第17卷第10期
1993年10月

高能物理与核物理
HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS

Vol. 17, No. 10
Oct., 1993

矩分析法与 $\xi(2220)$*

郁 宏　沈齐兴
（中国科学院高能物理研究所，北京 100039）

摘 要

为减少几何接收度的影响，提高精度，我们引进矩的赝标介子角分布 $H_J(jm,\theta)$. 对于辨别 $\xi(2220)$的自旋为 2 还是 4，要比通常的投影赝标介子角分布 $W_J(\theta)$灵敏. 我们还给出了矩分析所需的矩，以及直接用矩的关系式表示的螺旋度振幅之比 x_J 和 y_J.

$\xi(2220)$作为一个新的窄玻色共振态，从 1983 年 Mark Ⅲ 实验组在反应

$$e^+ + e^- \to J/\psi \to \gamma + \xi, \xi \to K^+ K^- \tag{1}$$

中发现至今已近十年了[1]. Mark Ⅲ 还在过程

$$e^+ + e^- \to J/\psi \to \gamma + \xi, \xi \to K_S^0 K_S^0 \tag{2}$$

中观测到了这个新强子态[2]. 但由于总共只有 100 多个事例，所以角分布分析不能确定它的自旋为 $J=2$ 还是 4[3]. 他们给出了二组螺旋度振幅之比 x_J 和 y_J 的实验值[4]:

$$J = 2 \quad x_2 = -0.67^{+0.14}_{-0.16},\ y_2 = 0.13^{+0.21}_{-0.19};$$

$$J = 4 \quad x_4 = 1.29^{+0.62}_{-0.30},\ y_4 = 0.40^{+0.76}_{-0.39}. \tag{3}$$

DM2 实验组研究了 J/ψ 辐射衰变产生的 K^+K^- 和 $K_S^0K_S^0$ 不变质量谱，不排除在 2220MeV 处有一个结构，但不能给出此处存在一个窄共振态的肯定结论[5].

BES 实验组除了在上述二个反应道看到了 $\xi(2220)$窄共振峰的信号，还在下面中性触发反应道

$$e^+ + e^- \to J/\psi \to \gamma + \xi, \xi \to \eta\eta \tag{4}$$

中看到了这个信号. 初步确认了窄共振态 $\xi(2220)$的存在.

$\xi(2220)$窄共振态的发现，导致很多关于它的性质的讨论[6]，但由于它的最基本的物理参数——自旋未能被确定；螺旋度振幅比有二组数值，而且误差较大；各种衰变道分支比的测定还很不够；所以很难作出任何肯定的结论. 除了增加统计事例数，能否找到比通常的角分布分析更灵敏的方法，成为我们关注的一个问题.

过程

$$e^+ + e^- \to J/\psi \to \gamma + \xi, \xi \to P\overline{P} \tag{5}$$

（其中 P 代表赝标介子）的角分布螺旋度形式为[7]

---

* 国家自然科学基金和中国科学院理论物理特别支持经费资助.

本文 1992 年 10 月 19 日收到.

$$W_J(\theta_\gamma,\theta,\phi) \propto \sum_{\substack{\lambda_J,\lambda'_J,\lambda_\gamma,\\ \lambda_X,\lambda'_X}} I_{\lambda_J,\lambda'_J}(\theta_\gamma) A_{\lambda_\gamma,\lambda_X} A^*_{\lambda_\gamma,\lambda'_X} D^{J^*}_{\lambda_X,0}(\phi,\theta,0) D^J_{\lambda'_X,0}(\phi,\theta,0). \tag{6}$$

其中

$$I_{\lambda_J,\lambda'_J}(\theta_\gamma) \propto \frac{1}{4}\sum_{r,r'} \langle \psi_{\lambda_J}|T|e^+_r e^-_{r'}\rangle \langle \psi_{\lambda'_J}|T|e^+_r e^-_{r'}\rangle^*, \tag{7}$$

λ_J、λ_γ 和 λ_X 是 J/ψ、光子和 ξ 粒子的螺旋度；$A_{\lambda_\gamma,\lambda_X}$ 是过程 J/ψ→γ+ξ 的螺旋度振幅；θ_γ 是入射 e^+ 束和出射光子之间的夹角. 这里选取 J/ψ 静止系中光子出射方向为 z 轴，e^+、e^- 束流在 x-z 平面内，y 轴的方向平行于 $\boldsymbol{z}\times\boldsymbol{p}_+$，$\boldsymbol{p}_+$ 为正电子的动量. (θ,ϕ) 描写 ξ 粒子静止系中出射赝标介子的动量方向.

归一化的投影角分布公式为[8]：

$$W_J(\theta_\gamma) = (1 + A_J\cos^2\theta_\gamma)/(2 + 2A_J/3),$$

$$W_J(\theta) = (1 + B_J\cos^2\theta + C_J\cos^4\theta + D_J\cos^6\theta + E_J\cos^8\theta)/ (2 + 2B_J/3 + 2C_J/5 + 2D_J/7 + 2E_J/9). \tag{8}$$

其中

$$A_J = (1 + y_J^2 - 2x_J^2)/(1 + y_J^2 + 2x_J^2);(J = 2,4) \tag{9}$$

$$\begin{aligned} B_2 &= (-12 + 12x_2^2 - 6y_2^2)/(2 + 3y_2^2),\\ C_2 &= (18 - 12x_2^2 + 3y_2^2)/(2 + 3y_2^2),\\ D_2 &= E_2 = 0. \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} B_4 &= (-180 + 180x_4^2 - 160y_4^2)/(9 + 10y_4^2),\\ C_4 &= (1110 - 1020x_4^2 + 780y_4^2)/(9 + 10y_4^2),\\ D_4 &= (-2100 + 1820x_4^2 - 1120y_4^2)/(9 + 10y_4^2),\\ E_4 &= (1225 - 980x_4^2 + 490y_4^2)/(9 + 10y_4^2). \end{aligned} \tag{11}$$

x_J 和 y_J($J=2$ 和 4)为过程 J/ψ→γ+ξ(ξ 的自旋为 J)的螺旋度振幅比.

我们用 Mark Ⅲ 的实验数据(见(3)式)，取中心值，给出归一化的投影角分布(见图 1 和图 2).

显然，在误差较大的情况下，相应于 $J=2$ 和 4 的二条曲线很难分开.

我们用矩分析法，引进了矩的光子角分布 $H_J(\theta_\gamma,LM)$[9]，发现 $H_2(\theta_\gamma,40)$ 和 $H_4(\theta_\gamma,40)$ 对于区分 $J=2$ 和 4 更灵敏. 但由于几何接收度对于光子角分布的影响较大，不如赝标介子角分布，由于 θ 角是在 ξ 静止系中定义的，可以大大减少几何接收度的影响，为此，我们选取固定 z 轴(平行于 $\boldsymbol{p}_+$)的坐标系，并使光子在 x-z 平面内($\phi_\gamma=0$). 于是，相应于过程(5)的角分布螺旋度形式为：

$$W'_J(\theta_\gamma,\theta,\phi) \propto \sum_{\substack{\lambda_J,\lambda'_J,\lambda_\gamma,\\ \lambda_X,\lambda'_X}} I_{\lambda_J,\lambda'_J} A_{\lambda_\gamma,\lambda_X} A^*_{\lambda_\gamma,\lambda'_X} D^{1^*}_{\lambda_J,\lambda_\gamma-\lambda_X}(0,\theta_\gamma,0) D^1_{\lambda'_J,\lambda_\gamma-\lambda'_X}(0,\theta_\gamma,0) D^{J^*}_{\lambda_X,0}(\phi,\theta,0) D^J_{\lambda'_X,0}(\phi,\theta,0). \tag{12}$$

其中

$$I_{\lambda_J,\lambda'_J} = 2p^2\delta_{\lambda_J,\lambda'_J}\delta_{\lambda_J,\pm1}, p = |P_+| = |P_-|. \tag{13}$$

定义矩的赝标介子角分布

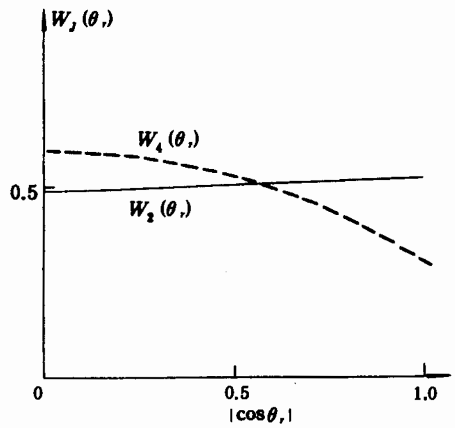

图 1

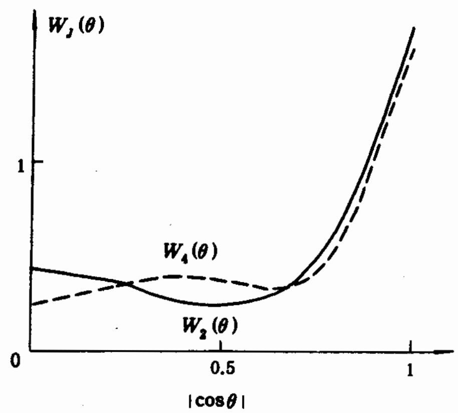

图 2

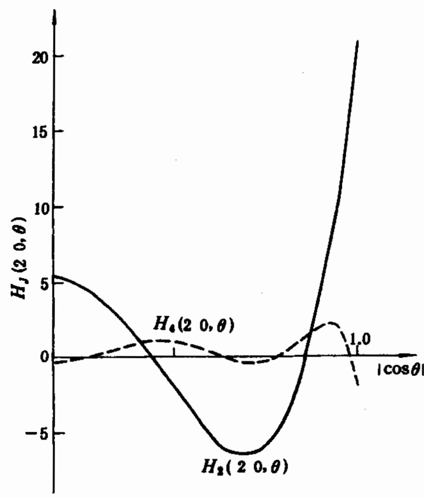

图 3

$$H_J(jm,\theta,\phi)=\int_0^\pi W'_J(\theta_\gamma,\theta,\phi)D^j_{0,-m}(0,\theta_\gamma,0)\sin\theta_\gamma d\theta_\gamma. \tag{14}$$

其中，j 的取值为 2，1，0；而 $|m|\leqslant j$，且 $m=\lambda_X-\lambda'_X$. 以类似于 $W_J(\theta)$ 的 $H_J(2\ 0,\theta)$ 为例，归一化后，我们有

$$H_J(20,\theta)=(1+B'_J\cos^2\theta+C'_J\cos^4\theta+D'_J\cos^6\theta+E'_J\cos^8\theta)/$$
$$(2+2B'_J/3+2C'_J/5+2D'_J/7+2E'_J/9). \tag{15}$$

其中

$$B'_2=(-12-24x_2^2-6y_2^2)/(2+3y_2^2),$$
$$C'_2=(18+24x_2^2+3y_2^2)/(2+3y_2^2),$$
$$D'_2=E'_2=0; \tag{16}$$
$$B'_4=(-180-360x_4^2-160y_4^2)/(9+10y_4^2),$$
$$C'_4=(1110+2040x_4^2+780y_4^2)/(9+10y_4^2),$$
$$D'_4=(-2100-3640x_4^2-1120y_4^2)/(9+10y_4^2),$$
$$E'_4=(1225+1960x_4^2+490y_4^2)/(9+10y_4^2). \tag{17}$$

这里，我们已用了宇称守恒及时间反演不变性. 显然，它们与 $W_J(\theta)$ 相比，对于分辨 $J=2$ 还是 4 更灵敏(见图 3).

可以预期，如要确定 ξ(2220) 的自旋，矩分析法会比单纯的角分布分析方法更有效. 为了便于作矩分析，类似于文献[10]我们对 $J=2$ 和 $J=4$ 两种情况，分别给出相应的十个矩

$$
\begin{aligned}
&M_2(000) \propto 8(A_{1,0}^2 + A_{1,1}^2 + A_{1,2}^2),\\
&M_2(200) \propto \frac{4}{5}(A_{1,0}^2 - 2A_{1,1}^2 + A_{1,2}^2),\\
&M_2(020) \propto \frac{8}{7}(2A_{1,0}^2 + A_{1,1}^2 - 2A_{1,2}^2),\\
&M_2(220) \propto \frac{8}{35}(A_{1,0}^2 - A_{1,1}^2 - A_{1,2}^2),\\
&M_2(221) \propto \frac{4}{35}(\sqrt{3}A_{1,0}A_{1,1} - 3\sqrt{2}A_{1,1}A_{1,2}),\\
&M_2(222) \propto -\frac{8\sqrt{6}}{35}A_{1,0}A_{1,2},\\
&M_2(040) \propto \frac{8}{21}(6A_{1,0}^2 - 4A_{1,1}^2 + A_{1,2}^2),\\
&M_2(240) \propto \frac{4}{105}(6A_{1,0}^2 + 8A_{1,1}^2 + A_{1,2}^2),\\
&M_2(241) \propto \frac{4}{105}(3\sqrt{10}A_{1,0}A_{1,1} + \sqrt{15}A_{1,1}A_{1,2}),\\
&M_2(242) \propto \frac{4\sqrt{10}}{35}A_{1,0}A_{1,2};
\end{aligned}
\tag{18}
$$

和

$$
\begin{aligned}
&M_4(000) \propto 8(A_{1,0}^2 + A_{1,1}^2 + A_{1,2}^2),\\
&M_4(200) \propto \frac{4}{5}(A_{1,0}^2 - 2A_{1,1}^2 + A_{1,2}^2),\\
&M_4(020) \propto \frac{8}{77}(20A_{1,0}^2 + 17A_{1,1}^2 + 8A_{1,2}^2),\\
&M_4(220) \propto \frac{8}{385}(10A_{1,0}^2 - 17A_{1,1}^2 + 4A_{1,2}^2),\\
&M_4(221) \propto \frac{4}{385}(3\sqrt{10}A_{1,0}A_{1,1} - 27A_{1,1}A_{1,2}),\\
&M_4(222) \propto -\frac{72\sqrt{10}}{385}A_{1,0}A_{1,2},\\
&M_4(040) \propto \frac{8}{1001}(162A_{1,0}^2 + 81A_{1,1}^2 - 99A_{1,2}^2),\\
&M_4(240) \propto \frac{4}{5005}(162A_{1,0}^2 - 162A_{1,1}^2 - 99A_{1,2}^2),\\
&M_4(241) \propto \frac{4}{5005}(81\sqrt{3}A_{1,0}A_{1,1} - 54\sqrt{30}A_{1,1}A_{1,2}),
\end{aligned}
$$

$$M_4(242) \propto -\frac{36\sqrt{6}}{455}A_{1,0}A_{1,2}. \tag{19}$$

用这二十个矩作矩分析，可以确定 ξ 的自旋，并且能拟合出相应的螺旋度振幅比值 x_J 和 y_J.

我们还得到了关于 x_J 和 y_J 的矩的表示式：

$$x_2 = [\frac{20}{\sqrt{3}}M_2(221) + 12\sqrt{10}M_2(241)]/I_1,$$

$$y_2 = 14\sqrt{10}M_2(242)/I_1 = -35\sqrt{\frac{2}{3}}M_2(222)/I_1,$$

$$x_2^2 = \frac{2}{3}[M_2(000) - 10M_2(200)]/I_1,$$

$$y_2^2 = \frac{1}{3}[3M_2(000) + 35M_2(220) - 14M_2(020)]/I_1. \tag{20}$$

其中

$$I_1 = [M_2(000) + 35M_2(220)]. \tag{21}$$

和

$$x_4 = [\frac{715\sqrt{3}}{2}M_4(241) - 165\sqrt{10}M_4(221)]/I_2,$$

$$y_4 = -\frac{455}{2\sqrt{6}}M_4(242)/I_2 = \frac{-385}{4\sqrt{10}}M_4(222)/I_2,$$

$$x_4^2 = \frac{2}{3}[M_4(000) - 10M_4(200)]/I_2,$$

$$y_4^2 = \{\frac{5}{2}[M_4(000) + 5M_4(200)] - \frac{77}{8}[M_4(020) + 5M_4(220)]\}/I_2. \tag{22}$$

其中

$$I_2 = \frac{77}{8}[M_4(020) + 5M_4(220)] - [M_4(000) + 5M_4(200)]. \tag{23}$$

于是，可从二个方面来确定 x_J 和 y_J 的数值，对于减小误差，提高精度是有利的.

在此基础上，我们如再给出各种可能衰变道($K\bar{K}$, $\eta\eta$, $\eta\eta'$, $\omega\phi$ 等等)的分枝比，那么对于认识新的窄共振态 ξ 将十分有益.

参 考 文 献

[1] K. F. Einsweiler, SLAC-PUB-3202(1983).

[2] R. M. Baltruaitis et al., *Phys. Rev. Lett.*, **56**(1986), 107.

[3] J. Becker et al., Contributed paper to the 23rd Int. Conf. on HEP, Berkeley, July 1986 and SLAC-PUB-4246 (1987).

[4] G. Eigen, CALT-68-1483(1987).

[5] J. Augustin et al., *Phys. Rev. Lett.*, **60**(1988), 2238.

[6] H. Haber, G. Kane, *Phys. Lett.*, **135B**(1984), 196;
R. Wiley, *Phys. Rev. Lett.*, **52**(1984), 585;
R. M. Barnett et al., *Phys. Rev.*, **D30**(1984), 1529;

B. F. L. Ward, *Phys. Rev.*, **D31**(1985), 2849; **D32**(1986), 1260;
沈齐兴、郁宏,高能物理与核物理,**14**(1990),477;
M. Chanowitz, S. R. Sharpe, *Phys. Lett.*, **132B**(1983), 413;
K. T. Chao, *Phys. Rev. Lett.*, **60**(1088), 134;
S. Pakvasa et al., *Phys. Lett.*, **145B**(1984), 134; *Phys. Rev.*, **D31**(1985), 2378;
S. Godfrey, R. Kokoski, N. Isgur, *Phys. Lett.*, **141B**(1984), 439.
[7] 郁宏,高能物理与核物理,**13**(1989),87.
[8] 严武光、郁宏,高能物理与核物理,**13**(1989),234.
[9] Yu Hong, *Commun. Theor. Phys.*, **12**(1989), 239.
[10] 郁宏、沈齐兴,高能物理与核物理,**16**(1992),861.

Moment Analysis and ξ(2220)

YU HONG　SHEN QIXING
(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing* 100039)

ABSTRACT

In order to reduce the influence of the geometrical acceptance and improve the precision we introduce the pseudoscalar meson angular distribution of the moment $H_J(jm, \theta)$. It is more sensitive than the usual projective pseudoscalar meson angular distribution $W_J(\theta)$ for determining that the spin of the ξ(2220) is 2 or 4. We also give some moments which are needed for the moment analysis and some relations of moments to represent the helicity amplitude ratios x_J and y_J directly.