

^{11}Li , ^{14}Be , ^{17}B 的一个三体模型*

任 中 洲

(南京大学物理系, 210008)

徐 躬 耦

(南京大学物理系, 210008; 兰州大学现代物理系, 730001)

摘 要

假定 ^{11}Li , ^{14}Be 和 ^{17}B 是由 $N=2Z$ 核芯和两个外层中子组成的三体系统, 核芯-中子和中子-中子间的作用为弱吸引指数势, 不足以形成核芯-中子和中子-中子二体束缚态。本文的计算表明, 核芯-中子-中子三体系统可形成束缚态, 计算结果基本上解释了 ^{11}Li , ^{14}Be , ^{17}B 的基态能量和异常大核半径的实验结果。

最近的实验研究表明, 中子滴线附近核有许多不同于 β 稳定线附近核素的奇特性质。如核 ^{10}Li , ^{13}Be , ^{16}B 对 中子发射不稳定, 而 ^{11}Li , ^{14}Be , ^{17}B 对 中子发射稳定^[1], 并有异常大的核半径^[2-4]。理论上有可能系统研究这些核的性质。

对中子滴线附近核结合能的实验数据分析表明^[5], 滴线附近核 ^{11}Li , ^{14}Be , ^{17}B 的异常大半径可能出于同一原因, 即特别稳定的 $N=2Z$ 核芯对两个外部中子的弱束缚所致。因此, 可把这类核看做是较为稳定的核芯-中子-中子组成的弱束缚三体系统。Bertsch et al.^[6] 最近也指出了这一点。

本文的目的就是用三体模型来研究这些核。

在核芯-中子-中子三体系统中, 核芯-中子, 中子-中子间相对距离分别用 r_1 , r_2 和 r_3 表示。中子-中子和核芯-中子间作用势选为二体中心势, 弱吸引指数势。

通过拟合低能核子-核子二体系统的实验数据可定出中子-中子势^[8]:

$$V(r_3) = -s(751.541)b^{-2}\exp(-3.5412r_3/b), \quad (1)$$

这里力程 $b = 2.23\text{fm}$, 阱深参数 $s = 0.935$ 。由于 $s < 1$, 故中子-中子二体系统无束缚态。

核芯-中子作用势选为:

$$U(r_i) = -s_c((N_c + 1)/2N_c)(751.541) \\ b_c^{-2}\exp(-3.5412r_i/b_c), \quad (2)$$

这里 N_c 是核芯核子数, 力程 b_c 选为 5.0fm , 近似为核芯半径和核子-核子作用力程之和。

本文 1990 年 8 月 8 日收到。

* 国家自然科学基金资助项目。

因为原则上核芯-中子作用势应由核芯内核子密度分布和核子-核子势折叠, 考虑到 Pauli 原理, 求核芯-核子势, 得到的核芯-核子势方程近似为核芯半径和核子-核子作用力程之和. $i = 1, 2$. 阱深参数 s_c 可调. 当 $0 < s_c < 1$, 为吸引势, 且核芯-中子无束缚态.

为了计算方便起见, 我们在三角形坐标系中变分求解此三体问题^[7]. 在三角形坐标系中构造试探波函数时, 仅需考虑到三个径向变量 r_1, r_2, r_3 . r_1, r_2 和 r_3 受到下述限制: $r_1 + r_2 \geq r_3, r_2 + r_3 \geq r_1, r_3 + r_1 \geq r_2$. 为了使变分计算给出正确的结果, 构造试探波函数时考虑了二体关联. 即考虑了三体问题中任意二体间的作用.

对表达式(1)和(2)中的指数势, 试探波函数可选为:

$$\Psi = G e^{-\alpha(r_1+r_2)-\beta r_3}, \quad (3)$$

这里 G 是归一化因子, α 和 β 是变分参数.

在三角形坐标系, 能量泛函可写为

$$\begin{aligned} E &= \langle \Psi | H | \Psi \rangle \\ &= 8\pi^2 \int r_1 dr_1 r_2 dr_2 r_3 dr_3 \\ &\quad \times \left\{ \frac{\hbar^2(M_c + M)}{2MM_c} \left[\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial \Psi}{\partial r_i} \right)^2 + i(1,2,3) + i(2,3,1) + i(3,1,2) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\hbar^2(M_c - M)}{2MM_c} \left[\left(\frac{\partial \Psi}{\partial r_3} \right)^2 - i(1,2,3) + i(2,3,1) + i(3,1,2) \right] \right. \\ &\quad \left. + [U(r_1) + U(r_2) + V(r_3)] \Psi^2 \right\}, \quad (4) \end{aligned}$$

这里

$$i(i, j, k) = \frac{r_i^2 + r_j^2 - r_k^2}{2r_i r_j} \frac{\partial \Psi}{\partial r_i} \frac{\partial \Psi}{\partial r_j}, \quad (5)$$

$i \neq j \neq k = 1, 2, 3$; M 是中子质量, $M_c = N_c M$ 是核芯质量. 定义^[7]:

$$\begin{aligned} I(A, B, C) &= \int e^{-Ar_1 - Br_2 - Cr_3} dr_1 dr_2 dr_3 \\ &= \frac{2}{(A+B)(B+C)(C+A)}, \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K(A, B, C) &= \int e^{-Ar_1 - Br_2 - Cr_3} r_1 dr_1 r_2 dr_2 r_3 dr_3 \\ &= -\frac{\partial^3 I(A, B, C)}{\partial A \partial B \partial C}, \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L(A, B, C) &= \int e^{-Ar_1 - Br_2 - Cr_3} r_2 r_3 dr_1 dr_2 dr_3 \\ &= \frac{\partial^2 I(A, B, C)}{\partial B \partial C}, \quad (8) \end{aligned}$$

则能量泛函可写为:

$$E = \bar{T} + 2\bar{U} + \bar{V}, \quad (9)$$

$$\text{其中 } \bar{T} = \frac{1}{K(2\alpha, 2\alpha, 2\beta)} \left\{ \frac{\hbar^2(M + M_c)}{2MM_c} 2\alpha L(2\alpha, 2\alpha, 2\beta) + \frac{\hbar^2}{2M} 2\beta L(2\beta, 2\alpha, 2\alpha) \right\}, \quad (10)$$

$$\bar{U} = -s_c((N_c + 1)/2N_c)(751.541)b_c^{-2} \cdot K(2\alpha, (2\alpha + 3.5412/b_c), 2\beta)/K(2\alpha, 2\alpha, 2\beta), \quad (11)$$

$$\bar{V} = -s(751.541)b^{-2}K(2\alpha, 2\alpha, (2\beta + 3.5412/b))/K(2\alpha, 2\alpha, 2\beta), \quad (12)$$

对参数 α, β 求微商, 使 $\frac{\partial E}{\partial \alpha} = 0, \frac{\partial E}{\partial \beta} = 0$, 求出基态能量 E_0 和相应的 α_0, β_0 , 从而得到基态波函数 Ψ_0 . 核芯-中子和中子-中子均方距离分别由下式计算:

$$\bar{r}_1^2 = \langle \Psi_0 | r_1^2 | \Psi_0 \rangle, \quad (13)$$

$$\bar{r}_3^2 = \langle \Psi_0 | r_3^2 | \Psi_0 \rangle, \quad (14)$$

核芯-中子-中子系统的核物质均方根半径由下式计算:

$$R_m = \bar{R}_m^{2(\frac{1}{2})} = \left\{ \frac{N_c}{N_c + 2} \left[\bar{r}_c^2 + \frac{2}{N_c + 2} \bar{r}^2 \right] + \frac{1}{2(N_c + 2)} \bar{r}_3^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (15)$$

这里

$$\bar{r}^2 = \bar{r}_1^2 - \bar{r}_3^2/4, \quad (16)$$

r 是两个中子的质心到核芯中心的距离, $r_c = \bar{r}_c^{2(\frac{1}{2})}$ 是核芯的核物质均方根半径. (15)式的推导在附录中给出.

如果 $\bar{r}_3^2 = 0$, 则(15)式化为:

$$R_m = \left\{ \frac{N_c}{N_c + 2} \left[\bar{r}_c^2 + \frac{2}{N_c + 2} \bar{r}^2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (17)$$

Hansen et al.^[9] 假定 ^{11}Li 是由 ^9Li 核芯和双中子组成的二体系统, 用(17)式计算了 ^{11}Li 的核半径.

在数值计算中, 核芯-中子势的力程设定为 5.0fm, 调节 s_c 给出 ^{11}Li , ^{14}Be 和 ^{17}B 的结合能和核半径.

核物质均方根半径随 s_c 的变化如图 1 所示, 输入量为 b_c 和实验值 $\bar{r}_c^{2(\frac{1}{2})}$, 在表 1 给出. 由图 1 可以看出, 我们的三体模型成功地解释了异常大核半径的实验结果^[9].

基态能量和 s_c 的变化关系如图 2 所示, 由于对 ^{11}Li , ^{14}Be 和 ^{17}B 三条曲线几乎重合, 故我们仅给出 ^{11}Li 的结果. 由图 2 可知, 虽然 ^{10}Li , ^{13}Be 和 ^{16}B 无束缚态, 但 ^{11}Li , ^{14}Be 和 ^{17}B 存在弱束缚态.

最后结果在表 1 给出, 包括输入量 s_c 和 b_c 的值和实验数据, 结合能的实验数据取自文献[10, 11]. 核半径的实验数据取自文献[3, 4]. 对核物质均方根半径, 我们的计算与实验基本一致. ^{11}Li 基态能量的计算值也和实验一致, 但 ^{14}Be 和 ^{17}B 的基态能量高于实验值, 它接近 Garvey et al.^[2] 和 Wapstra et al.^[2] 的估值.

在我们的模型中, 除了试探波函数过于简单外, 核芯-中子作用势与真实势也有较大的差别, 如果在计算中对核芯-中子势和核子-核子势引入排斥芯, 必然会改善我们的计算结果.

从表 1 可看出, $\bar{r}_1^2 = \bar{r}_2^2 \approx \bar{r}_3^2$ 故 ^{11}Li , ^{14}Be 和 ^{17}B 的组态类似等边三角形. 可见, 由于

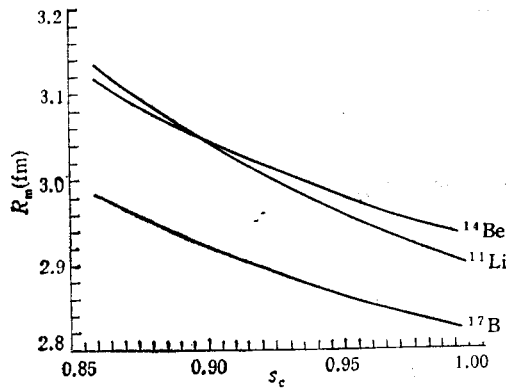
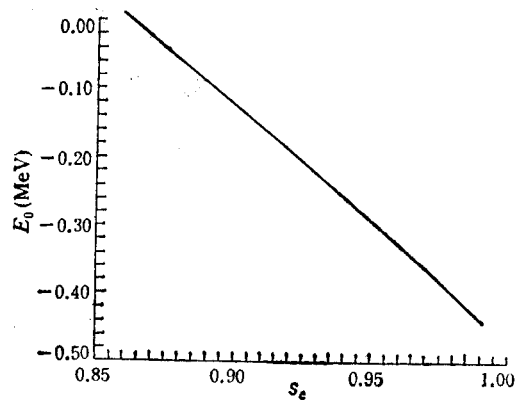
图1 R_m 和 s_c 的变化关系图2 基态能量 E_0 和 s_c 的变化关系

表1 基态能量和核物质均方根半径的数值结果

AX	b_d	s_c	α_0	β_0	E_0	\bar{r}_1^2	\bar{r}_2^2	$r_c(\text{exp.})$	R_m	$E_0(\text{exp.})$	$R_m(\text{exp.})$
^{11}Li	5.0	0.90	0.2088	0.2210	-0.12	28.77	27.65	2.41	3.04	-0.19 ± 0.11	3.27 ± 0.24
^{14}Be	5.0	0.99	0.2352	0.2357	-0.43	23.23	23.19	2.57	2.94	-1.12 ± 0.20	3.10 ± 0.30
^{17}B	5.0	0.98	0.2341	0.2328	-0.40	23.52	23.60	2.50	2.84	-1.49 ± 0.20	3.00 ± 0.40

核芯-中子,中子-中子间均方距离同核芯半径均方比非常大,这必然导致中子晕的出现。

总之,我们的研究表明了 ^{11}Li , ^{14}Be , ^{17}B 的异常大核半径正是由于两个外层中子的弱束缚所致,因此三体模型是合理的,可以用于这一类核。

附 录

在三体系统中, r_1 表示核芯的坐标, r_2 和 r_3 表示中子的坐标。 \bar{r}_{23}^2 , \bar{r}_{12}^2 和 \bar{r}_{13}^2 分别是中子-中子,核芯-中子,核芯-中子的距离均方。

假定核芯内核子密度分布为高斯函数,用 $\rho_{i-c}(r_i - r_1)$ 表示,相应的核芯均方根半径为 \bar{r}_c^2 。在核芯-中子-中子三体系统中,假定核芯和中子相对总质心的波函数为高斯函数,则相应的密度函数也为高斯函数: $\rho_{c-m}(r_1 - \mathbf{R})$, $\rho_{n-m}(r_2 - \mathbf{R})$ 和 $\rho_{n-m}(r_3 - \mathbf{R})$;相应的均方距离用 \bar{r}_{c-m}^2 , $\bar{r}_{n_1-m}^2$ 和 $\bar{r}_{n_2-m}^2$ 表示。

核芯内核子对于总质心密度分布为:

$$\rho(r_i - \mathbf{R}) = \int d\mathbf{r}_1 \rho_{i-c}(r_i - r_1) \rho_{c-m}(r_1 - \mathbf{R}), \quad (\text{A1})$$

完成(A1)的积分得, $\rho(r_i - \mathbf{R})$ 是一个高斯函数,它是核芯内核子对于总质心的密度分布。相应的均方半径为:

$$\bar{r}_{i-m}^2 = \bar{r}_c^2 + \bar{r}_{c-m}^2, \quad (\text{A2})$$

核芯-中子-中子三体系统核物质均方半径为

$$\bar{R}_m^2 = \frac{N_c}{N_c + 2} [\bar{r}_c^2 + \bar{r}_{c-m}^2] + \frac{1}{N_c + 2} [\bar{r}_{n_1-m}^2 + \bar{r}_{n_2-m}^2], \quad (\text{A3})$$

两个中子的质心相对核芯的位矢为

$$r = \frac{r_2 + r_3}{2} - r_1, \quad (\text{A4})$$

总质心坐标为

$$R = \frac{N_c}{N_c + 2} r_1 + \frac{1}{N_c + 2} (r_2 + r_3), \quad (\text{A5})$$

所以

$$\bar{r}_{c-m}^2 = \left(\frac{2}{N_c + 2} \right)^2 \bar{r}^2, \quad (\text{A6})$$

$$\bar{r}_{n_1-m}^2 + \bar{r}_{n_2-m}^2 = 2 \left[\left(\frac{N_c}{N_c + 2} \right)^2 \bar{r}^2 + \frac{1}{4} \bar{r}_{23}^2 \right], \quad (\text{A7})$$

把(A6)和(A7)代入(A3)得

$$\bar{R}_m^2 = \frac{N_c}{N_c + 2} \left[\bar{r}_c^2 + \frac{2}{N_c + 2} \bar{r}^2 \right] + \frac{1}{2(N_c + 2)} \bar{r}_{23}^2, \quad (\text{A8})$$

这样,已知核芯核子数 N_c , 核芯半径和核芯-中子, 中子-中子间距离均方可得三体系统核物质均方根半径.

参 考 文 献

- [1] A. Gillibert et al., *Phys. Lett.*, **B176**(1986), 317.
- [2] M. G. Saint-Laurent et al., *Z. Phys.*, **A332**(1989), 457.
- [3] Y. Suzuki et al., *Phys. Rev.*, **C41**(1990), 736.
- [4] I. Tanihata et al., *Phys. Rev. Lett.*, **55**(1985), 2676.
- [5] Ren Zhongzhou and Xu Gongou, *Phys. Lett.*, **B237** (1990), 1.
- [6] G. Bertsch et al., *Phys. Rev.*, **C41**(1990), 1300.
- [7] R. H. Dalitz et al., *Phys. Rev.*, **110**(1958), 958.
- [8] J. M. Blatt et al., *Phys. Rev.*, **76**(1949), 18.
- [9] P. G. Hansen et al., *Europhys. Lett.*, **4**(1987), 409.
- [10] J. M. Wouters et al., *Z. Phys.*, **A331**(1988), 229.
- [11] A. H. Wapstra et al., *Atomic data and nuclear data table*, **30**(1988), 281.

A Three-Body Model of ^{11}Li , ^{14}Be and ^{17}B

REN ZHONGZHOU

(Department of Physics, Nanjing University 210008)

XU GONGOU

(Department of Physics, Nanjing University 210008 and Department of Modern Physics, Lanzhou University 730031)

ABSTRACT

The nuclei ^{11}Li , ^{14}Be and ^{17}B are considered as three-body systems composed of the $N=2Z$ core and two outside neutrons. The core-neutron and neutron-neutron interactions are assumed to be the attractive exponential potentials. It has been shown that the three-body system can have a bound state although any two constituents of the system cannot have a bound state. The experimental data of the binding energy and extraordinarily large matter root-mean-square radius can be explained in the frame of the three-body model.