

# 色屏蔽效应与核子-核子相互作用\*

沈肖雁 沈彭年 余友文 张宗焯

(中国科学院高能物理研究所, 北京 100039)

## 摘 要

利用包含色屏蔽效应的色禁闭位, 我们研究了核子-核子相互作用. 结果表明, 在用含有色屏蔽效应的禁闭位代替线性或谐振子禁闭位后, 不仅解决了色 Van der Waals 力的长尾巴问题, 而且色 Van der Waals 力提供了一部分核子-核子相互作用的中程吸引.

## 一、引 言

夸克势模型对解释核子-核子相互作用的短程排斥取得了很大成功<sup>[1]</sup>. 在考虑了单胶子交换势的集团间的夸克交换效应之后, 得到了核子-核子相互作用的排斥芯. 这表明, 核子-核子相互作用的短程部分可以解释为夸克交换和单胶子交换. 然而, 为了符合实验核子-核子散射相移, 必须唯象引入  $\sigma$  介子交换, 从而得到核子-核子相互作用中的中、长程吸引. 因此, 怎样从夸克层次来理解介子交换, 特别是中程  $\sigma$  介子交换是一个重要的问题. 另一方面, 当考虑了隐色道的耦合时, 无论是线性还是谐振子禁闭位, 都会产生物理上不合理的长程色 Van der Waals 力<sup>[2]</sup>, 这个问题一直被人们认为是夸克势模型的严重缺陷.

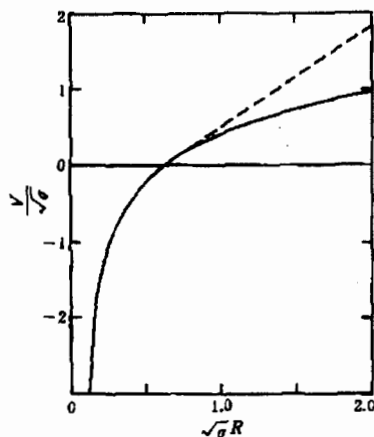


图 1 E. Laermann 等人用格点规范理论计算出图 1 的夸克-反夸克相互作用

近年来, 格点规范理论对夸克间禁闭位的研究, 使我们对禁闭位又有了新的了解. 考虑到价夸克与海夸克之间存在相互作用, 而且这种作用随价夸克间距的加大而产生更加明显的影响. 因此夸克海所提供的这种色屏蔽作用会削弱价夸克间的禁闭作用. E. Laermann<sup>[3]</sup>等人在格点规范计算中考虑了虚费米子圈图的贡献后得到的禁闭位在夸克间距较大的地方比原来的线性禁闭位明显要低, 如图 1 所示. 图中的实线是包括了虚费米子圈图之后的位势, 虚线是原来的线性的位势. 根据这个结果, 可以唯象地选取含有色屏蔽效应的禁闭位

在格点规范计算中考虑了虚费米子圈图的贡献后得到的禁闭位在夸克间距较大的地方比原来的线性禁闭位明显要低, 如图 1 所示. 图中的实线是包括了虚费米子圈图之后的位势, 虚线是原来的线性的位势. 根据这个结果, 可以唯象地选取含有色屏蔽效应的禁闭位

\* 国家自然科学基金和中国科学院 LWTZ-1298 经费的资助.

如误差函数禁闭位或指数禁闭位,来研究在夸克势模型中的色屏蔽效应.杨桦<sup>[4]</sup>、董宇兵<sup>[5]</sup>等人在此框架下计算了重子谱,讨论了色屏蔽效应对重子谱的影响,着重分析了 $(56(\frac{1}{2}\frac{1}{2})^{\oplus}N=1,1^-)$ 和 $(70(\frac{1}{2}\frac{1}{2})^{\oplus}N=2,0^+)$ 这两条能级的间隔,指出色屏蔽效应可以减小这两条能级的间距,从而可以得到与实验符合较好的重子谱.

本文利用含有色屏蔽效应的误差函数禁闭位 $V_{ij}^{conf} = -a_c(\lambda_i \cdot \lambda_j) \text{erf}(\mu r_{ij})$ ,并采用文献<sup>[5]</sup>中由稳定性条件及符合重子谱实验得到的一套参数(如表1),研究了核子-核子相互作用中的色 Van der Waals 力问题,并计算了核子-核子散射,讨论了色屏蔽效应对色 Van der Waals 力及核子-核子散射的影响,并与用线性禁闭位做出的结果进行了比较.当考虑了色屏蔽效应之后,如将色禁闭位取为误差函数位或指数函数位,很容易看到,不合理的色 Van der Waals 力的长尾巴不再存在.这样,在计算核子-核子相互作用时把隐色道包括进来就不再有任何危险,反而可以提供一部分中程吸引.这是解释核力中程吸引力的一个重要机制.在第二节中,简要给出了计算的理论框架;第三节是计算结果与讨论.

表1 参数

	$m_q$ (MeV)	$b$ (fm)	$\alpha_s$	$a_c$ (MeV)	$\mu^{-1}$ (fm)
erf 禁闭位	300	0.5	0.807	572.6	0.625
lin 禁闭位	300	0.5	0.807	254.8	0.670

## 二、理论框架

非相对论夸克势模型的系统哈密顿量为:

$$H = \sum_i \frac{p_i^2}{2m_q} - T_G + \sum_{i < j} V_{ij}. \quad (1)$$

其中, $T_G$ 为系统的质心运动动能, $V_{ij}$ 为单胶子交换势 $V_{ij}^{OGE}$ 和禁闭势 $V_{ij}^{conf}$ 之和,是夸克 $i$ 和夸克 $j$ 之间的相互作用.

$$V_{ij}^{OGE} = \frac{\alpha_s}{4} (\lambda_i \cdot \lambda_j) \left[ \frac{1}{r_{ij}} - \frac{\pi}{m_q^2} \delta(r_{ij}) (1 + \frac{2}{3} \sigma_i \cdot \sigma_j) \right]. \quad (2)$$

$\alpha_s$ 为单胶子交换耦合常数, $\lambda_i, \lambda_j$ 为色 $SU(3)$ 生成算符, $m_q$ 为夸克质量, $\sigma_i, \sigma_j$ 分别为夸克 $i, j$ 的自旋算符.

在这里,我们考虑两种禁闭势,一种是误差函数禁闭势.

$$V_{ij}^{conf}(1) = -a_c (\lambda_i \cdot \lambda_j) \text{erf}(\mu r_{ij}). \quad (3a)$$

这种禁闭势包括了色屏蔽效应,其特点是,当 $r_{ij}$ 较小时,它像一个线性函数,而当 $r_{ij}$ 加大之后,它趋向一个常数.为了比较,我们还取了不包括色屏蔽效应的线性禁闭势,即:

$$V_{ij}^{conf}(2) = -a_c (\lambda_i \cdot \lambda_j) r_{ij}. \quad (3b)$$

①  $56(\frac{1}{2}\frac{1}{2})$ 和 $70(\frac{1}{2}\frac{1}{2})$ 分别代表自旋-味道空间对称性表示的维数是56和70, $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ 为自旋,同位旋.

原则上应该求解一个多道耦合的方程来研究核子-核子散射过程. 这时, 主道是 NN 道, 每个核子可以看作是由三个夸克组成的集团, 其它的道可以是各种核子激发态及各种隐色态的激发. 在已往的工作中, 由于线性禁闭势带来了色 Van der Waals 力的长尾巴问题, 人们只好在计算中不考虑产生长程色 Van der Waals 力的那些隐色态的贡献. 然而, 这种隐色道与 NN 道间矩阵元的直接项不为零, 因而对它们之间的耦合不予考虑是不合理的. 如果考虑了色屏蔽效应, 色 Van der Waals 力的长程尾巴不再存在, 那么就可把这部份效应包括进来. 如果略去隐色道之间的相互作用, 由于隐色道的耦合而产生的 N-N 间的等效位势可以写为:

$$V_{\text{cndw}}(R) = \sum_l \frac{\langle \text{NN} | \epsilon V_{ij} | (\text{cc})_l \rangle^2}{E_{\text{NN}} - E_{(\text{cc})_l}} \quad (4)$$

这就是人们通常所说的色 Van der Waals 力. 在这里 c 表示隐色态 $[21]^c[21]^{\text{orb}}[3]^{\text{of}}$ (c, orb, o, f 分别为三夸克系统颜色、轨道、自旋和味的标记, 方括号为对称性标记), R 为两核子质心间距,  $E_{\text{NN}}$  和  $E_{\text{cc}}$  分别为 NN 道和 cc 道的能量,  $V_{ij} = V_{ij}^{\text{OGE}} + V_{ij}^{\text{conf}}$ , i 和 j 分别属于两个不同的集团. 很明显, 这个道与 NN 道之间矩阵元的直接项不为零, 因此, 有可能这个道的耦合是重要的. 态 |c> 波函数可写为:

$$|c\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi_{\lambda\mu(\in \Lambda\nu)}^{MS} \psi_{1m\rho} - \chi_{\lambda\mu(\in \Lambda\nu)}^{MA} \psi_{1m\lambda}) \cdot [3]^{\text{of}} \quad (5)$$

其中  $\chi_{\lambda\mu(\in \Lambda\nu)}^{MX}$  为颜色部分波函数,  $\lambda\mu(\in \Lambda\nu)$  为色 SU(3) 的表示, MX 表示混合对称 MS 或混合反对称 MA,  $\psi_{1m\rho}$  和  $\psi_{1m\lambda}$  分别是混合反对称和混合对称的空间部分波函数, 可表示为:

$$\begin{cases} \psi_{1m\rho} = \frac{1}{\pi b^4} \sqrt{\frac{8}{3}} \exp\left[-\frac{1}{2b^2}(\rho^2 + \lambda^2)\right] \rho Y_{1m}(\hat{\rho}), \\ \psi_{1m\lambda} = \frac{1}{\pi b^4} \sqrt{\frac{8}{3}} \exp\left[-\frac{1}{2b^2}(\rho^2 + \lambda^2)\right] \lambda Y_{1m}(\hat{\lambda}). \end{cases} \quad (6)$$

其中

$$\begin{cases} \rho = \frac{1}{\sqrt{2}}(r_1 - r_2), \\ \lambda = \frac{1}{\sqrt{6}}(r_1 + r_2 - 2r_3). \end{cases} \quad (7)$$

b 为宽度参数,  $r_1, r_2$  和  $r_3$  为三个夸克的坐标.

核子的波函数可写成:

$$|N\rangle = \chi^{[111]} \psi_0^{\text{orb}} \cdot [3]^{\text{of}} \quad (8)$$

$$\psi_0^{\text{orb}} = \left(\frac{1}{\pi b^2}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{1}{2b^2}(\rho^2 + \lambda^2)\right]. \quad (9)$$

(4)式中的  $(\text{cc})_l$  代表两个隐色态集团耦合成的隐色道, l 表示该隐色道的量子数. 在此, 我们考虑了内部运动角动量为 0 及 2 的两种情况.

利用所得到的波函数, 便可算得矩阵元  $\langle \text{NN} | \sum V_{ij} | (\text{cc})_l \rangle$ . 可以认为, cc 态相对于 NN 态有  $2\hbar\omega$  的平均激发, 作为一个粗略的近似, 我们可以取  $E_{\text{cc}} - E_{\text{NN}} = 2\hbar\omega$  来计算色 Van der Waals 力.

在本文中,我们先求解了单道核子-核子散射,比较了线性禁闭位与误差函数禁闭位的结果,以分析色屏蔽效应对单道核子-核子散射的影响,然后加入色 Van der Waals 力,以讨论激发到隐色道所产生的效应.

### 三、计算结果与讨论

首先,我们利用(4)式估算了两核子间距  $R$  较大时的色 Van der Waals 力.当  $R$  较大时,内部坐标相对于  $R$  很小,这时可将  $V_{ij}=(\lambda_i \cdot \lambda_j)V(r_{ij})$  中的  $V(r_{ij})$  在  $R$  处作泰勒展开,并只取到二级项.

$$V(r_{ij}) \approx V(R) + t_{ij} \cdot \hat{R} \frac{dV}{dR} + \frac{1}{2} \left[ t_{ij}^2 \frac{1}{R} \frac{dV}{dR} + (t_{ij} \cdot \hat{R})^2 R \frac{d}{dR} \left( \frac{1}{R} \frac{dV}{dR} \right) \right]. \quad (10)$$

其中,  $t_{ij} = t_i - t_j$ ,  $t_i = r_i - r_A$ ,  $t_j = r_j - r_B$ .

$$R = r_A - r_B$$

由于展开式中的前两项对矩阵元  $\langle NN | V(r_{ij}) | cc \rangle$  的贡献为 0, 所以有:

$$\langle NN | V(r_{ij}) | CC \rangle \approx - \langle NN | t_i \cdot t_j \frac{1}{R} \frac{dV}{dR} + (t_i \cdot \hat{R})(t_j \cdot \hat{R}) R \frac{d}{dR} \left( \frac{1}{R} \frac{dV}{dR} \right) | cc \rangle \quad (11)$$

由上式,我们可以分别估算出库仑位、线性位以及误差函数位在  $R$  较大处的色 Van der Waals 力随  $R$  的变化关系.

$$V_{cvdw}^{coul} \propto -\frac{1}{R^6} \quad (12a)$$

$$V_{cvdw}^{lin} \propto -\frac{1}{R^3} \quad (12b)$$

$$V_{cvdw}^{erf} \propto -R^2 \exp(-2\mu^2 R^2). \quad (12c)$$

从式(12)可以看出,误差函数位的色 Van der Waals 力的力程很短,随着  $R$  的增大呈高斯衰减;而线性位的力程却很长.具体的数值计算表明,当两核子相距约 1km 时,由线性禁闭位产生的色 Van der Waals 力比两核子间的引力还要大,这显然是不合理的.而由误差函数禁闭位产生的色 Van der Waals 力在两核子相距 4fm 时便衰减到几乎为 0. 因此,采用含有色屏蔽效应的误差函数禁闭位,解决了色 Van der Waals 力的长尾巴问题.这样,在计算核子-核子相互作用时,就不必担心色 Van der Waals 力的不合理问题,并且它将作为一个很重要的机制提供核力的中程吸引.

在严格计算了  $\langle NN | \sum V_{ij} | cc \rangle$  矩阵元,并取  $E_{cc} - E_{NN} = 2\hbar\omega$  后,便可算得色 Van der Waals 力随核子间距  $R$  变化的关系,如图 2 所示.图中的实线和虚线分别是用含有色屏蔽效应的误差函数禁闭位和线性禁闭位计算得到的色 Van der Waals 力,点划线是  $\frac{g_\sigma^2}{4\pi} = 3.2$  时的唯象  $\sigma$  介子交换势<sup>[6]</sup>. 由图可见,在  $R=0.5\text{fm}-1.0\text{fm}$  的区间内,用误差函数禁闭位算得的色 Van der Waals 力可以提供几十 MeV 的吸引力.在定性行为上,它与  $\sigma$  介子交换势相似,然而强度仍不够大.

由于用含有色屏蔽效应算得的色 Van der Waals 力的长尾巴不再出现,我们进一步将这个色 Van der Waals 力加入核子-核子相互作用,计算了核子-核子散射的相移.图 3(a)和图 3(b)分别为自旋单态和自旋三态的核子-核子散射  $S$  波相移.在我们的计算中除

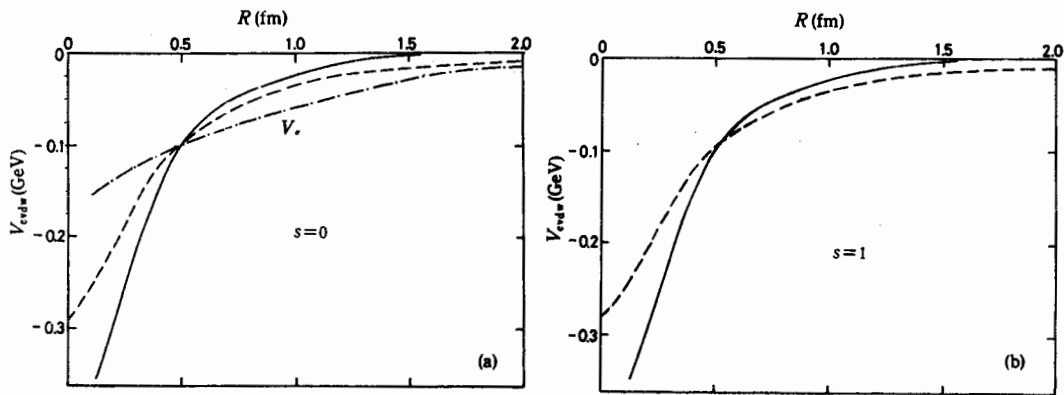


图2 色 Van der Waals 势

(a) 自旋单态, (b) 自旋三态

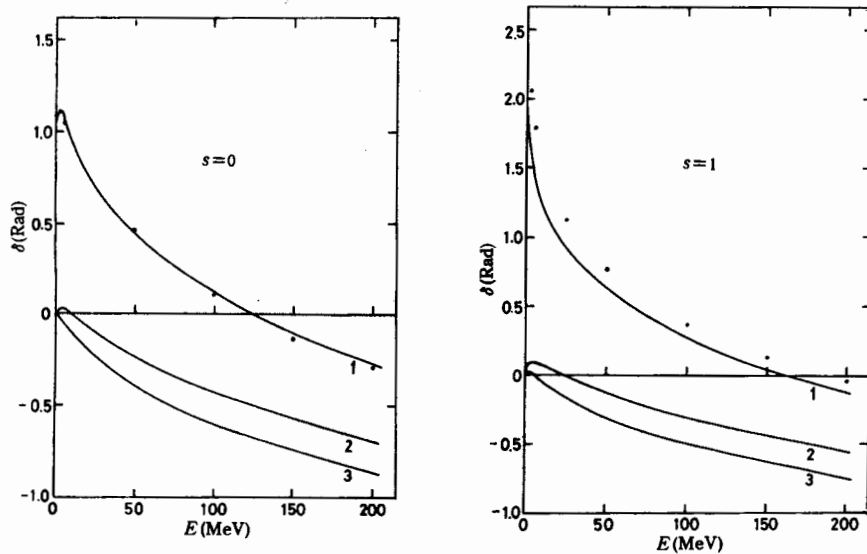


图3 核子-核子散射相移

(a) 自旋单态, (b) 自旋三态

了考虑夸克之间的单胶子交换和禁闭位势之外,还在核子-核子之间考虑了 $\pi$ 介子交换。 $\pi$ 介子交换的耦合常数取为 $\frac{g_{NN\pi}^2}{4\pi} = 14.5$ 。截断因子 $\Lambda = 828.8\text{MeV}$ , $\pi$ 介子质量 $m_\pi = 138\text{MeV}$ 。图中的曲线2与3分别是用误差函数位加与不加色 Van der Waals 力得到的核子-核子S波散射相移。用线性禁闭位计算的结果与曲线2十分相近。从图3可以看出,考虑了色 Van der Waals 力以后,可以得到N-N相互作用的一部分中程吸引,但仍然不足以解释实验。为此,我们进一步考虑加入唯象的 $\sigma$ 介子交换<sup>[6]</sup>。曲线1是用误差函数禁闭位,加入色 Van der Waals 力,且取 $g_\sigma^2/4\pi = 2.73$ 时的相移曲线。为了比较,我们还计算了不加色 Van der Waals 力,采用误差函数禁闭位时的相移,当加入 $g_\sigma^2/4\pi = 3.52$ 的 $\sigma$ 介子交换势后,可以得到与实验符合较好的相移。从所加的 $\sigma$ 介子耦合常数的大小差别可以看出,色 Van der Waals 力所提供的中程吸引可以把 $\sigma$ 介子的耦合常数减少约23%。这表明

色 Van der Waals 力的确是提供中程吸引的重要机制.

当然,目前我们的计算还是初步的.进一步的还应严格计算  $E_{cc}$  和  $E_{NN}$ ; 应该考虑  $\langle cc | H | cc \rangle$  和  $\langle NN | H | cc \rangle$  中的交换项,并求解多道方程,以使得结果更为定量. 尽管如此,从这个初步的计算中,我们可以看到,色屏蔽效应是十分重要的,它包括了夸克海的影响,从而使禁闭位更为符合物理的实际,以使得不合理的色 Van der Waals 力的长尾巴不再出现. 这样就可以得到一个合理的色 Van der Waals 力,而这正是核力中程吸引的一个重要机制.

### 参 考 文 献

- [1] M. Oka and K. Yazaki, *Prog. Theor. Phys.*, **66**(1981), 556, 572;  
A. Faessler et al., *Nucl. Phys.*, **A402**(1983), 555.
- [2] S. Matsuyama et al., *Prog. Theor. Phys.*, **61**(1979), 942.
- [3] E. Laermann et al., *Phys. Lett.*, **B173**(1986), 437.
- [4] 杨桦等, *高能物理与核物理*, **16**(1992), 241.
- [5] 董宇兵等, *高能物理与核物理*, **17**(1993), 652.
- [6] Z. Y. Zhang et al., *Nucl. Phys.*, **A443**(1985), 557

## Color Screening Effect and N-N Scattering

SHEN XIAOYAN SHEN PENGNIAN YU YOUWEN ZHANG ZONGYE

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing 100039*)

### ABSTRACT

The N-N interaction is studied in terms of the color confinement potential which has the color screening effect. It is shown that by substituting this confinement potential for that of the linear or quadratic type, the problem of the long-tailed color Van de Waals force is solved, and a part of the medium-range attractive force of the N-N interaction obtained.