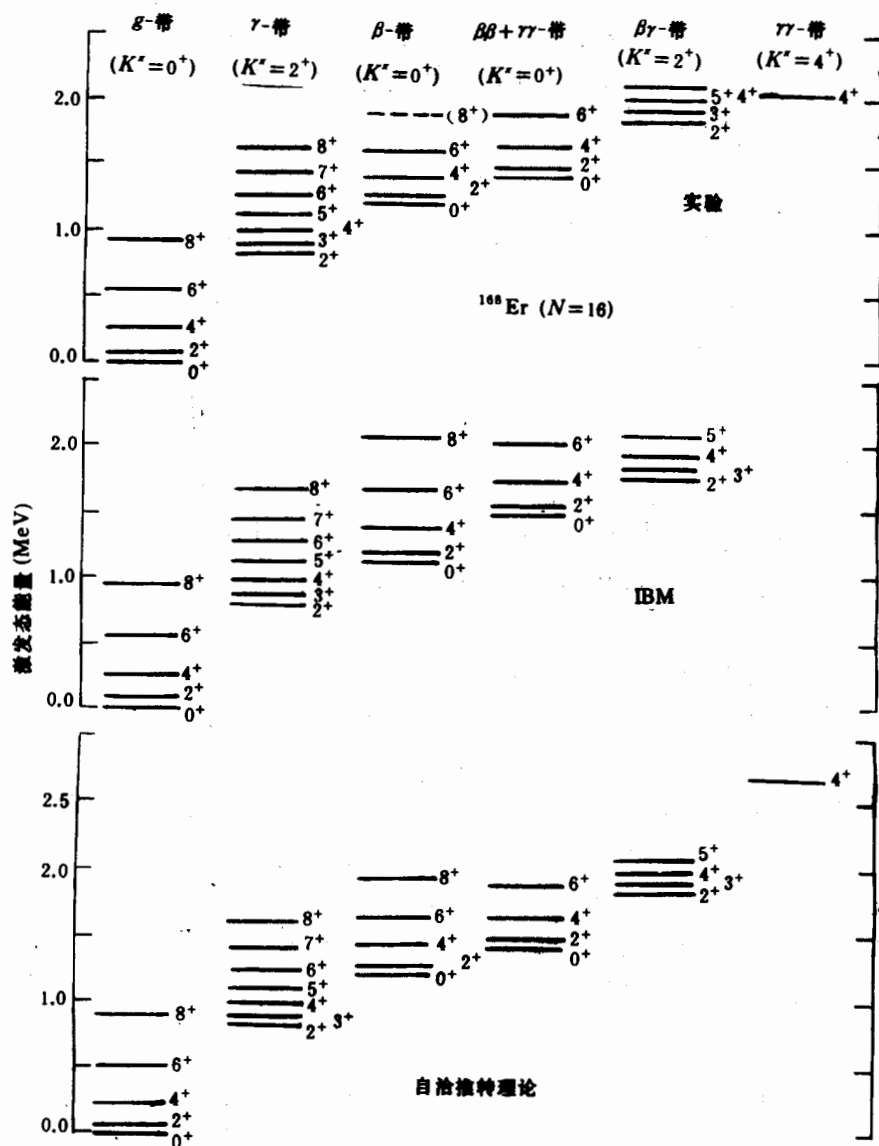


图2  $^{168}\text{Er}_{100}$  小于 2MeV 能谱与自治推转理论及 IBM 计算结果的比较

实验值取自文献[4], IBM 值取自文献[5]

计算中,可调参数  $\kappa$ 、 $\kappa'$  和  $\kappa''$  分别取 0.004—0.0105 和 0.015MeV<sup>4</sup>, 而  $\chi$  值简单取为  $\chi = -\frac{\sqrt{7}}{2}$  (与 SU(3) 极限对应). 表 1 给出了哈密顿量中各玻色子项的系数. 求解关于  $\beta$  的方程得出三个解是  $\beta_1 = 1.084332$ 、 $\beta_2 = -0.7127072$ 、 $\beta_3 = -5.993139$ , 但从与之对应的能量计算结果来看,  $\beta_1$  显得更合适. 为了便于比较, 将  $^{168}\text{Er}$  各带的转动惯量及正宇称能谱的理论值和实验值同时列于表 2、表 3. 这里需要说明的是, 能谱的实验数据取自文献[4], 转动惯量的实验数据是由能谱的实验数据通过公式  $\frac{1}{2I} = \frac{dE(J)}{dJ(J+1)}$  拟合而得(取平均值).

从表3和图2的结果可以看出,在小于2MeV的范围内 $^{168}\text{Er}$ 的正宇称能谱及转动惯量的理论值和实验值符合得较好.由此说明自洽推转方法可对变形核的多个转动带作理论分析,并且只要选取合适的哈密顿量和可调参数,各转动带的内禀激发能和各能态能量的计算可以很好地符合实验资料.

### 参 考 文 献

- [1] A. Arima, F. Iachello, *Phys. Rev. Lett.*, **35**(1975),1069; *Ann. Phys.*, **99**(1976),253; *Ann. Phys.*, **111**(1978),201.
- [2] H. Schaaser, D. M. Brink, *Nucl. Phys.*, **A452**(1986),1.
- [3] 吴崇试,曾谨言,高能物理与核物理,**9**(1985),77.
- [4] D. D. Warner, R. F. Casten, W. F. Davidson, *Phys. Rev.*, **C24**(1981),1713.
- [5] T. T. Skuo, S. S. M. Wong, A. Arima in *Topic in Nuclear Physics*, Springer-Verlag, Berlin(1981), V2,866.

## The Moment of Inertia and Energy Spectrum for IBM Intrinsic Ground-State Single Phonon and Double Phonon Excited-States

ZHU JIANYANG

(Department of Physics, Fuzhou Teacher's College, Jiang Xi, 344000)

### ABSTRACT

The IBM intrinsic ground-state, single phonon and double phonon excited-states are given, where the double phonon states are different linear combinations of single phonon states. The Hamiltonian is defined as both  $SU(3)$  limit and pairing interaction. Using cranking theory, the moment of inertia and energy spectrum for these states are calculated, and rational analytical expressions obtained. As an example, the rationality of these results is also discussed for  $^{168}\text{Er}$ .

Key words: Nuclear Structure; IBM Intrinsic State; Cranking Model; Moment of Inertia; Energy Spectrum.