

关于 Coriolis 减弱对 $^{164}\text{Er}_{96}$ 带交叉 频率影响的讨论*

廖伯琴 林辛未

(西南师范大学物理系, 重庆 630715)

摘 要

本文在用粒子数守恒 (PNC) 方法求解推转壳模型 (CSM) 哈密顿量时, 根据不同的阻塞情况适当考虑了 Coriolis 减弱问题。结果表明, 计算所得的 $^{164}\text{Er}_{96}$ 的带交叉频率 ω_c 与实验值的符合情况要比没有考虑 Coriolis 减弱时好得多。

一、前 言

在求解推转壳模型哈密顿量时, 通常沿用 Hartree-Fock-Boguljubov (HFB) 方法, 所得的带间相互作用强度与带交叉频率都与实验符合很好^[1]。但是, 也有不少文章^[2-4]指出了这种方法不仅有缺陷而且存在着致命的弱点。因此, 我们在有关文章中^[5]用 PNC 方法处理推转壳模型哈密顿量, 并讨论了 $^{164}\text{Er}_{96}$ 核的中子的低激发能谱。其计算结果为, 带间相互作用强度 $V_z \approx 0.0269\hbar\omega_0$, 带交叉频率 $\omega_c \approx 0.2\omega_0$ (对于中子, $\hbar\omega_0 = (1 - \frac{N-Z}{3A}) 41A^{-1/3}\text{MeV}$)。与实验比较可知: 带间相互作用强度与实验符合较好。能说明 $^{164}\text{Er}_{96}$ 的回弯现象, 但是带交叉频率却比实验值大得多 (实验值为 $\omega_c \approx 0.036\omega_0$)。所以, 在本文我们将从减小带交叉频率着手, 对用 PNC 方法求解 H_{CSM} 问题作一些尝试性的改进处理。

二、理 论

已知推转壳模型哈密顿量为^[6,7]:

$$H_{\text{CSM}} = H_{\text{SP}} + H_{\text{P}} - \omega J_x \quad (1)$$

其中 H_{SP} 表示单粒子哈密顿量 (本文选用 Nilsson 单粒子势); H_{P} 为对相互作用项; $-\omega J_x$ 则表示 Coriolis 作用。在 H_{SP} 对角化的表象中, 有:

$$H_{\text{SP}} = \sum_{\nu>0} a_{\nu} (a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu} + a_{\nu}^{\dagger} a_{\bar{\nu}}), \quad (2)$$

本文 1990 年 10 月 23 日收到, 1991 年 7 月 10 日收到修改稿。

* 国家自然科学基金资助。

$$H_p = -G \sum_{\mu > 0, \nu > 0} a_{\mu}^{\dagger} a_{\bar{\mu}}^{\dagger} a_{\nu} a_{\bar{\nu}}, \quad (3)$$

$$H_c = -\omega J_x = -\omega \sum_{\mu, \nu} \langle \mu | j_x | \nu \rangle a_{\mu}^{\dagger} a_{\nu}, \quad (4)$$

其中 G 为平均对相互作用强度, μ 和 ν 表示单粒子态, $\bar{\mu}$ 和 $\bar{\nu}$ 代表它们的时间反演态, ϵ_{ν} 则为双重简并的单粒子能量.

在多粒子组态空间中, $H_c = -\omega J_x$ 的选择定则为^[8]:

(1) J_x 的角动量选择定则为, $\Delta K = \pm 1$. 由此可以推出, 完全配对组态 ($V = 0, K^{\pi} = 0^+$) 之间 H_c 的矩阵元肯定为零.

(2) Seniority 的选择定则为, $\Delta V = 0, \pm 2$. 因为 H_c 是单体算符, 两个组态最多可以差一个单粒子态, 否则 H_c 的矩阵元为零.

(3) Signature 的选择定则为, $\Delta \alpha = 0$. 因为 $R_x(\pi)$ 不变性且 J_x 为单体算符, 所以只有当两组态 $\Delta \alpha = 0$ 时, H_c 的矩阵元才可能不为零.

根据以上选择定则, 我们可知^[9]:

(a) 两完全配对态之间的 J_x 矩阵元为,

$$\langle \bar{\rho}_n \rho'_n \cdots \bar{\rho}_2 \rho'_2 \bar{\rho}_1 \rho'_1 | J_x | \rho_1 \bar{\rho}_1 \rho_2 \bar{\rho}_2 \cdots \rho_n \bar{\rho}_n \rangle = 0. \quad (5)$$

(b) 完全配对态与一对粒子拆散态(二粒子态)之间的 J_x 矩阵元为,

$$\langle \cdots \bar{\nu} \nu \bar{\mu} \mu \bar{i} s | J_x | \rho \bar{\rho} \mu \bar{\nu} \nu \cdots \rangle = \langle \bar{i} s | J_x | \rho \bar{\rho} \rangle. \quad (6)$$

(c) 两二粒子态之间的 J_x 矩阵元为,

对角元

$$\langle \bar{i}' s' | J_x | \bar{i} s \rangle = \langle j_x \rangle_{i' s'} + \langle j_x \rangle_{\bar{i}' s'}, \quad (7)$$

非对角元

$$\langle \bar{i}' s | J_x | \bar{i} s \rangle = \langle j_x \rangle_{\bar{i}' s}, \quad (8)$$

$$\langle \bar{i}' s' | J_x | \bar{i} s \rangle = \langle j_x \rangle_{i' s'}, \quad (9)$$

$$\langle \bar{i} i' \bar{s}' s | J_x | \bar{i} i' \bar{s}' s \rangle = -\langle j_x \rangle_{i i'}, \quad (10)$$

$$\langle \bar{i} i' \bar{s}' s | J_x | \bar{i} i' \bar{s}' s \rangle = -\langle j_x \rangle_{\bar{i} i'} = -\langle j_x \rangle_{i i'}. \quad (11)$$

以下还可写出四粒子态与回粒子态(拆散两对粒子)之间, 二粒子态与四粒子态之间的矩阵元. 这里不再赘述.

三、Coriolis 减弱及结果讨论

Coriolis 减弱问题早在 1968 年就首先由 F. S. Stephens 提出^[10], 并在 1970 年被 Mottelson 再次加以强调^[11]. 用带混合的观点来分析低激发能级和 $B(E2)$ 时发现^[12], 为了符合实验结果, 所需的 Coriolis 矩阵元比 Nilsson 波函数的计算值应有相当程度的减弱. 从文献[13, 14]可知, Coriolis 减弱应与堵塞效应有关, 而堵塞效应又是由组态中拆散粒子态所引起的. 因此, 本文在构造 Coriolis 矩阵元时, 考虑了拆散粒子态对 Coriolis 减弱的影响.

如前所述, J_x 选择定则的第(2)条告诉我们, 只有当拆散粒子个数 V 相差为 0 或 ± 2

时($\Delta V = 0, \pm 2$), 两组态间才可能有不为零的 $-\omega J_z$ 矩阵元存在。在文献[5]中, 未区分 $\Delta V = 0$ 与 $\Delta V = \pm 2$ 对应的 H_C 的差别, 也未考虑不同拆散粒子态对 Coriolis 减弱的影响, 所得计算结果为: $V_1 \approx 0.0269\hbar\omega_0$, $\omega_C \approx 0.2\omega_0$ 。从实验结果看^[1,15,16], V_1 约为 $0.01\hbar\omega_0$, ω_C 约为 $0.036\omega_0$ 。比较可知, 其带相互作用强度与实验值基本符合, 能解释 $^{164}\text{Er}_{96}$ 的回弯现象, 但带交叉频率却与实验值相差甚远。在文献[17,18]中, 用 PNC 方法处理单 j 与推转壳模型时, 讨论过带相互作用与带交叉频率偏大的问题, 并分析了其偏大的原因, 这里不再赘述。并且, 在文献[17]中也提及了 Coriolis 减弱问题, 但该文未对实际核进行具体计算。为此, 我们在对 $^{164}\text{Er}_{96}$ 的计算中, 作了如下的改进。

如前所述, Coriolis 减弱与堵塞效应有关, 而堵塞效应又是由组态中拆散粒子态引起的, 所以在本文的计算中, 我们分别考虑了 $\Delta V = 0$ 与 $\Delta V = \pm 2$ 时的 Coriolis 矩阵元。即当两组态的拆散粒子个数相同时 ($\Delta V = 0$), 有: $H_C = -\omega J_z$ 当两组态的拆散粒子个数不同时 ($\Delta V = \pm 2$), 有:

$$H_C = -F\omega J_z, \quad (12)$$

其中 F 为减弱因子 (F 约为 $0.5-0.8$)^[11,13,19]。由于本文着重讨论 Coriolis 减弱对 $^{164}\text{Er}_{96}$ 带交叉频率的影响, 因而选择了 F 的最小值: 0.5 。

在计算中, 我们选择的组态截断能量为: $E_C = 0.45\hbar\omega_0$, 结合奇偶质量差^[20]与准粒子激发谱, 我们可得对相互作用强度: $G = 0.045\hbar\omega_0$ 。由 Lund 系统学^[21], 我们可选出 $^{164}\text{Er}_{96}$ 核的 Nilsson 势参数: $\epsilon_2 = 0.258$, $\epsilon_4 = 0.001$, $\chi = 0.0637$, $\mu = 0.4216$ 将上述参数输入已编制好的计算程序, 可得下列计算结果。

图 1 描绘的是 $^{164}\text{Er}_{96}$ 的低激发带相对于晕带的能谱。实线, 考虑了 Coriolis 减弱; 虚线, 未考虑 Coriolis 减弱。(1)、(1)'、(2)、(2)'、(3)、(3)' 分别表示实线和虚线的第一、二、三激发带。图中可见, 当 $\omega = 0$ 时, 实线与虚线位于同一点, 此时 Coriolis 作用未产生影响, 相应的第一激发态为对激发态, 第二、三激发态为双重简并态。随着 ω 的增大, Coriolis 作用越来越明显, 激发带能谱不断下降。当 ω 增至 $0.07\omega_0$ 时, 实线对应的第一激发带能谱降到最低值(此时产生了回弯), 带交叉频率为 $0.07\omega_0$, 带相互作用强度为

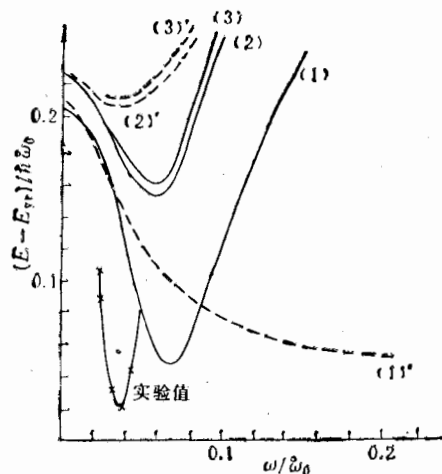


图 1 $^{164}\text{Er}_{96}$ 低激发带相对于晕带的能谱

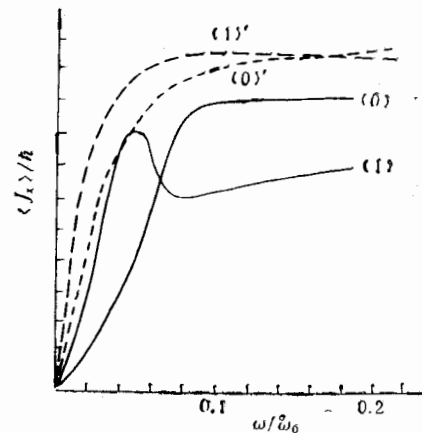


图 2 $^{164}\text{Er}_{96}$ 晕带(0)与第一激发带(1)的顺排角动量

$0.0244\hbar\omega_0$. 图中虚线对应的带交叉频率为 $0.2\omega_0$, 带相互作用强度为 $0.0269\hbar\omega_0$, 图中又点值则为 $^{164}\text{Er}_{96}$ 晕带与次晕带的实验数据^[1,15,16]. 图中可见当 $\omega_c \approx 0.036\omega_0$ 时, $^{164}\text{Er}_{96}$ 原子核发生了回弯现象, 其带相互作用强度 $V_1 \approx 0.01\hbar\omega_0$. 与实验比较可知, 考虑 Coriolis 减弱后, 其计算结果与实验值的符合要好得多.

图 2 显示的是 $^{164}\text{Er}_{96}$ 的晕带与第一激发带的顺排角动量. 实线考虑了 Coriolis 减弱, 虚线未考虑 Coriolis 减弱. (0)、(1)、(0)'、(1)' 分别代表晕带与第一激发带的顺排角动量. 图中可见, 当 $\omega = 0$ 时, $\langle J_x \rangle$ 为零. 随 ω 的增大, 顺排角动量急剧增加, 在 $\omega \approx 0.07\omega_0$ 的地方, 实线对应的晕带顺排角动量与第一激发带的顺排角动量发生了交叉. 由公式

$$\langle J_x \rangle = - \frac{dE}{d\omega} \quad (13)$$

可知, 在 $\omega \approx 0.07\omega_0$ 附近, 应有回弯产生, 这与图 1 中实线所示的结果一致. 图 2 中的虚线显示, 如果不考虑 Coriolis 减弱, 带交叉将在 $\omega \approx 0.2\omega_0$ 附近才出现, 这与实验值确实相差太远. 由图 2 还可看出, 在带交叉附近, 实线的变化比虚线的激烈得多. 从带交叉的观点来看, 实线的变化比起虚线来与实验符合更好.

图 3(a) 描绘的是 $^{164}\text{Er}_{96}$ 晕带的 Seniority 结构. P_0, P_2, P_4 分别代表考虑 Coriolis 减弱后完全配对态、二粒子态和四粒子态的几率; P'_0, P'_2, P'_4 则分别代表未考虑 Coriolis 减弱时完全配对态、二粒子态和四粒子态的几率. 当 $\omega = 0$ 时, 完全配对态的几率为 1, 二粒子与四粒子态的几率为零. 随着 ω 的增大, 由于 Coriolis 作用, 二粒子态的几率越来越大, 完全配对态的几率逐渐减小. 在 ω 约为 $0.07\omega_0$ 后, 二粒子态的成份逐渐大于完全配对态的成份. 这说明带交叉后, 晕态主要由二粒子态构成(实线的 P_2 接近 1), 这一点与 HFB 方法的结果相似. 图中可见, 实线在带交叉附近的变化比虚线明显.

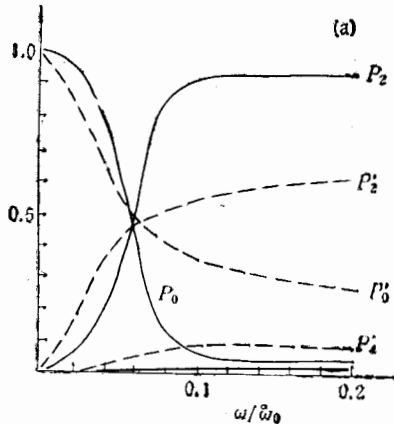
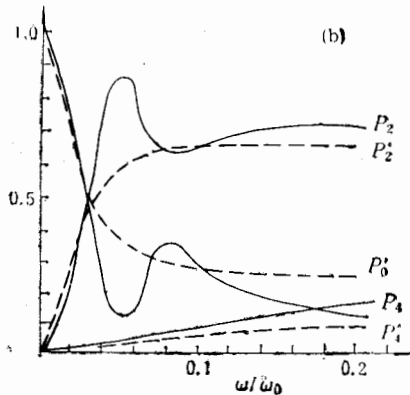
图 3(a) $^{164}\text{Er}_{96}$ 晕带的 Seniority 结构图 3(b) $^{164}\text{Er}_{96}$ 第一激发带的 Seniority 结构

图 3(b) 是 $^{164}\text{Er}_{96}$ 第一激发带的 Seniority 结构. 当 $\omega = 0$ 时, 如果只考虑 H_{SP} , 那么第一激发态为对拆散态 ($K = 4, K = 1$), 第二激发态为对激发态 ($K = 0$). 如果此时还考虑 H_P 时, 那么由于对相互作用, 原来的第二激发态(对激发态)跳到了第一激发态的位置, 而原来的第一激发态则变为第二激发态. 所以从图 3(b) 可看出: 当 $\omega = 0$ 时, 有 $P_0 = 1, P_2 = 0$, 即第一激发态为对激发态. 当 $\omega \neq 0$ 时, 其变化趋势与图 3(a) 类似, 不

同的只是变化更激烈。

从以上结果可见,考虑 Coriolis 减弱后,其计算结果与实验的符合情况大有改进,(见表 1)。并且从前面讨论可知, $^{164}\text{Er}_{96}$ 的顺排角动量、Seniority 结构等都与实验更加符合了。当然,计算所得的 ω_C 还不能与实验值完全相符这也是显而易见的。

在用 HFB 方法处理 CSM 的哈密顿量时,尽管所得的 ω_C 和 V_1 与实验值非常接近^[1,6,22],但也有不少文章对该理论的严重缺陷提出了批评^[2,23,24]。如文献[17]对推转壳模型的 CHF 方法的可靠性曾进行过探讨,指出该方法存在的种种问题。因此,现在我们还无法下结论,即认为 HFB 方法的结果比 PNC 方法的更准确。

表 1

 $V_1: \hbar\omega_0, \omega_C: \dot{\omega}_0$

未 减 弱		减 弱		实 验 值	
V_1	ω_C	V_1	ω_C	V_1	ω_C
0.0269	0.2	0.0244	0.07	0.01	0.036

从对波函数成份的分析可知,除正常轨道上的拆散粒子(如 $[521] \frac{3}{2}^- \rightarrow [523] \frac{5}{2}^-$)对带交叉频率和带相互作用强度有影响外,高 j 轨道($i_{13/2}$)上的拆散粒子对 $^{164}\text{Er}_{96}$ 的带交叉频率等也有影响(如 $[642] \frac{5}{2}^+ \rightarrow [633] \frac{7}{2}^+$),后者的影响甚至大于前者。由于本文着重讨论 Coriolis 减弱对 $^{164}\text{Er}_{96}$ 带交叉频率的影响,对于其它影响,我们正在进一步研究,结果将另文讨论。

参 考 文 献

- [1] R. Bengtsson, and S. Frauendorf, *Nucl. Phys.*, **A327**(1979), 139.
- [2] I. Hamamoto, *Nucl. Phys.*, **A271**(1976), 15.
- [3] R. Bengtsson and Hakasson, *Nucl. Phys.*, **A357**(1981), 61.
- [4] C. G. Andersson and J. Krumlinde, *Nucl. Phys.*, **A334**(1980), 486.
- [5] 廖伯琴,殷传宗,西南师范大学学报,**14**(1989),3.
- [6] R. Bengtsson and J. D. Garrett, *The Cranking Model-Theoretical and Experimental Basis*, Lund-Mph-84/18.9.
- [7] R. Bengtsson and S. Frauendorf, *Nucl. Phys.*, **A314**(1979), 27.
- [8] C. S. Wu and J. Y. Zeng, *Phys. Rev.*, **40**(1989), 998.
- [9] C. S. Wu and J. Y. Zeng, *Phys. Rev.*, **41**(1990), 1822.
- [10] F. S. Stephens, et al., *Nucl. Phys.*, **A115**(1968), 129.
- [11] B. R. Mottelson, *Proceedings Nuclear Structure Symposium of the Thousand Lakes, Joutsu, Nordita Publication*, No. 417, 1.
- [12] A. K. Kerman, *Dan. Mat. Fys. Medd.*, **30**(1956), No. 15. 111.
- [13] 曾谨言,吴崇试,物理学进展,**2**(1982),No.3,344.
- [14] 曾谨言,孙洪州,原子核结构理论,上海科学技术出版社,1987,330.
- [15] O. C. Kistner, A. W. Sunyar, and E. der Mateosian. *Phys. Rev.*, **17**(1978), 1417.
- [16] I. Y. Lee, et al., *Phys. Rev. Lett.*, **16**(1976), 420.
- [17] 彭剑平,吴崇试,曾谨言,高能物理与核物理,**13**(1989),362.
- [18] C. S. Wu and J. Y. Zeng, *Chinese Sci. Bull.*, **34**(1989), 984.
- [19] F. S. Stephens and R. S. Simon, *Nucl. Phys.*, **A183**(1972), 257.

- [20] A. H. Wapstra, *Nucl. Phys.*, **A432**(1985), 1.
[21] R. Bengtsson S. Frauendorf and F. R. May, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **35**(1986), 15.
[22] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Japan J. Phys. Suppl.*, **44**(1978), 152.
[23] J. Y. Zeng and T. S. Cheng, *Nucl. Phys.*, **A405**(1983), 1.
[24] J. Y. Zeng, T. S. Cheng and C. S. Wu, *Nucl. Phys.*, **A421**(1984), 125.

Coriolis Attenuation Effect on the Bandcrossing Frequency of $^{164}\text{Er}_6$

LIAO BOQIN LIN XINWEI

(Southwest-China Teacher's University, Chongqing, 630715)

ABSTRACT

The accurate solutions to the low-lying eigenstates of the cranked shell model Hamiltonian are obtained by the partcnumber-conserving treatment, in which Coriolis attenuation is considered. Compared with experiments, the results are much better than before.