

# 核子发射数的数学模拟:扩展 BUU 模型

马余刚 沈文庆 冯军

(中国科学院上海原子核研究所,上海,201800)

葛凌霄 詹文龙 王柄 诸永泰 曾耀武 周建群 张丰收

(中国科学院近代物理研究所,兰州 730000)

## 摘 要

本文在原来 BUU 方法的基础上,辨认了靶核与炮弹中的中、质子,同时在模拟核子的初始分布中考虑了小液滴模型修正,引入了表面弥散度、中子皮和形变参数等,使核子的分布更真实,这对丰中子、丰质子核反应以及非对称核反应尤为重要。考虑到中能核反应时,自由核子-核子截面中,不同核子间的散射截面大约是同类核子间散射截面的三倍的事实,在 BUU 碰撞项中体现了这一点,这样可合理地取出不同核子-核子间碰撞流的问题。我们在利用这个扩展的 BUU 模型研究  $44\text{MeV}/A$   $\text{Kr} + \text{Au}$  反应之前,有效地检验了模型的稳定性问题,并在文中合理地定义了核子发射的条件,得到了反应过程中弹核擦碎的中子、质子数与碰撞参数的关系以及类弹类靶的关联。

## 一、导 言

随着中能重离子实验的发展,出现了一些反应的过渡特征,从低能的全融合(CF)、深度非弹(DIC)过渡到非全融合(ICF)、非完全深度非弹(IDIC),从低能区的耗散碎裂反应过渡到高能靶炮碎裂等,这些主要与人射能量有关。实验上人们研究了  $10-100\text{MeV}/A$  间的  $\text{Ar}$ 、 $\text{Kr}$ 、 $\text{C}$  等引起的反应,发现存在着耗散碎裂反应机制,炮弹碎片主要集中于前向角,并有许多丰中子同位素。人们把这些丰中子同位素通过一定的设备分离出来形成次级束流线。理论上目前多是利用唯象的几何模型,即耗散擦碎模型<sup>[1]</sup>。该模型思路直观,计算较为简便,同时也能很好地拟合大部分实验的同位素产额的截面分布,但对  $44\text{MeV}/A$  的  $^{86}\text{Kr} + ^{197}\text{Au}$ , 反应拟合结果较差。后来考虑了中子皮及耗散使碎片产物激发能增加。对中能重离子周边反应产物的同位素分布的影响,才取得了较好的拟合结果<sup>[2]</sup>,但它采用的一可调参数,没有很强的物理基础,同时由于耗散擦碎模型中重视的是核的几何特性,对核的动力学强调不足。因此我们试图转移到微观动力学角度,采用 BUU 方法,给唯象的模型以较强的物理基础并验证唯象模型的可靠性。

BUU 理论是模拟核反应过程演化的一种方法。它既可显示反应的时间演化过程,也

可给出许多定性或定量的物理结果,如产额分布、角分布、能谱、轻粒子的末态关联等。我们可以从微观角度清楚地了解反应过程,包括反应的机制、作用时间等。尽管现在有很多的数学模拟方法,但每一种都有适用的范围。核内级联模型处理的是经典的多体问题,主要适用于较高能区,此时二体碰撞占主导; Vlasov 方程主要用于低能一体耗散的物理问题,此时吸引的平均场占主导; BUU 方程是关于一体密度矩阵的理论<sup>[3,4]</sup>,它既体现了核内级联模型的多体性质,同时也考虑了核的束缚性和泡里效应。近来,量子分子动力学已发展起来,它考虑了核子是波包,并体现了核内较为真实的核势<sup>[5]</sup>。

目前 BUU 方法的应用十分广泛,它借助于试验粒子和网格技术求解。模型的主要特点是无可调参数,只要规定初始条件,即可知反应的相空间密度分布随时间的演化,从而也可以计算许多物理量的演化。但以往的 BUU 方程的应用,多数研究的是不区分靶和炮弹的中子(质子)的较为对称反应系统,核处于稳定线周围,这样人们无法知道整个系统在反应过程中核子的发射是源于炮弹还是靶核,从而也无法与唯象的几何模型的擦碎数作比较。这篇文章中我们改善了以往的 BUU 模型,具体地区分子靶核、炮弹的中子和质子,并更真实地体现了小液滴模型(包括中子皮),这对丰中子核尤为重要。我们也考虑到中能区自由核子-核子截面的区别,即  $\sigma_{np} \approx 3\sigma_{nn} \approx 3\sigma_{pp}$  的事实,在碰撞项体现了这一点,因此比以前的平均截面更为真实。

## 二、扩展 BUU 模型描述

以前的工作中,人们用不同的方法给出了 BUU 方程,它的形式是:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f - \nabla_{\mathbf{r}} U \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f = I_{\text{coll}}, \quad (1)$$

$I_{\text{coll}}$  是碰撞项:

$$I_{\text{coll}} = - \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 p_2 d^3 p_1 d^3 p_2' dQ v_{12} \frac{d\sigma}{dQ} \{ [f f_2 (1 - f_1)(1 - f_2) - f_1 f_2' (1 - f)(1 - f_2)] \\ \times (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{p} + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1' - \mathbf{p}_2') \}, \quad (2)$$

其中  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  代表时刻  $t$  相空间中单粒子分布函数,  $d\sigma/dQ$  是自由核子-核子碰撞截面,  $v_{12}$  是碰撞核的相对速度,  $U = U(\rho)$  是平均势,它与密度相关,而密度表示为

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d\mathbf{p}. \quad (3)$$

方程(1)包括了平均场、二体碰撞项和泡里阻塞。不考虑二体碰撞时, BUU 退化为平均场理论,即 TDHF 的经典极限 Vlasov 方程;二体碰撞占优势时, BUU 退化为核内级联模型(INC)。求解 BUU 方程常用试验粒子和网格技术<sup>[3,4]</sup>,考虑到现在的中能实验大多仅能测量前向角的类弹碎片(PLF),类靶碎片(TLF)很难测到,因此我们计算时必须清楚地了解 PLF 的情况。

我们把核子分成四个标注,即靶核的中、质子和炮弹的中、质子,同时考虑了核内中、质子的密度分布不同,按照小液滴模型,基态时核子的密度分布和核的形变参数、表面弥散度和中子皮等参量相关。在初始化过程中,对  $A > 10$  的核物质<sup>[6]</sup>:

$$\rho_i(R) = \rho_{0i} / [1 + \exp((R - C_i)/t_i/4.4)], \quad i = N, Z \quad (4)$$

其中表面弥散度( $I_\beta$  为  $\beta$  稳定谷内的  $(N-Z)/A$  的值):

$$t_N = t_0 + 10[(N-Z)/A - I_\beta], \quad t_Z = 2.4\text{fm} = t_0.$$

参数  $b_N, b_Z$  分别为:

$$b_N = 0.413t_N, \quad b_Z = 0.413t_Z.$$

等效核物质分布锐半径  $R = r_0 A^{1/3}(1 + \varepsilon)$ 、中子皮厚度  $d = \frac{2}{3}[(N-Z)/A - \delta]R$  (其中  $\varepsilon, \delta$  是形变参数).

中子、质子分布锐半径:

$$R_N = R + (N/A)d, \quad R_Z = R - (Z/A)d.$$

中子、质子分布半密度半径:

$$C_N = R_N(1 - b_N^2/R_N^2), \quad C_Z = R_Z(1 - b_Z^2/R_Z^2).$$

而(4)式中的系数  $\rho_{0i}$  为:

$$\begin{aligned} \rho_{0N} &= 3N/[4C_N\pi^3(1 + \pi^2 t_N^2/19.36C_N^2)] \\ \rho_{0Z} &= 3Z/[4C_Z\pi^3(1 + \pi^2 t_Z^2/19.36C_Z^2)]. \end{aligned} \quad (5)$$

利用这个初始化密度分布,我们能够完全地区分核中的核子分布,使之更近于真实的分布,从而进一步反映到反应过程中去。由于初始化密度不同,往往会引起所得结果存在较大差异,尤其对丰中子、丰质子核更是如此。同时,我们还能从反应过程中区分核子发射的来源,这一点更为重要。

同一网格总的核子数密度为中子数密度和质子数密度的迭加,而平均场是一个密度相关项<sup>[7]</sup>:

$$U = A(\rho/\rho_0) + B(\rho/\rho_0)^{4/3} + C\varepsilon_i[(\rho_p - \rho_n)/\rho_0] \quad (6)$$

其中  $\rho_n, \rho_p$  分别为中子、质子的密度,参数  $A = -124\text{MeV}, B = 70.5\text{MeV}, C = 25\text{MeV}, \rho_0 = 0.168\text{fm}^{-3}$ , 对中子(质子)  $\varepsilon_i = +1(-1)$ , 它们能很好地满足核物质基态的饱和性。

方程(1)中,  $d\sigma/d\Omega$  是微分核子-核子碰撞截面。对核子-核子弹性散射截面( $\sqrt{S}$  用 GeV,  $\sigma$  用 mb, 动量用 GeV/c,  $c = 1$ )有:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{NN} &= 55, & (\sqrt{S} \leq 1.8993) \\ \bar{\sigma}_{NN} &= 20 + 35/[1 + (100\sqrt{S} - 1.8993)], & (\sqrt{S} > 1.8993) \end{aligned} \quad (7)$$

我们考虑到中能区  $\sigma_{np} \approx 3\sigma_{pp} \approx 3\sigma_{nn}$  的事实,利用截面的平均值  $\bar{\sigma}_{NN}$  得出  $\sigma_{np}$  和  $\sigma_{nn}$  的值,并得出核子-核子硬心碰撞距离  $r_{np}, r_{nn}$

$$\begin{aligned} \sigma_{np} &= \pi r_{np}^2, \\ \sigma_{nn} &= \pi r_{nn}^2, \end{aligned} \quad (8)$$

上式意味着在半径为  $r_{np}$  和  $r_{nn}$  球之内的碰撞允许发生,即代表了碰撞的几率问题。就是说,中子与质子间的散射截面较大,从几何的角度看可规定一较大的硬球半径( $r_{np}$ ),如果它们之间的距离大于这半径则不可能发生散射;对同类核子间散射只区别于较小的半径  $r_{nn}$  上。

### 三、基态稳定性问题

我们取每核子为 50 个试验粒子,时间步长  $1\text{fm}/c$ , 并取入射能量  $E = 0\text{MeV}$  的冷核

物质,系统为  $^{86}\text{Kr} + ^{197}\text{Au}$ .

首先我们看一看  $t = 0$  时刻的核子密度分布与动量分布,它必须满足核物质基态密度的饱和性.图1显示了  $^{197}\text{Au}$  核的基态核子分布与费米动量分布,以往的作法是把中、质子的初始密度分布粗糙地认为几乎相同,这与实际差别较大.我们得到的结果对  $^{197}\text{Au}$  核  $\rho_0 = 0.162\text{fm}^{-3}$ ,  $\rho_n = 0.094\text{fm}^{-3}$ ,  $\rho_p = 0.068\text{fm}^{-3}$ ,  $P_F(n) = 1.4/\text{fm}$ ,  $P_F(p) = 1.24/\text{fm}$ , 这样可以根据

$$\rho E_B = \int d\rho(P^2(\rho)/2m) + \int d\rho u(\rho), \quad (9)$$

求得  $E_B(^{197}\text{Au}) = -14.7\text{MeV}$ , 对  $^{86}\text{Kr}$  核求得  $E_B(^{86}\text{Kr}) = -14.2\text{MeV}$ . 当然能满足基态的饱和性并不意味着解 BUU 方程是稳定的,因此我们还注意了核的均方根半径、动量四极矩和粒子逃逸数等随时间的演化.例如图2显示了动量四极矩  $Q_{zz}(t)$  围绕零点作振荡,说明基态时动量空间的分布是各向同性的,且一直保持着费米球的状态.同时我们还注意到相空间的密度分布存在涨落,但宏观上较好地保持着稳定性.

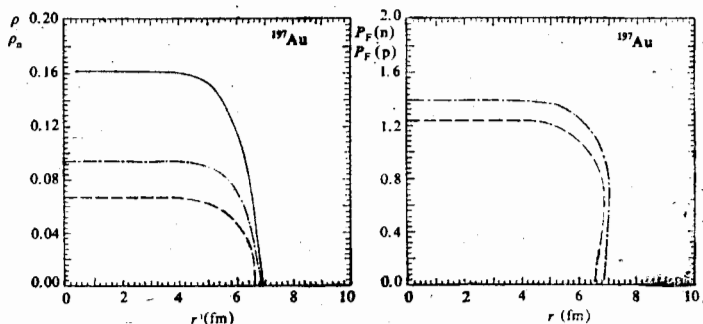


图1  $^{197}\text{Au}$  初始核子密度分布和费米动量分布  
实线表示总核子,点划线表示中子,虚线表示质子

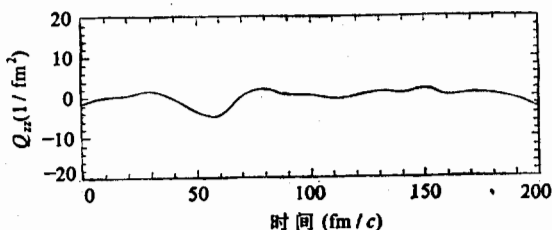


图2 基态动量四极矩  $Q_{zz}$  随时间的演化

从动能的时间演化中,我们也了解了势能和动能间的相互转化,而且动能的值在理论上也与费米气体理论很吻合.费米能  $E_F = P_F^2/2m$ , 平均动能为  $(3/5)E_F = 20\text{MeV}$  与我们所得结果一致.同时发现总能量在 99% 范围内守恒,并且一直到达  $160\text{fm}/c$  时系统才逃逸一个粒子数,这些条件在我们所感兴趣的能区内完全可以得到满足.

#### 四、 $^{86}\text{Kr} + ^{197}\text{Au}$ 反应系统的核子发射

人们研究了低能区 ( $E < 15\text{MeV}/A$ ) 和高能区 ( $E > 200\text{MeV}/A$ ) 的反应。在周边碰撞区域, 低能区主要是 DIC 等; 高能区为炮弹碎裂或旁观者-参与者图象, 出现多个出射道, 类弹类靶碎片、轻粒子和复杂碎片等。近来人们研究了一些中能区的现象, 从实验的角度讨论了 25—85MeV/ $A$  间的准弹和碎裂反应等<sup>[8-10]</sup>。目前从唯象模型出发, 在几何擦碎模型中引入耗散效应能解释一些实验结果<sup>[1,2]</sup>。

在我们的计算中首先定义核子被发射的动力学和几何条件。第一、从几何上考虑, 认为核子与核的质心距离  $r_{N-\text{cm}}$  比核的半径  $R$  大时, 核子可能被发射; 第二、从动力学的能量角度看, 认为单粒子动能  $E_k > 8\text{MeV}$  (核子结合能) 时, 核子有可能允许发射; 第三、从所处相空间的网格密度看, 认为只有发射粒子周围的密度远小于正常密度处 ( $\rho_i < \rho_0/4$ ) 时核子有可能被发射。假如对一个所判别的核子能同时满足上述三个条件, 我们即认为此核子可逃逸原来核的束缚, 作为发射的核子处理。

具体处理核子发射的时候, 由于我们只规定了核子的动力学和几何条件, 并没有作更多的限制, 因此所得到的结果既包括前平衡发射, 也包括平衡后发射。从所得的结果看, 平衡前粒子发射包括擦碎过程的发射, 平衡后的发射主要是统计退激过程, 如蒸发等过程。图 3 显示了  $b = 4\text{fm}$  时炮弹  $^{86}\text{Kr}$  所发射的核子数随时间的变化。碰撞初期, 无论中子还是质子发射都随时间发展迅速增加, 一直到一个饱和值 ( $t > 100\text{fm}/c$ )。反应后期, 中子和质子发射有一定增加, 但与饱和值相比发射的数目较少, 中子增加约大于 2%, 而质子增加约小于 1%, 这说明, 在碰撞过程中前平衡粒子发射是主要机制, 蒸发的贡献很小, 且主要是中子的蒸发, 动量四极矩计算结果也表明大约在  $t > 100\text{fm}/c$  之后, 系统达到了热化。 $^{86}\text{Kr}$  是一个丰中子核, 故在整个碰撞过程中, 中子发射占优势是必然的。对于较小碰撞参数, 蒸发粒子的数量会明显增大。

为了与几何擦碎模型相比较, 我们定义了反应在蒸发前发射的核子数为核子的擦碎数, 即如图 3 中  $t > 100\text{fm}/c$  时, 从曲线坪台中取得擦碎数。图 4 给出了  $44\text{MeV}/A$   $^{86}\text{Kr} + ^{197}\text{Au}$  反应擦碎数和碰撞参数  $b$  的关系。 $b$  愈小擦碎核子数愈多, 这是小碰撞参数时两核的重叠部分变大所致。擦碎模型注重于碰撞的几何条件考虑, 与我们的计算结果相比, 它给出小碰撞参数有较大的擦碎数, 而 BUU 模型, 考虑了核子的平均场、两体碰撞和泡里阻塞下的动力学过程, 并非完全是两碰撞核的重迭所致。

$^{86}\text{Kr}$  和  $^{86}\text{Kr} + ^{197}\text{Au}$  碰撞系统的中质比大约是 1.4, 图 5 显示了  $b = 4\text{fm}$  和  $b = 9\text{fm}$  时的炮弹发射的中子数和质子数之比  $a_n/a_p$  随时间的演化。可明显看出, 计算的中子质子比要高于 1.4。这与模型中考虑了中子和质子的不同有关, 非完全深部非弹 ( $b = 4\text{fm}$ ) 和周边碰撞 ( $b = 9\text{fm}$ ) 也反映了不同中质比的变化, 从几何角度来看, 这与碰撞核重迭有关; 从动力学来说, 它反映了不同反应机制的特征。

为研究反应机制, 我们还计算了类弹碎片 (PLF) 和类靶碎片 (TLF) 的关联, 本文仅考虑了核子, 但趋势和实验规律一致 (图 6)。能量较高时关联线较陡。随能量升高, 反应机制发展成靶碎裂。由量子分子动力学 (QMD) 计算表明<sup>[12]</sup>, 在入射能为  $100\text{MeV}/$

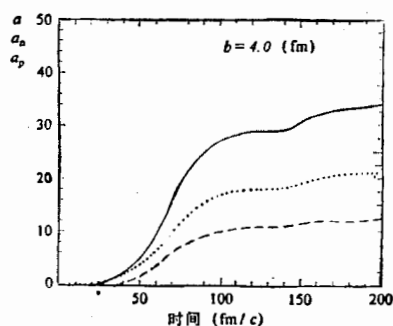


图3  $44\text{MeV}/A$   $^{86}\text{Kr} + ^{197}\text{Au}$   $b = 4\text{fm}$  时, 炮弹 Kr 发射的核子数随时间的演化  
实线表示发射的总核子  $a$ , 点线表示发射中子  $a_n$ , 虚线表示发射质子  $a_p$

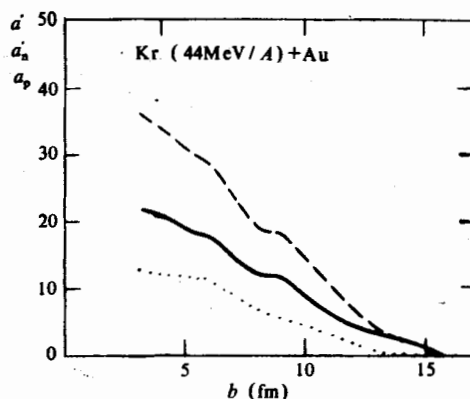


图4 炮弹 Kr 擦碎核子数与碰撞参数  $b$  的关系  
虚线表示擦碎的总核子  $a'$ , 实线表示擦碎的中子  $a'_n$ , 点线表示擦碎的质子  $a'_p$

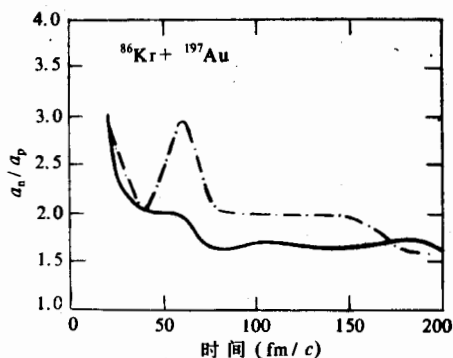


图5 发射的中子、质子比随时间演化  
实线  $b = 4\text{fm}$ , 点划线  $b = 9\text{fm}$

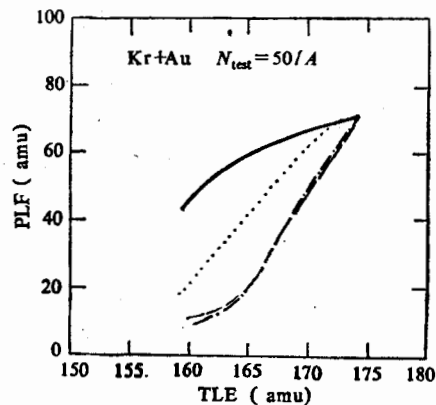


图6 PLF-TLF 关联的理论计算  
实线是  $E = 44\text{MeV}/A$ , 点线是  $E = 60\text{MeV}/A$ , 虚线是  $E = 100\text{MeV}/A$ , 点划线是  $E = 140\text{MeV}/A$

$A$  时反应机制已发展成靶核碎裂机制, 因此造成入射能量为  $140\text{MeV}/A$  和  $100\text{MeV}/A$  时关联线基本一致。

## 五、结 论

我们利用扩展 BUU 模型模拟了  $\text{Kr} + \text{Au}$  反应, 对它的稳定性作了很好的检验, 对靶核和弹核的中子、质子作了区分; 同时考虑了中能区自由核子-核子截面  $\sigma_{np} \approx 3\sigma_{nn}$  的事实, 在核子分布中引入中子过剩自由度、表面弥散度和形变参数等因素, 更真实地体现了核子分布, 规定了核子发射的条件, 合理地取出核子的擦碎数。从理论上说, 我们既考

虑了核的宏观几何性也顾及到了核的微观条件, 我们所得的结果应该比几何模型更为合理。从 PLF-TLF 图也支持了利用中能区炮弹碎裂反应产生放射性束流的事实。本文最主要的特点是能够知道反应中各自发射的中子数和质子数, 并可以了解它们的来源, 这对清楚地了解反应机制很有帮助。我们对于 Kr + Au 反应的分析, 得出 44MeV/A 下轻核子的发射主要源于前平衡发射, 后阶段中子蒸发较多。下一步我们主要引入物理涨落项, 考虑重离子反应理论的集团效应, 进一步定量地得出反应中的同位素产额的截面分布图, 并和其它理论作比较; 对于反应机制、能量耗散和集体流的问题, 将作库仑修正后再进一步讨论。

### 参 考 文 献

- [1] A. Bonasera et al., *Nucl. Phys.*, **A463**(1987), 653.
- [2] 冯军、沈文庆等, *高能物理与核物理*, **15**(1991), 322.
- [3] G. F. Bertsch et al., *Phys. Rep.*, **160**(1988), 189.
- [4] H. Stocker et al., *Phys. Rep.*, **137**(1986), 277.
- [5] J. Aichelin et al., *Phys. Rev.*, **C37**(1988), 2451.
- [6] 沈文庆等, *Nucl. Phys.*, **A491**(1989), 130.
- [7] D. H. Boal et al., *Phys. Rev.*, **C37**(1988), 91.
- [8] D. Guerreau et al., *Phys. Lett.*, **131**(1983), 293.
- [9] V. Borrel et al., *Z. Phys.*, **A324**(1986), 205.
- [10] Y. Blumenfeld et al., *Nucl. Phys.*, **A455**(1986), 357.
- [11] F. Rami et al., *Nucl. Phys.*, **A444**(1985), 325.
- [12] 朱全伶、葛凌霄等, *高能物理与核物理*, **16**(1992), 658.

## A Simulation of Emitted Nucleons: An Extended BUU Model

MA YUGANG SHEN WENQING FENG JUN

(Institute of Nuclear Research, Academia Sinica, Shanghai, 201800)

GE LINGXIAO ZHAN WENLONG WANG BING ZHU YONGTAI

ZENG YAOWU ZHOU JIANQUN ZHANG FENGSHOU

(Institute of Modern Physics, Academia Sinica, Lanzhou, 730000)

### ABSTRACT

On the basis of the old BUU method, the neutrons and protons of the projectile and target nucleus was distinguished, meanwhile, the droplet model which included the surface diffusion parameter, neutron skin and deformation parameter etc. was considered during simulating original nucleon's distribution. Condensing the fact  $\sigma_{np} \approx 3\sigma_{nn} \approx 3\sigma_{pp}$  in intermediate energy domain, it was incorporated into the collision term of BUU. Before studying 44 MeV/A  $^{86}\text{Kr} + ^{197}\text{Au}$  reaction by the improved BUU model, the stability of the model has been checked, then the condition of nucleons emission was defined, finally the impact parameter dependence of the abraded neutrons and protons from the projectile was obtained, so was the correlation of TLF and PLF.