第 15 卷 第 7 期　　高 能 物 理 与 核 物 理　　Vol. 15, No. 7
1991 年 7 月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　July, 1991

两维量子引力中的一种可解模型

颜 骏* 胡诗可
(四川大学物理系,成都 610064)

摘　　要

通过标量物质场的引入研究了两维量子引力中波函数的可解性，并考虑了两维超引力模型中的类似问题.

一、引　　言

最近,两维量子引力的研究取得了很大的进展. 研究这一模型有来自两方面的兴趣. 一是可以借助二维量子引力来发展弦理论和共形场论，其次还能够为高维引力理论的研究提供一个理论实验室.最初,两维量子引力中的一系列精确解是由 Knizhnik, Polyakov 和 Zamolodchikov (KPZ) 在光锥规范下获得的[1,2]. 他们研究了引力中的 SL(2,R) 流代数,确定了关联函数满足的微分方程; 并发现了 Primary 共形场与两维引力的耦合可诱导出共形维数以及“弱引力”域上的临界指数. 另一方面，David[3], Distler和 Kawai[4] 等人在共形规范的框架下重新分析了类似的问题，并将 KPZ 的结果推广到了高亏格 Riemann 面上. 目前，还有许多文献正在深入探讨这方面的问题[5-7]. 在研究这些连续模型的同时,另外一些物理学家开始采用大N矩阵的方法讨论格点(离散)引力与共形场, Ising 模型的耦合,并已经得到了许多精采的结果[8-10]. 可以看到的是，可解的两维量子引力模型不仅能诱导出共形场,非临界弦的一些重要性质[11-13],甚至有助于统计模型中的一些深刻问题(如 3 维 Ising 模型)的解决. 因此，从各个不同侧面深入研究两维量子引力模型就显得非常必要了. 本文主要是在 Hamilton 形式下找出了两维引力耦合物质场体系中波函数的推广解,并分析了两维超引力模型中波函数的可解性质. 应该强调的是，这里的两维引力体系是在特定约束条件下给出的. 在文中，我们还注意讨论了所得结果与共形场论和弦理论的可能联系.

二、路径积分与引力的 Hamilton 形式

在通常的规范场论中,传播振幅可以表示成如下形式[14]:

$$\langle \phi', T | e^{i\hat{H}T} | \phi, 0 \rangle = \int_{\substack{\phi(0)=\phi \\ \phi(T)=\phi'}} \mathscr{D}\pi \mathscr{D}\phi \exp\left[i\int_0^T (\pi\dot{\phi} - H_{ce}) dt\right]. \tag{1}$$

本文 1990 年 12 月 11 日收到.
* 现在地址: 西南应用磁学研究所

这里，如作用量在某一连续对称变换下保持不变，那么泛函积分的路径将出现很高的简并性。一般，对称性可由某些约束变量刻划。在规范理论中，约束变量可定义为 $\chi = \nabla \cdot E$。当给定规范固定条件 $F[\pi, \phi] = 0$，那么路径积分中简并性由 Faddeev-Popov 方法解除，此时振幅将成为：

$$Z = \langle e^{iHT} \rangle = \int \mathscr{D}\pi^i \mathscr{D}\phi_i \mathscr{D}\lambda_a \det\{\chi^a, F^b\} \delta(F^b) \times \exp\left[i\int_0^T (\pi\dot{\phi} - H - \lambda_a \chi^a) \right]. \tag{2}$$

在规范理论中，$H = E^2 + B^2$，$\chi = \nabla \cdot E$，且 $\lambda = A_0^0$ 对 λ 的积分使约束条件 $\chi = 0$ 保持成立。那么 $\det\{\chi, F\} = \det\left[\frac{\delta(\chi, F)}{\delta(\pi, \phi)}\right]$ 是精确的 Faddeev-Popov 行列式，其 Jacobian 允许消除 $\delta(\chi)$，$\delta(F)$ 并仅剩下物理自由度。

在引力模型中，对称性是由局域动量 $\mathscr{H}_i$ ($i = 1, \cdots, d$，d 是空间维数) 和局域 Hamiltonian $\mathscr{H}_0(\chi)$ 表征的。对称生成元 $\mathscr{H}_\mu$ 满足约束条件

$$\mathscr{H}_\mu = 0, \quad \mu = 0, \cdots d. \tag{3}$$

如果我们将时空度规写成[14]：

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} \eta^k \eta^e g_{ke} - \eta^{02}, & \eta^e g_{li} \\ \eta^k g_{kj}, & g_{ij} \end{bmatrix}. \tag{4}$$

那么 Einstein-Hilbert 作用量 $\int (g^{(d+1)})^{\frac{1}{2}} R^{(d+1)}$ 可以表示成下列形式：

$$S = \int (\pi^{ij} g_{ij} - \eta^\mu \mathscr{H}_\mu). \tag{5}$$

这里，

$$\mathscr{H}_0 = \frac{1}{k\sqrt{g}} \left[\pi_i^j \pi_j^i - \frac{1}{(d-1)} \pi^2 \right] + k\sqrt{g}\, R + \lambda\sqrt{g}, \tag{6}$$

$$\mathscr{H}_i = -\nabla_j \pi_i^j. \tag{7}$$

式中，R 和 ∇ 分别代表由度规 g_{ij} 定义的类空超曲面上的内禀曲率和协变导数。π_i^j 则依赖于时空上超曲面的外部曲率。Lagrange 乘子 η^μ 是 $g^{0\mu}$ 的简单函数(类似于规范场中的 A^0)。因此引力的 Hamiltonian 路径积分应为：

$$Z = \int \mathscr{D}\eta^\mu \mathscr{D}\pi^{ij} \mathscr{D} g_{ij} \delta[F^\nu(\pi, g)] \det\{\mathscr{H}_\mu, F^\nu\} e^{is}. \tag{8}$$

在两维引力中，Einstein 作用是拓扑不变量，所以空间度规没有共轭动量，因而正则形式是破缺的。可是，量子效应将给出非平庸的等效作用量。在确定的规范下 $g_{\mu\nu} = e^{2\phi}\delta_{\mu\nu}$，泛函测度的反常将导致如下等效作用量[13,14]：

$$S_{\text{eff}} = \int \left[\frac{26 - c}{48\pi 2} (\partial\mu\phi)^2 + \lambda e^{2\phi} \right]. \tag{9}$$

在共形规范下，对应于这一结果的 Hamiltonian 生成元是：

$$\mathscr{H}_0 = \frac{1}{2k} e^{-\phi}\pi^2 + k e^{-\phi} \left(\frac{1}{2}\phi'^2 - \phi'' \right) + \lambda e^{\phi}, \tag{10}$$

$$\mathscr{H}_1 = -\nabla\pi = \pi\phi' - \pi'. \tag{11}$$

这里，$g_{11}=e^{2\phi}$，$k=\frac{26-c}{48\pi_2}$，ϕ 是标量真空场，λ 是宇宙常数，c 是 Virasoro 代数的中心荷. 一般，生成元 $\mathscr{H}_0,\mathscr{H}_1$ 将满足如下代数关系[15]:

$$[\mathscr{H}_0(x),\mathscr{H}_0(y)]=e^{-2\phi}[\mathscr{H}_1(x)+\mathscr{H}_1(y)]\delta'(x,y), \tag{12}$$

$$[\mathscr{H}_1(x),\mathscr{H}_1(y)]=[\mathscr{H}_1(x)+\mathscr{H}_1(y)]\delta'(x,y), \tag{13}$$

$$[\mathscr{H}_1(x),\mathscr{H}_1(y)]=[\mathscr{H}_0(x)+\mathscr{H}_0(y)]\delta'(x,y)-ke^{-\phi}\delta'''(x,y). \tag{14}$$

式中，$ke^{-\phi}\delta'''(x,y)$ 是与反常有关的 Schwinger 项. 它类似于 Kac-Moody 代数中的中心扩充. 现在，我们可以考查这一约束系统的量子化. 为了自洽地实现约束条件 $\mathscr{H}_\mu=0$，我们需假定泊松代数(13)中的中心荷 k 为零，因此本文对这一引力约束系统所作的分析是奠定在 $k\to 0$ 这一假定上. 在更一般的情况下，k 是与理论的正规化和重整化密切相关的，而且允许 k 不恒为零，但它可由引力中心荷和量子化物质物的中心荷相抵消.

三、两维量子引力中的波函数

在下面的讨论中，我们可认为空间取成一圆环，并假定标量物质场耦合于两维引力体系中. 这时不难发现的是，在适当的约束下，我们可以满意地消除体系中所有的正则变量，并保留下了整体自由度. 当引入标量物质场后的 Hamilton 生成元为:

$$\mathscr{H}_0=\frac{1}{2k}\pi e^{-\phi}\pi+ke^{-\phi}\left(\frac{\phi'^2}{2}-\phi''\right)-\lambda e^{\phi}+\frac{e^{-\phi}}{2}(P^2+X'^2)+e^{\phi}U(\phi), \tag{15}$$

$$\mathscr{H}_1=\pi\phi'-\pi'+PX'. \tag{16}$$

这里 X,P 分别是外场和它的共轭动量，物质场 $U(\phi)$ 的形式待定. 不失一般性，我们可以选取如下规范:

$$X'=\phi'=0. \tag{17}$$

动量约束 $\mathscr{H}_1=0$ 将给出:

$$\pi'=0. \tag{18}$$

所以我们消除了除了整体自由度之外的所有正则变量，而剩下的非正则变量由 $\mathscr{H}_0$ 固定. 这一现象的出现是由于体系存在两种约束，但仅有一对正则变量；因此，为了固定局域时间变换，我们还需选择一个非正则的规范，如 $\eta^0=$ 常数.

此时，理论中留下了整体变量 π 和 Φ，其定义为:

$$\pi(t)=\int dx\pi(x,t),\quad e^{\Phi(t)}=\int dxe^{\phi(x,t)}. \tag{19}$$

为了消除 η^0，可以将其吸收到 T 的定义中，那么有:

$$\int_0^T(\pi\dot{\Phi}-\eta^0H_0)dt=\int^{\eta^0T}\left[\pi\frac{d\Phi}{d(\eta^0t)}-H_0\right]d(\eta^0t). \tag{20}$$

传播振幅约化为:

$$Z=\int dT\mathscr{D}\pi\mathscr{D}\Phi\exp\left\{i\int_0^T[\pi\dot{\phi}-H_0]dt\right\}. \tag{21}$$

这里，当 $k\to 0^+$（即 $c<26$），Hamiltonian 生成元 H_0 具有形式:

$$H_0 = \frac{1}{2k}\pi_V^2 - \lambda V + \frac{1}{2V}P^2 + VU(V). \tag{22}$$

在导出(21)式时，我们曾作了变量代换 $V = e^{\Phi} = \int dxe^{\phi}$. 为了确定两维引力体系的量子性质，很重要的是需要解出满足 Schrödinger 型方程 $H_0\psi = 0$ 的波函数。为此，我们先假定宇宙常数 $\lambda = 0$。标量物质场取成如下形式：$U(v) = \Delta V^D = \Delta e^{D\Phi}$ (Δ, D 是常数)。由(22)式和 $H_0\psi = 0$ 我们可导出修正的 Bessel 方程：

$$\frac{\delta^2\psi}{\delta V^2} + \left(\frac{kP^2}{V^2} + 2k\Delta V^D\right)\psi = 0. \tag{23}$$

方程(23)的通解的形式是：

$$\psi\alpha = \sqrt{V}\{r_1 J_\alpha(aV^b) + r_2 Y_\alpha(aV^b)\}. \tag{24}$$

式中 $J_\alpha(aV^b)$, $Y_\alpha(aV^b)$ 分别是第一类和第二类的 Bessel 函数。r_1 和 r_2 是实系数 (r_1, $r_2 \in \mathbb{R}$)，并且：

$$\begin{aligned} b &= \frac{D}{2} + 1, \\ a &= \frac{\sqrt{2k\Delta}}{b} = \frac{\sqrt{2(26-c)\Delta}}{\frac{D}{2}+1}, \\ \alpha &= \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{4} - kP^2\right)}}{\frac{D}{2}+1} = \frac{\sqrt{\frac{1}{4} - (26-c)P^2}}{\frac{D}{2}+1}. \end{aligned} \tag{25}$$

当 $\alpha \neq 0$, $V \to 0$，那么波函数 ψ_α 的渐近形式是：

$$\psi_\alpha \sim \sqrt{V}\left\{\frac{r_1}{\Gamma(\alpha+1)}\left(\frac{aV^b}{2}\right)^\alpha - \frac{r_2\Gamma(\alpha)}{\pi}\left(\frac{2}{aV^b}\right)^\alpha\right\}. \tag{26}$$

通过上面得到的波函数，我们可计算出引力体系中某一量子算子 $\tilde{O}$ 的统计平均值：

$$\langle\tilde{O}\rangle = \frac{(\psi\tilde{O}\psi^*)}{(\psi,\psi^*)}. \tag{27}$$

这里，内积 (ψ, ψ^*) 定义为：

$$(\psi, \psi^*) = \int [dA]\psi\psi^*. \tag{28}$$

$[dA] = \dfrac{dV}{V}$ 是积分测度，因此：

$$\begin{aligned} \langle\tilde{O}\rangle &= \frac{\int [dA]\psi^*\tilde{O}\psi}{\int [dA]\psi\psi^*} \\ &= \frac{\int \frac{dV}{V}|\psi_\alpha|^2\tilde{O}}{\int \frac{dV}{V}|\psi_\alpha|^2}. \end{aligned} \tag{29}$$

利用公式(29)即可算出标量物质场 $U(V)$ 的统计平均值. 为此,我们采用波函数的渐近形式(26), 当 $V\to 0$, ψ_α 应保持有限, 那么系数 $r_2=0$; 将 $U(V)=\Delta V^D$ 代入(29),不难算出:

$$\langle U(V)\rangle=\frac{\Delta}{1+\dfrac{D}{2\alpha b+1}}\cdot V^D. \tag{30}$$

所以我们得到了两维量子引力模型中波函数的一般解. 当 $D=0$, $\Delta=\lambda$, 我们的解退化成 Martinec 的解[14].

还有另一种解是 Martinec 文章中没有讨论过的. 即当 $k\to 0^-$, 这时 Virasovo 代数中心荷 $c>26$. 我们暂且假定 $D=0$, $\Delta=\lambda$, 或等价于在方程(22)中忽略物质场的作用. 注意波函数满足的 Bessel 方程(23)中的 ψ 项前出现了负号. 此时波函数的解变为:

$$\psi_\alpha=r\sqrt{V}\,I_\alpha\left(\sqrt{2(c-26)\lambda}\,V\right). \tag{31}$$

容易分析出, r 应为复系数 ($r\in \mathrm{C}$), I_α 是虚宗量的第一类 Bessel 函数, 并且 $\alpha=\left(\frac{1}{4}+(26-c)P^2\right)^{\frac{1}{2}}$. 当 $V\to\infty$, ψ_α 的渐近形式为:

$$\psi_\alpha\sim\frac{r}{\sqrt{2\pi V}}\,\mathrm{e}^{\sqrt{2(c-26)\lambda}\cdot V}. \tag{32}$$

从上面的讨论中我们不难看到,波函数 ψ_α 在临界点 $c=26$ (即 $k=0$ 处) 上发生了不连续的跃变,并且由实数变为了虚数. 关于这一现象还没有足够的文献进行过讨论. 在两维量子引力耦合共形物质场体系中有一个非常类似的情况[1]. KPZ 等人发现, 当 Virasovo 代数中心荷 $c>1$ 时, 无论是临界指数还是 Primary 共形场对应的共形维数都为复数. 这一"强引力"域上的许多性质目前都不太清楚. 当 $c<1$ 时, c 可以取离散序列,如 $c=1-\dfrac{6}{m(m+1)}$ $(m=2,3,\cdots)$, 它对应于共形场论中的么正极小模型[12]. 其临界指数和共形维数都是实数. 因此,在临界点 $c=1$ 处, 相应的物理量也发生了不连续的跃变. 于是 KPZ 等人猜测在这一临界点上体系发生了某种相变. 这一点和我们模型中讨论的波函数的跃变是很类似的. 那么在结束这节的讨论之前, 我们希望提出这样一个问题,即波函数 ψ_α 能否揭示和刻划出两维量子引力中的某种相变?

四、两维超引力中的波函数

现在,我们可以将上述的结果推广到具有特定约束的两维超引力模型中去. 为此,代数(12)—(14)将增加一个阶化扩展, 除了 $\mathscr{H}_\mu$ 之外, 还需建立两个实的超对称生成元 δ_A,它通常来源于 Majorana 旋量,这些扩充的生成元满足下列关系[15]:

$$[\delta(x),\bar\delta(y)]=-2i\mathrm{e}^{-2\phi}r^\mu\mathscr{H}_\mu\delta(x,y)+\frac{ik}{3\pi}\mathrm{e}^{-2\phi}r^0\delta''(x,y), \tag{33}$$

$$[\delta(x),\mathscr{H}_0(y)]=-r_5\mathrm{e}^{-2\phi}\left[\frac{\delta(x)}{2}+\delta(y)\right]\delta'(x,y), \tag{34}$$

$$[\delta(x),\mathscr{H}_1(y)]=\mathrm{e}^{-\phi}\left[\frac{\delta(x)}{2}+\delta(y)\right]\delta'(x,y). \tag{35}$$

当增加了标量物质场的作用后，生成元 $\delta,\mathscr{H}_0,\mathscr{H}_1$ 可以表示为：

$$\delta=\mathrm{e}^{-\phi}r_5\theta\pi+4k\mathrm{e}^{-\phi}\theta'-k\mathrm{e}^{-\phi}\phi'\theta+2mk\mathrm{e}^{-\frac{\phi}{2}}\theta$$
$$+\frac{\mathrm{e}^{-\phi}}{2}(P^2+x'^2)+\mathrm{e}^{\phi}U(\phi), \tag{36}$$

$$\mathscr{H}_0=\frac{\mathrm{e}^{-\phi}}{2k}\pi^2+k\mathrm{e}^{-\phi}\left(\frac{1}{2}\phi'^2-2\phi''\right)+2km^2-\frac{k_i}{2}\mathrm{e}^{-\phi}[\theta^Tr_5\theta'$$
$$-m\,\mathrm{e}^{\frac{\phi}{2}}\bar{\theta}\theta]+\frac{\mathrm{e}^{-\phi}}{2}(P^2+x'^2)+\mathrm{e}^{\phi}U(\phi), \tag{37}$$

$$\mathscr{H}_1=\pi\phi'-2\pi'+\frac{i}{2}k\theta^T\theta'+Px'. \tag{38}$$

式中，k 可以正比于 $(10-c)$，c 是超 Virasovo 代数的中心荷．旋量 θ 遵从阶化泊松括号关系 $[\theta(x),\theta^T(y)]=-ik\delta(x,y)$．当 $k\to 0$（即 $c\to 10$）这一约束系统同样能自洽地量子化．注意到 (36)—(38) 式中质量项 m 并不影响超引力的可解性质．事实上，当 $k\to 0$ 时，与质量项有关的项都已略去．现在我们要关心的是量子方程 $\delta\phi_m=0$ 和 $\mathscr{H}_0\phi_n=0$ 是否有解．类似于两维引力所作的分析，我们可选择规范 $\phi'=x'=0$，从(38)式中动量约束 $\mathscr{H}_1=0$ 同样可得 $\pi'=0$．因此，在这类两维超引力体系中所有的正则变量也可被消除．剩下来的事情就是具体解出量子方程 $\delta\phi_m=0$ 和 $\mathscr{H}_0\phi_n=0$．从(37)式可以发现，当 $k\to 0$ $\mathscr{H}_0\phi_n$ 在形式上和(23)式是一致的，而 (23) 式的精确解在上节中我们已经获得，所以只将 k 作相应的代换即可求出 ϕ_n．而找方程 $\delta\phi_m=0$ 的解也是很容易的，我们能观察到 $\delta\phi_m=0$ 将导致一个普通的一阶微分方程，当给定 $U(\phi)$ 的具体形式后，ϕ_m 在原则上也有显示的解．从整体上看，我们得出了一个充分的证据，当增加了标量物质场后，不仅两维引力模型，甚至两维超引力模型也是完全可解的．

当我们考虑带有约束的两维超引力和多个标量场的耦合时，事情会变得更复杂些了．在这种情形下，体系并不是总能找出明显的约束解．碰巧的是，两维超引力耦合 $(D+1)$ 维自由标量场可用来精确地描述弦在$(D+1)$维时空上的运动．因此采用这类方法来阐明超弦量子化的一些困难也是很恰当的，为此，我们给出生成元：

$$\delta=\mathrm{e}^{-\phi}r_5\theta\pi+4k\mathrm{e}^{-\phi}\theta'-k\mathrm{e}^{-\phi}\phi'\theta+2mk\mathrm{e}^{-\frac{\phi}{2}}\theta$$
$$+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-\phi}(P_a^2+x_a'^2)+\mathrm{e}^{\phi}U(\phi), \tag{39}$$

$$\mathscr{H}_0=\frac{\mathrm{e}^{-\phi}}{2k}\pi^2+k\mathrm{e}^{-\phi}\left(\frac{1}{2}\phi'^2-2\phi''\right)+2km^2-\frac{k_i}{2}\mathrm{e}^{-\phi}[\theta^Tr_5\theta'$$
$$-m\,\mathrm{e}^{\frac{\phi}{2}}\bar{\theta}\theta]+\frac{\mathrm{e}^{-\phi}}{2}(P_a^2+x_a'^2)+\mathrm{e}^{\phi}U(\phi), \tag{40}$$

$$\mathscr{H}_1=\pi\phi'-2\pi'+\frac{i}{2}k\theta^T\theta'+P^a\cdot x_a'.\quad(a=0,\cdots D) \tag{41}$$

这里，x_a 可看作弦坐标，其规范是通常的光锥规范，$x^+\propto t, p^+=$ 常数，$x^\pm=x^0\pm x_0^D$ 在共形规范下 $g_{\mu\nu}=\mathrm{e}^{2\phi}\delta_{\mu\nu}$，我们可用上述的哈密顿生成元描写弦与两维超引力耦合后的

运动方式. 一般,系统的整个哈密顿生成元可组合成:

$$H = \int (\eta^{\mu}\mathscr{H}_{\mu} + i\xi\delta)\mathrm{d}x. \tag{42}$$

注意到 Majorana 旋量 ξ 也同样为时空的任意函数. 将(39)—(41)代入(42)式后我们即可发现,标量场 ϕ 总是以指数形式和弦传播场 x_i 将耦合. 即使我们可以选择某种规范来解除正则自由度,并使约束解在形式上是存在的,但遗憾的是这一弦模型对应的等效场论并不是自洽的, 这一点在 Martinec 的文章中已强调过. 我们在这里只不过是验证了在超引力的情况下问题是同样存在的. 要克服这一困难, 首要的是使理论的么正性和 Lorentz 不变性保持成立, 在这一前提下,再逐步弥补弦——两维引力体系中量子化的不足之处.

五、讨 论

我们的工作还可以向两个方面进行推广. 首先,可选择世界面为更一般的拓扑形式, 例如 $g \geqslant 2$ 个 handles 的闭 Riemann 面,这时度规 g_{ij} 有负的常曲率, 其整体几何由 $6g-6$ 个模参量描述. 最近, Witten 等人研究了高亏格 Riemann 面及 Teichmüller 空间上的 Hamilton 量子引力[16,17], 并讨论了体系的正则量子化和可解性. 但困难的是目前还不能解出高亏格 Riemann 面上的波函数.

其次,可以用 Hamilton 的形式研究两维量子引力和共形物质场耦合体系的波函数. 这一模型的等效 Liouville 作用量已经由不少人获得[3,4]. 其中包含了共形维数, 临界指数的更一般信息. 因此, 仔细地分析这类模型中波函数的可解性对于深刻地理解共形场(超共形场)弦理论,统计物理中相变的某些性质,无疑是很有意义的.

高洪波博士曾为我们提供部份文献,在此表示感谢.

参 考 文 献

[1] A. M. Polyakov, *Mod Phys. Lett.*, **A2**(1987), 839;
V. G. Knizhnik, A. M. Polyakov, A. B. Zamolodchikov, *Mod, Phys. Lett.*, **A3**(1988), 819.
A. M. Polyakov, A. B. Zamolodchikov, *Mod. Phys. Lett.*, **A3**(1988), 1213.
[2] Y. Matsuo, Free Field Realization of 2D Quantum G avity In The Light Cone Gauge And The Green Function On Torus, Preprint Ru-1989—49.
[3] F. David, *Mod. Phys. Lett.*, **A3**(1988), 1651.
[4] J. Distler and H. Kawai, *Nucl. Phys.*, **B321**(1989), 509.
[5] U. Danielsson, *Nucl. Phys.*, **B328**(1989), 292.
[6] J. Polchinski, *Nucl. Phys.*, **B324**(1989), 123.
[7] N. E. Mavromatos and J. L. Miramontes, Regularizing The Functional Integral In 2D-Quantum Gravity Preprint, CERN-TH5428/1989.
[8] T. Banks, M. R. Douglas, N. Seberg and S. H. Shenker, Microscopic and Macroscopic Loops Non-Perturbative Two-Dimensional Gravity, Preprint Ru-1989-50.
[9] E. Brezin, M. R. Douglas, V. Kazakov and S. H. Shenker, *Phys. Lett.*, **B237**(1990), 43.
[10] D. J. Gross and A. A. Migdal, *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990), 127.
[11] A. Belavin, A. M. Polyakov and A. B. Zamolodchikov, *Nucl. Phys.*, **B241**(1984), 339.
[12] J. Bagger, Basic Conformal Field Theory Preprint, HUTP-1989/A006.
[13] H. Verlinde, *Nucl. Phys.*, **B337**(1990), 652.
[14] E. Martinec, *Phys. Rev.*, **D30**(1984), 1198.

[15] C. Teitelboim, *Phys. Lett.*, **B126**(1983), 41, 46, 49.
[16] E. Witten, *Nucl. Phys.*, **B311**(1988), 46.
[17] V. Moncrief, *J. Math. Phys.*, **30**(1989), 2907

A Solvable Model in Two-Dimensional Quantum Gravity

YAN JUN　HU SHIKE

(Department of Physics, Sichuan University, Chengdu)

ABSTRACT

The solvability of the wave-function in (1+1)-dimensional quantum gravity is studied by introducing a scalar matter field. Similar problems in two-dimensional supergravity model are also considered.