

中子与 α 相互作用的两体等效可分离势*

裘志洪 陈炽庆 王炎森 陈建新 黄发泐

(复旦大学物理二系, 上海 200433)

摘 要

本文提供了一种 n 与 α 相互作用的等效两体可分离势, 并给出了 n - α 散射的 $S_{1/2}, P_{1/2}, P_{3/2}$ 分波相移对入射中子动能的解析表达式. 用它计算各种动能的中子微分截面和极化都比较方便, 计算结果与 20MeV 以下的中子散射实验数据作了比较, 它们符合得很好.

一、引 言

即使核子与核子相互作用是定域的, 由于费米子系统波函数的反对称化, n 与 α 的相互作用也不是用定域势可以概括的. n 与 α 之间相互作用是短程的, 在低能情况下, 用非定域-秩可分离势来描写 $n+\alpha$ 的相互作用是合理的. 由于可分离势的 Lippmann-Schwinger 方程有解析解, 在求解三体 Faddeev 方程时, 最先采用的是两体可分势. 因此, 研制集团间的两体等效可分离势有两方面的意义, 一是为三集团问题的计算提供方便; 另外制作中子与轻核的相互作用可分离势, 也有助于填补散射实验数据的空白. 本文讨论了 n 与 α 的两体等效可分离势的制作. 计算表明, 用我们制作的可分离势所得到的相移计算出的全截面, 微分截面和中子极化与实验数据符合得相当好.

二、 n - α 可分离势与散射相移

从 n 与 α 的极化实验看, 它们的相互作用必须包括自旋-轨道耦合势, 在这种情况下, l, s, J, M 是好量子数, 又由于宇称守恒, $l=j+1/2$ 与 $l=j-1/2$ 之间跃迁是不允许的. n - α 可分离势 V 的一般形式, 在动量 p , 自旋 σ 的空间中可写为

$$\begin{aligned} V(p\sigma, p'\sigma') &= \langle p\sigma | V | p'\sigma' \rangle \\ &= \sum_{JM} \lambda_{JM} g_{JM}(p\sigma) g_{JM}^{\dagger}(p'\sigma'), \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $g_{JM}(p\sigma) = g_{JM}(p) \mathcal{B}_{JM}^M(\hat{p}\sigma),$ (2)

$$\mathcal{B}_{JM}^M(\hat{p}\sigma) = (-i)^l \sum_{m\nu} \langle l \frac{1}{2} m\nu | JM \rangle Y_{lm}(\hat{p}) \chi_{\frac{1}{2}\nu}(\sigma). \quad (3)$$

* 中国核数据中心资助.

本文 1992 年 3 月 4 日收到.

于是 Lippmann-Schwinger 方程

$$T^+(E) = V + V \frac{1}{E - H_0 + i\epsilon} T^+(E) \quad (4)$$

可写成:

$$\begin{aligned} \langle p\sigma | T^+(E) | p'\sigma' \rangle &= \langle p\sigma | V | p'\sigma' \rangle + \int_{\sigma'} \langle p\sigma | V | q\sigma' \rangle \frac{dq}{E - \frac{\hbar^2}{2\mu}q^2 + i\epsilon} \\ &\times \langle q\sigma' | T(E) | p'\sigma' \rangle = \sum_{JM} \lambda_{JM} g_{JM}(p\sigma) g_{JM}^+(p'\sigma') \\ &+ \sum_{JM} \lambda_{JM} g_{JM}(p\sigma) \int g_{JM}^+(q\sigma'') \frac{dq}{E - \frac{\hbar^2}{2\mu}q^2 + i\epsilon} \langle q\sigma'' | T(E) | p'\sigma' \rangle, \end{aligned} \quad (5)$$

上式之解为

$$\langle p\sigma | T^+(E) | p'\sigma' \rangle = \sum_{JM} \frac{\lambda_{JM} g_{JM}(p\sigma) g_{JM}^+(p'\sigma')}{1 - \lambda_{JM} \int_{\sigma'} \frac{g_{JM}^+(q\sigma'') g_{JM}(q\sigma'')}{E - \frac{\hbar^2}{2\mu}q^2 + i\epsilon}} \quad (6)$$

设动态与末态的波函数分别为 $\Phi_{k, \frac{1}{2}\nu}$ 与 $\Phi_{k, \frac{1}{2}\nu}$, 在壳跃迁矩阵元为

$$\langle \Phi_{k, \frac{1}{2}\nu} | T^+(E) | \Phi_{k, \frac{1}{2}\nu} \rangle = \langle \Phi_{k, \frac{1}{2}\nu} | p\sigma \rangle \langle p\sigma | T^+(E) | p'\sigma' \rangle \langle p'\sigma' | \Phi_{k, \frac{1}{2}\nu} \rangle, \quad (7)$$

其中 $\langle p', \sigma' | \Phi_{k, \frac{1}{2}\nu} \rangle = \delta(k - p') \chi_{\frac{1}{2}}(\sigma')$. 将(2)、(3)、(6)代入(7)式, 并利用关系式

$\int_{\sigma'} \mathcal{Y}_{JM}^{M+}(q\sigma') Y_{JM}^M(q\sigma') d\hat{q} = \delta_{MM}$ 以及相移与 T 矩阵的关系^[1], 可得下式:

$$\frac{1}{k} e^{i\delta_{JM}} \sin\delta_{JM} = \frac{-\frac{\pi\mu}{\hbar^2} \lambda_{JM} g_{JM}^*(k) g_{JM}^*(k)}{\left[1 - \frac{2\mu}{\hbar^2} \lambda_{JM} \int \frac{g_{JM}^*(q) g_{JM}(q)}{k^2 - q^2 + i\epsilon} q^2 dq \right]}, \quad (8)$$

令 $\lambda^{(J)} = -\frac{1}{4\pi} \frac{2\mu}{\hbar^2} \lambda_{JM},$ (9)

则有 $\frac{1}{k} e^{i\delta_{JM}} \sin\delta_{JM} = \frac{2\pi^2 \lambda^{(J)} g_{JM}^*(k) q_{JM}(k)}{\left[1 + \lambda^{(J)} \int \frac{g_{JM}^*(q) g_{JM}(q) dq}{k^2 - q^2 + i\epsilon} \right]},$ (10)

上式中的 $g_{JM}(p)$ 如何确定呢? 参照 Y. Yamaguchi^[2] 的 S 波可分离势的形式, 假设

$$g_{JM}(p) = \frac{p^J}{(p^2 + \beta_{JM}^2)^{J+1}}, \quad (11)$$

因此, 在(10)式中含有参量 β_{JM} 和 $\lambda^{(J)}$. 利用留数定理可计算(10)式分母中的积分. 于是得到下面用参量 β_{JM} 和 $\lambda^{(J)}$ 表述的 S 波和 P 波的相移关系式

$$\begin{aligned} \frac{1}{k} e^{i\delta_{0\frac{1}{2}}} \sin\delta_{0\frac{1}{2}} &= \frac{1}{-ik + k \cot\delta_{0\frac{1}{2}}} \\ &= 1 / \left[-ik - \beta_{0\frac{1}{2}} + \frac{\beta_{0\frac{1}{2}}^2 + k^2}{2\beta_{0\frac{1}{2}}} + \frac{(\beta_{0\frac{1}{2}}^2 + k^2)^2}{2\pi^2 \lambda^{(0\frac{1}{2})}} \right], \quad (12) \\ \frac{1}{k} e^{i\delta_{1J}} \sin\delta_{1J} &= \frac{1}{-ik + k \cot\delta_{1J}} \\ &= 1 / \left\{ -ik + \frac{1}{k^2} \left[-\frac{3\beta_{1J}(K^2 + \beta_{1J})}{2} + \frac{3(k^2 + \beta_{1J}^2)^2}{8\beta_{1J}} + \frac{(k^2 + \beta_{1J}^2)^3}{16\beta_{1J}^3} \right] \right\} \end{aligned}$$

$$+ \left. \frac{(k^2 + \beta_{IJ}^2)^4}{2\pi^2 \lambda^{(IJ)}} + \beta_{IJ}^3 \right\}, \quad (13)$$

于是得到:

$$S \text{ 波: } k \cot \delta_{0\frac{1}{2}} = -\beta_{0\frac{1}{2}} + \frac{\beta_{0\frac{1}{2}}^2 + k^2}{2\beta_{0\frac{1}{2}}} + \frac{(\beta_{0\frac{1}{2}}^2 + k^2)^2}{2\pi^2 \lambda^{(0\frac{1}{2})}}, \quad (14)$$

$$P \text{ 波: } k^3 \cot \delta_{IJ} = -\frac{3\beta_{IJ}(k^2 + \beta_{IJ}^2)}{2} + \frac{3(k^2 + \beta_{IJ}^2)^2}{8\beta_{IJ}} + \frac{(k^2 + \beta_{IJ}^2)^3}{16\beta_{IJ}^3} + \frac{(k^2 + \beta_{IJ}^2)^4}{2\pi^2 \lambda^{(IJ)}} + \beta_{IJ}^3. \quad (15)$$

由上式可算出不同入射能量的中子相移,从而得出 n- α 散射的全截面,微分截面和极化,计算公式可参见文献[3].利用(14),(15)式及这些截面和极化的计算公式就可以和实验数据进行调参来确定出参量 $\lambda^{(IJ)}$ 和 β_{IJ} 的数值.

三、计算结果和讨论

利用核数据中心所给出的全截面和微分截面数据^[4]以及中子极化数据^[5],通过单纯形方法^[6]的自动调参计算,获得了 S 波和 P 波的参量 $\lambda^{(IJ)}$ 和 β_{IJ} (见表 1). 利用这些参量所得的 S 波和 P 波 ($P_{1/2}$ 和 $P_{3/2}$) 相移在图 1 中给出. 图中还与用其他方法计算的相移作了比较. 表 2 给出了全截面的计算值与实验值. 在图 2—4 中,给出了用这些相移所计算的全截面,微分截面及极化与实验数据的比较.

表 1 等效可分势参量 $\lambda^{(IJ)}$ 和 β_{IJ}

可分势参量	S 波	$P_{1/2}$ 波	$P_{3/2}$ 波
λ^{IJ}	0.6442	1.3584	6.5467
β_{IJ}	1.4330	1.2139	1.5402

β_{IJ} 单位: f_m^{-1} ; $\lambda^{(IJ)}$ 单位: f_m^{-3} ; $\lambda^{(IJ)}$ 单位: f_m^{-5}

表 2 全截面的计算值与实验值之比较

中子能量 (MeV)	σ_t 计算值 (mb)	σ_t 实验值 (mb)	$\pm \Delta\sigma_{\text{exp}}$ (mb)	中子能量 (MeV)	σ_t 计算值 (mb)	σ_t 实验值 (mb)	$\pm \Delta\sigma_{\text{exp}}$ (mb)
0.1	850	784	40	6.0	1961	1990	40
0.545	1593	1600	80	7.013	1791	1818	36
1.0	6704	6950	140	8.0	1645	1670	33
1.1	7481	7520	150	10.0	1403	1420	28
1.15	7614	7580	152	12.0	1213	1230	25
1.20	7514	7480	150	14.0	1060	1070	21
2.0	3908	3860	77	16.4	913	906	18
3.0	2755	2750	55	17.6	850	844	17
4.0	2383	2400	48	20.0	741	740	15
5.0	2152	2180	44				

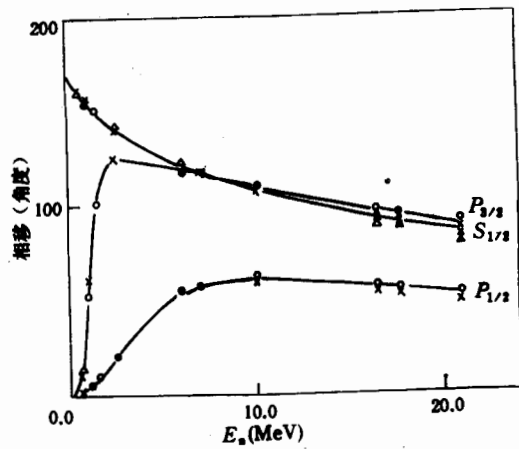


图1 $S_{1/2}$, $P_{1/2}$ 和 $P_{3/2}$ 的相移
 ×光学模型, Δ . R 矩阵, —本文计算

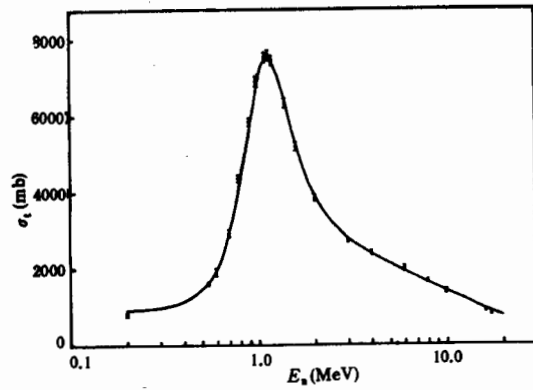


图2 全截面 σ_t
 ×实验值, —本文计算

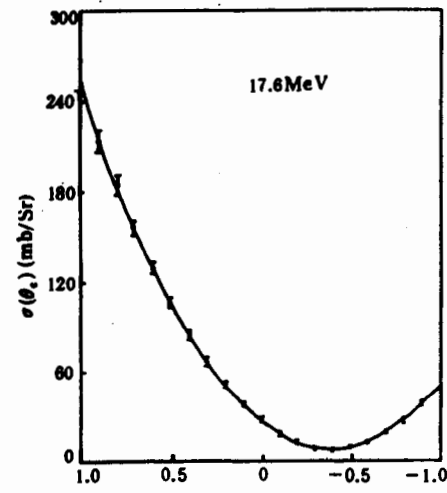
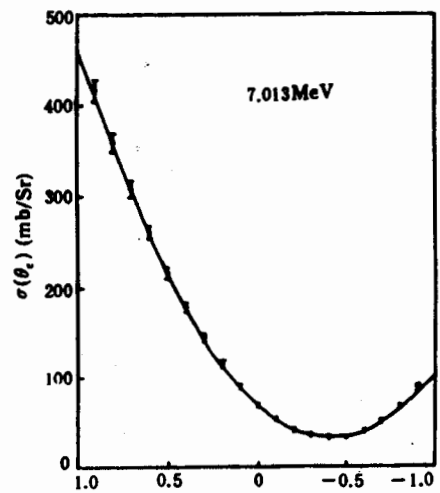
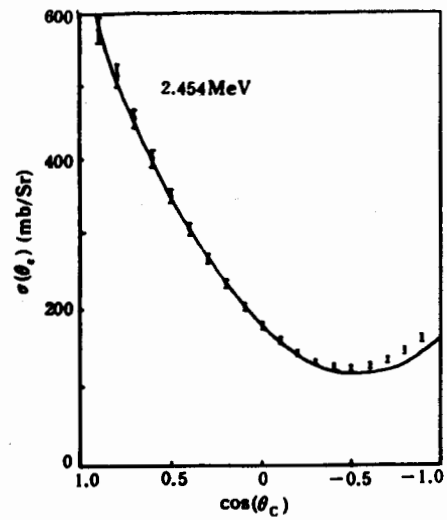
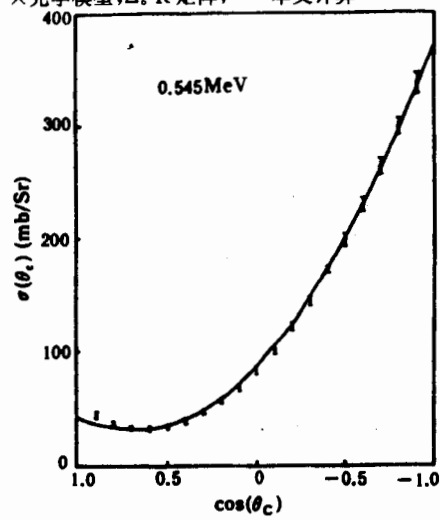
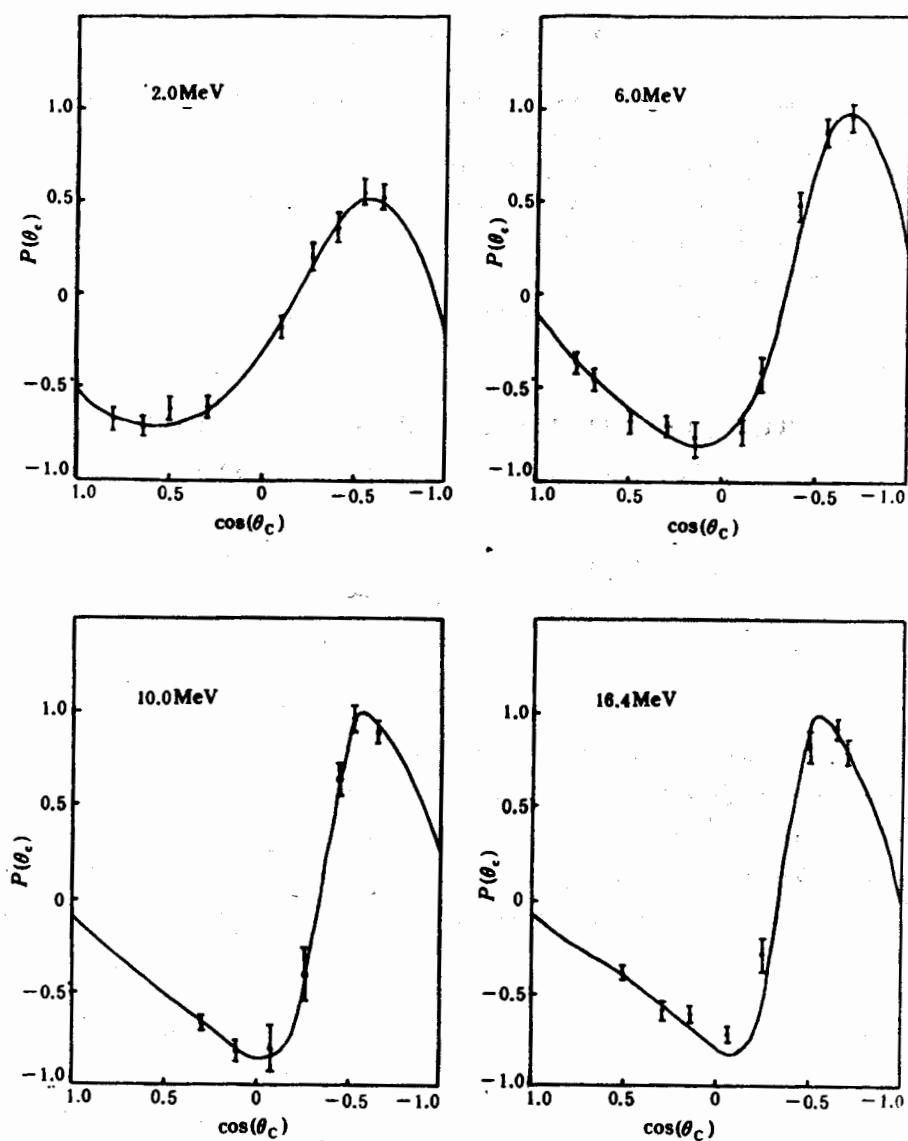


图3 微分截面 $\sigma(\theta_c)$
 ×实验值, —本文计算

图4 中子极化 $P(\theta_c)$

■ 实验值, — 本文计算

由图1可见,我们的相移与光学模型^[5]和 R 矩阵^[7]所得的相移值很一致.由图2—4可见截面和极化值的计算结果与实验数据符合得相当好.全截面在 $E_n = 1.15\text{MeV}$ 处有一峰值,它的主要贡献来自 $P_{3/2}$ 波.值得指出的是我们仅用了一秩可分离势,每个分波仅含两个参量,比有效力程近似的参量少,且计算结果在 $0-20\text{MeV}$ 区间中都能和实验数据很好符合(表2中给出了一些能量点下全截面值的理论计算与实验的比较).这说明中子与轻核相互作用可分离势的制作.也有助于对轻核散射数据进行理论编评,以填补散射实验数据的空白.

参 考 文 献

- [1] [Quantum collision theory], P. 146, Charles. J. Joachain 1975, North-Holland Publishing Company. Amsterdam.
- [2] Y. Yamaguchi, *Phys. Rev.*, **95**(1954), 1628.
- [3] 裘志洪, 陈炽庆, 王炎森, 陈建新, 高能物理与核物理, **12**(1988), 386.
- [4] 二机部核数据中心编, 《评价中子数据汇编》下册, 45页, 原子能出版社.
- [5] G. R. Satchler, L. W. Owen, *Nucl. Phys.*, **A112**(1968), 1.
- [6] 席可霖等, 最优化计算方法, 上海科技出版社, 1983, 63.
- [7] T. Stambach, R. L. Walter, *Nucl. Phys.*, **A180**(1972), 225.

THE EFFECTIVE SEPARABLE POTENTIALS BETWEEN n AND α INTERACTIONS

QIU ZHIHONG CHEN CHIQING WANG YANSEN

CHEN JIANXIN HUANG FAYANG

(Fudan University, Shanghai 200433)

ABSTRACT

In this paper some effective non-local separable potentials for the interactions between neutron and α are suggested and examined in n - α scattering problem. With those potentials the analytic expressions of the $S_{1/2}, P_{1/2}, P_{3/2}$ wave phase shifts are obtained. It makes easy to calculate the differential cross sections and polarizations of the scattered neutrons in arbitrary incident energy. Our results are in good agreement with the experiments at neutron energies below 20 MeV.